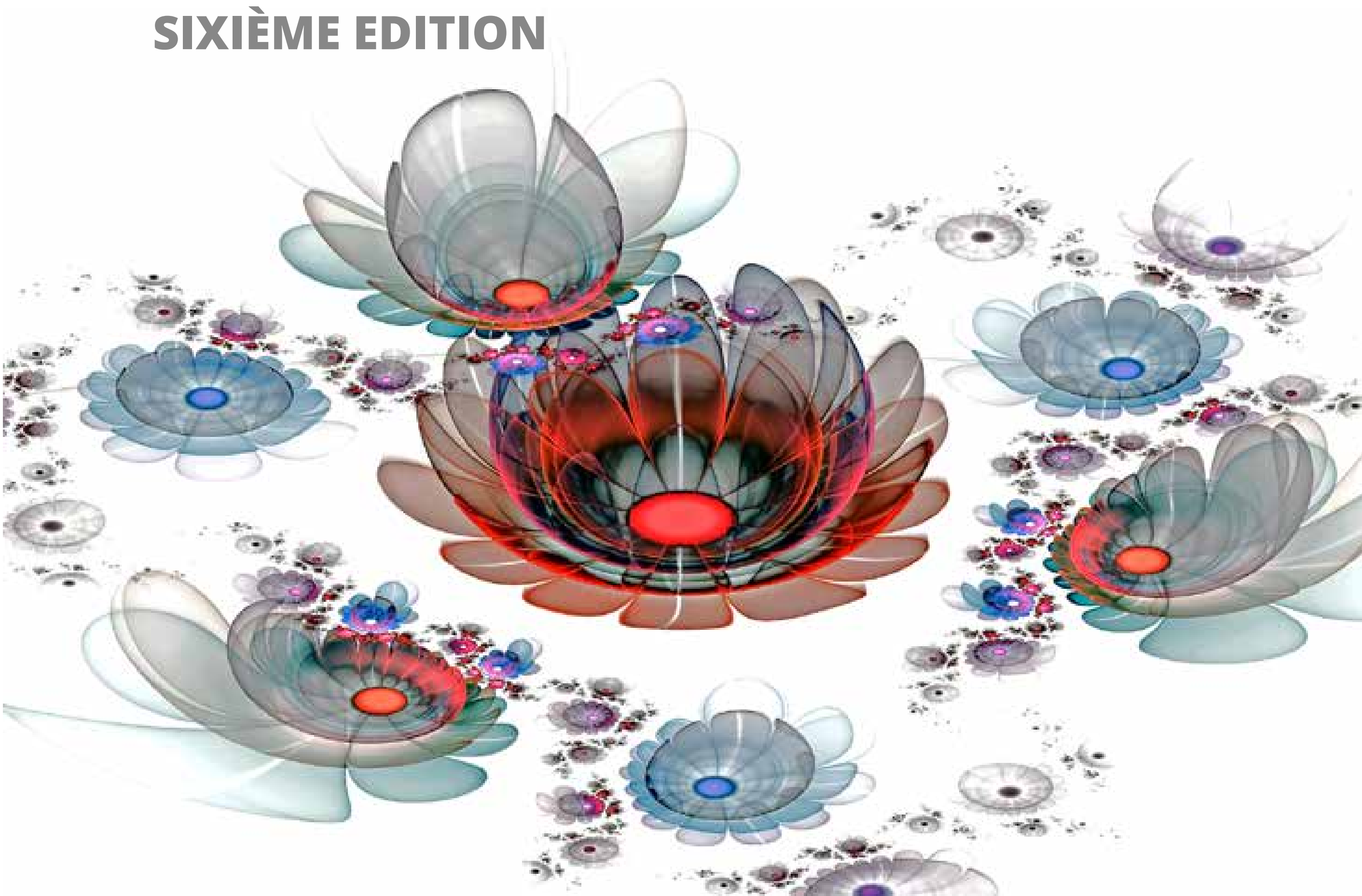
Promath Editions

FORMULAIRE DE MATHS

pour la matu pro

SIXIÈME EDITION



Jean-Pierre Favre

Algèbre

Introduction

Alphabet grec

Minuscule	Majuscule	Nom	Minuscule	Majuscule	Nom
α	A	alpha	ν	N	nu
β	B	beta	ξ	Ξ	xi
γ	Γ	gamma	o	O	omicron
δ	Δ	delta	Π	Π	pi
ϵ	E	epsilon	ρ	P	rho
ζ	Z	zêta	σ	Σ	sigma
η	H	êta	τ	T	tau
θ	Θ	thêta	υ	Υ	upsilon
ι	I	iota	ϕ	Φ	phi
$\varkappa$	K	kappa	χ	X	khi
λ	Λ	lambda	ψ	Ψ	psi
μ	M	mu	ω	Ω	oméga

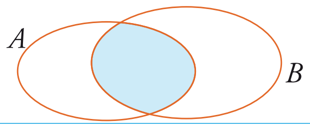
Ensembles et intervalles

- $x \in A$ signifie que x appartient à l'ensemble A
- $A \subset B$ signifie que A est inclus dans B

Ensembles de nombres

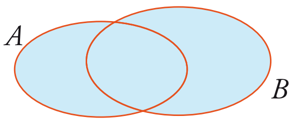
Nombres naturels	$\mathbb{N} = \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \ldots\}$
Nombres entiers relatifs	$\mathbb{Z} = \{\ldots;\ -3;\ -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \cdots\}$
Nombres rationnels	$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q}\right\}$ avec $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{Z}$ et $q \neq 0$
Nombres réels	$\mathbb{R}$

Diagrammes de Venn



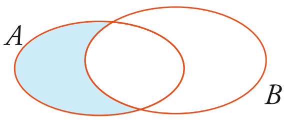
Intersection

$A \cap B$	A et B



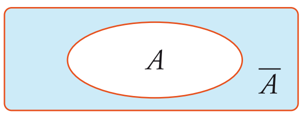
Union

$A \cup B$	A ou B



Différence

$A \setminus B$	A moins B



Complémentaire

$\overline{A}$	non A

Intervalles

- Intervalle fermé $[\,a\,;\,b\,]$ $a \leq x \leq b$
- Intervalle ouvert $]\,a\,;\,b\,[$ $a < x < b$
- Intervalle semi-ouvert $[\,a\,;\,+\infty\,[$ $x \geq a$
- Intervalle semi-ouvert $]\,-\infty\,;\,b\,]$ $x \leq b$

Calcul littéral

Puissances et racines

$0^n = 0$	$x^0 = 1$	0^0 n'est pas défini !	$1^n = 1$
$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$	$\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$	$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$	$\dfrac{x^n}{y^n} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^n$
$x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$	$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$	$x^{m^n} = x^{(m^n)}$	$\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$
$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$	$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$	$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$	$\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$

Notation scientifique

Expression d'un nombre sous la forme :

$$\pm a \times 10^n \quad \text{avec } a \in [1\,;10[\text{ et } n \in \mathbb{Z}$$

- *Exemple :* $1234 = 1,234 \times 10^3$

Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	$a^2 + b^2$ pas décomposable dans $\mathbb{R}$
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Décomposition en facteurs

- Mise en évidence : $6a - 3ab = 3a(2-b)$
- Groupements : $x^3 + x^2 + x + 1 = x^2(x+1) + 1(x+1) = (x+1)(x^2+1)$
- Identités remarquables : $(x+a)^2 - 1 = (x+a-1)(x+a+1)$
- Trinôme simple : $x^2 + Sx + P = x^2 + (m+n)x + m \cdot n = (x+m) \cdot (x+n)$

Valeur absolue

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$a \geq 0$	$a < 0$
$\|x\| = a \to x = a \quad \text{ou} \quad x = -a$	$\|x\| = a \to x = \varnothing$
$\|x\| \leq a \to x \leq a \quad \text{et} \quad x \geq -a$	$\|x\| \leq a \to x = \varnothing$
$\|x\| \geq a \to x \geq a \quad \text{ou} \quad x \leq -a$	$\|x\| \geq a \to x = \mathbb{R}$

Distance, temps d'attente entre deux évènements, etc... $\quad \to \quad d(a;b) = |a-b|$

Équation et fonction du premier degré

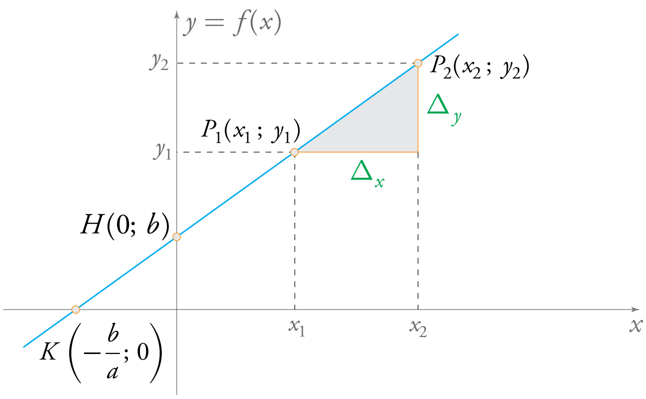
Équation du premier degré

$$ax + b = 0 \quad \text{avec } a \neq 0 \qquad \rightarrow \qquad x = -\frac{b}{a}$$

Fonction du premier degré

$$f(x) = ax + b \quad \text{avec } a \neq 0$$

- Point d'ordonnée à l'origine : $f(0) = b \quad \rightarrow \quad H(0\,;\,b)$
- Point d'abscisse à l'origine : $f(x) = 0 \quad \rightarrow \quad K\left(-\frac{b}{a}\,;\,0\right)$
- Pente de la droite f : $\quad a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Équation d'une droite passant par deux points

Soit les points $P_1(x_1\,;\,y_1)$ et $P_2(x_2\,;\,y_2)$. On résout le système :

$$\boxed{\begin{cases} a \cdot x_1 + b = y_1 \\ a \cdot x_2 + b = y_2 \end{cases}}$$

Droites parallèles et perpendiculaires

Soit : $y_1 = a_1\,x + b_1$ et $y_2 = a_2\,x + b_2$, alors : ◦ $y_1 \parallel y_2 \Rightarrow a_1 = a_2$ et ◦ $y_1 \perp y_2 \Rightarrow a_1 \cdot a_2 = -1$

Équation et fonction du second degré

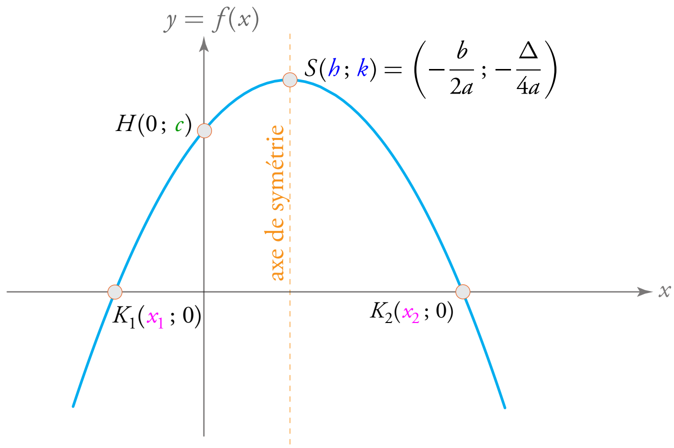
Équation du second degré

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$ Calcul du discriminant (Delta) : $\Delta = b^2 - 4ac$

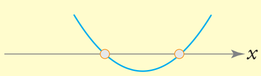
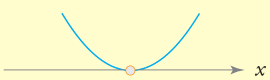
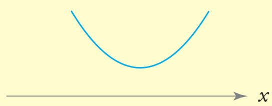
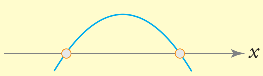
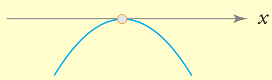
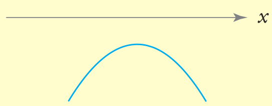
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$x_1\,;\,x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$	Pas de solution dans $\mathbb{R}$

Fonction du second degré

- Forme développée : $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$
- Forme canonique : $f(x) = a \cdot (x - h)^2 + k$ avec $a \neq 0$ et de sommet $S(h\,;\,k)$
- Forme factorisée : $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ avec $a \neq 0$ et $x_1\,;\,x_2$ solutions de $f(x) = 0$



- Cas de figure :

a \ Δ	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Exponentielles et logarithmes

Équation exponentielle et logarithmique

$y = \log_a(x) \quad \Leftrightarrow \quad x = a^y$	$(x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1)$
$a^x = a^y \quad \Leftrightarrow \quad x = y$	$\log_a(x) = \log_a(y) \quad \Leftrightarrow \quad x = y$

- $\log(x) = \log_{10}(x) \quad \rightarrow$ calculatrice touche LOG
- $\ln(x) = \log_e(x) \quad \rightarrow$ calculatrice touche LN $\quad (e \simeq 2,718)$

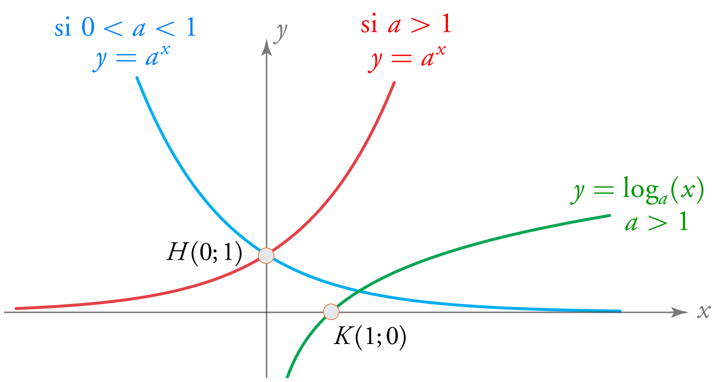
$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$
$\log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a(x)$	$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a(x)$
$\log_a(a^x) = x$	$a^{\log_a(x)} = x$
$\log_a(1) = 0$	$\log_a(a) = 1$

- Règle de changement de base (pour la calculatrice) :

$$\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

Fonction exponentielle et logarithmique

- $f(x) = a^x$ et $g(x) = \log_a(x)$ avec $a \in]0\,;\,1[\cup]1\,;\,\infty[$

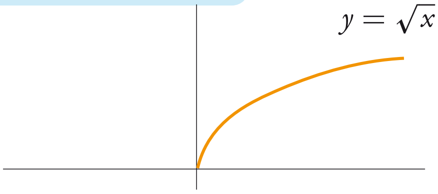


Processus exponentiels

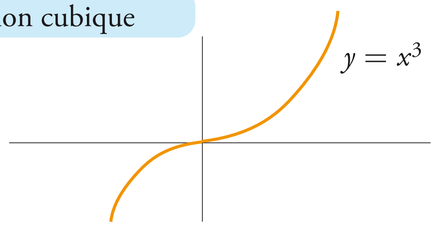
- $f(t) = a \cdot (1+b)^t$ avec $\pm b$ le taux effectif de croissance / décroissance et a la valeur initiale
- $f(t) = \alpha \cdot e^{\beta t}$ avec $\pm\beta$ le taux nominal de croissance / décroissance et α la valeur initiale

Graphe de quelques autres fonctions élémentaires

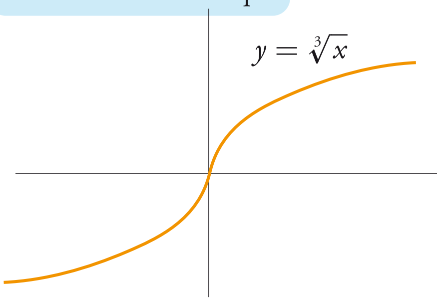
Fonction racine carrée



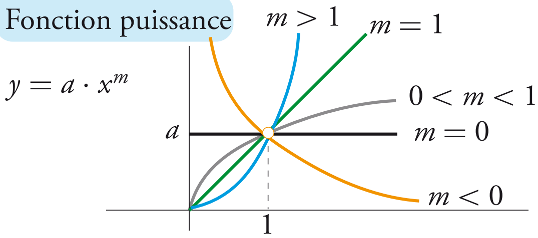
Fonction cubique



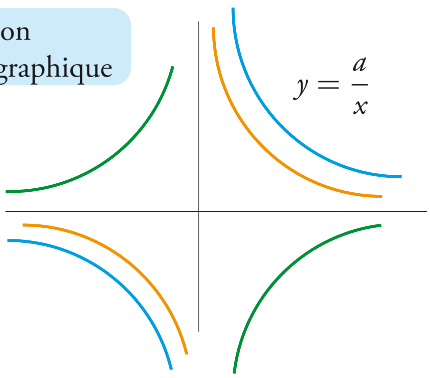
Fonction racine cubique



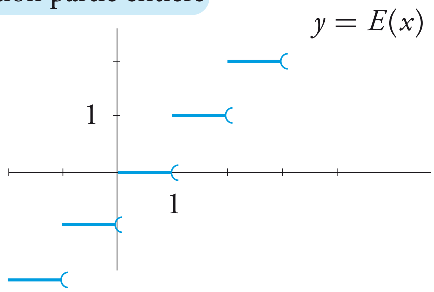
Fonction puissance



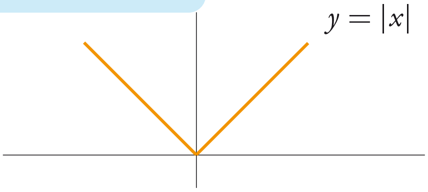
Fonction homographique



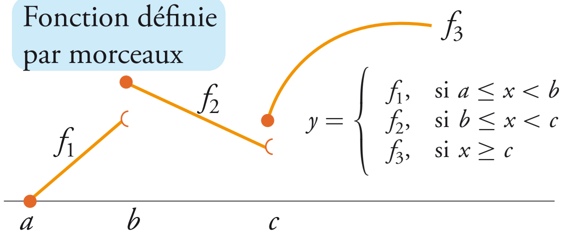
Fonction partie entière



Fonction valeur absolue



Fonction définie par morceaux



Ensemble de définition

Points à faire attention si ☺ = expression algébrique quelconque :

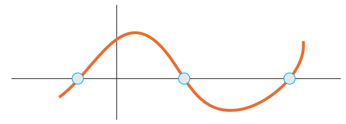
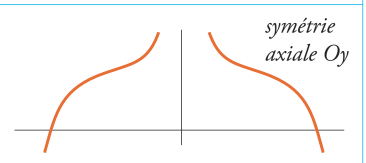
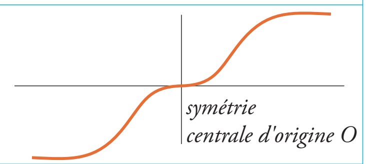
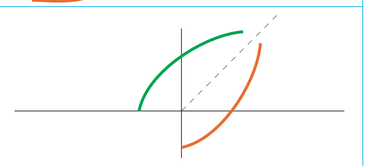
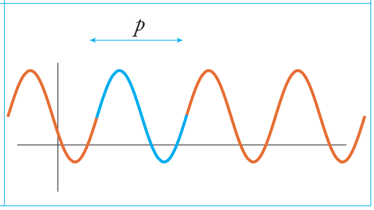
$$\begin{cases} \dfrac{1}{\text{☺}} & \Rightarrow \quad \text{☺} \neq 0 \\ \sqrt[n]{\text{☺}} & \Rightarrow \quad \text{☺} \geq 0 \qquad \textit{Seulement si } n \textit{ est pair} \\ \log_a(\text{☺}) & \Rightarrow \quad \text{☺} > 0 \qquad \textit{Quelle que soit la base du logarithme} \end{cases}$$

Exemple : $f(x) = \dfrac{x}{2-x} + \sqrt{x+5} - \log(10-x)$

- $2 - x \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq 2$ *condition pour le dénominateur*
- $x + 5 \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq -5$ *condition pour la racine carrée*
- $10 - x > 0 \quad \rightarrow \quad x < 10$ *condition pour le logarithme*

Conclusion : $x \in [-5\,;2[\cup]2\,;10[$

Compléments sur les fonctions

Zéros d'une fonction: valeurs de x tel que : $f(x) = 0$	
Fonction paire: $f(-x) = f(x)$ pour tout x du domaine de définition	
Fonction impaire : $f(-x) = -f(x)$ pour tout x du domaine de définition	
Fonction réciproque : $f^{-1}(x)$ $f^{-1}(f(x)) = f\left(f^{-1}(x)\right) = x$ pour tout x du domaine de définition	
Fonction périodique si : $f(x + k \cdot p) = f(x)$ pour tout x du domaine de définition et pour $k \in \mathbb{Z}$	

Analyse de données

Variable statistique

Qualitative	
Modalité	Effectif (n_i)
marié	3
divorcé	5
célibataire	2

Quantitative discrète	
Modalité (x_i)	n_i
3	3
4	5
5	2

Quantitative continue		
Classe	x_i	n_i
$[\,2\,;\,4\,[$	3	4
$[\,4\,;\,6\,[$	5	12
$[\,6\,;\,8\,[$	7	4

Définitions et formules de base

- X = caractère ou variable statistique
- k = nombre de modalités ou de classes (ci dessus $k = 3$)
- i = classe ou modalité numéro i, avec $i = 1, 2, 3, \ldots, k$
- b_{i-1} = borne inférieure de la classe courante i
- b_i = borne supérieure de la classe courante i
- L_i = longueur ou amplitude de la classe courante i

$$L_i = b_i - b_{i-1}$$

- x_i = centre de la classe courante i

$$x_i = \frac{b_{i-1} + b_i}{2}$$

- n_i = effectif correspondant à la modalité ou à la classe courante i
- N = total de la population

$$N = n_1 + n_2 + \cdots + n_k \qquad \text{ou encore} \qquad N = \sum n_i$$

- f_i = fréquence de la modalité ou de la classe courante i $\qquad f_i = n_i / N$

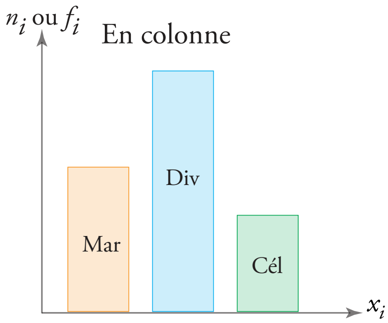
$$f_1 + f_2 + \cdots + f_k = 1 \qquad \text{ou encore} \qquad \sum f_i = 1$$

- F_i = fréquence cumulée de la modalité ou de la classe courante i $\qquad F_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_i$

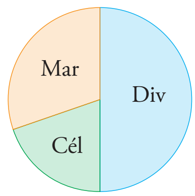
Représentation graphique

- Variable qualitative + quantitative discrète : diagramme

En colonne



En secteur

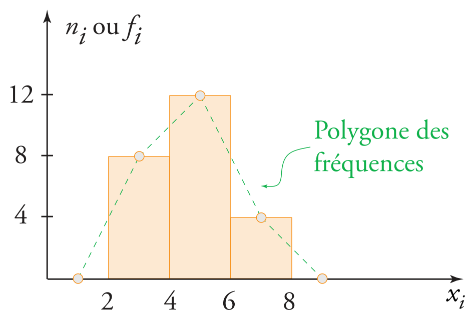


$\text{angle}_i = f_i \times 360°$

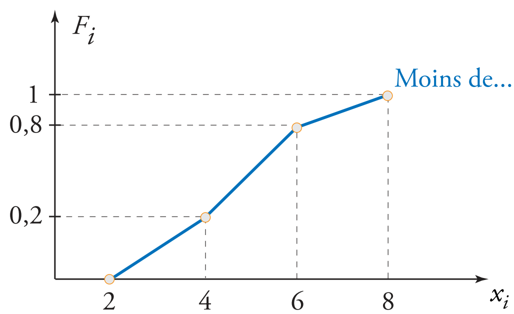
Pictogramme

- Variable quantitative continue : histogramme

Histogramme



Fréquences cumulées



Utilisation des fréquences cumulées

F_i = Proportion P d'individus ayant une valeur du caractère inférieure ou égale à x_i

$$F_i = P(X \leq x_i)$$

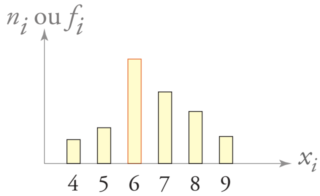
$$P(a < X \leq b) = F_b - F_a$$

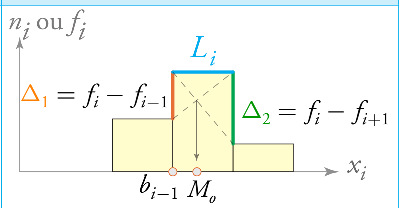
Exemple (graphique ci-dessus) : Proportion d'individus entre $]4\,;7] = F_7 - F_4$

- $F_7 = \frac{0,8+1}{2} = 0,9$ [*par interpolation*]
- $F_4 = 0,2$

Ainsi : $F_7 - F_4 = 0,9 - 0,2 = 0,7$ soit 70% des individus

Mesures de tendance centrale et de position

<table>
<tr><th>Mesure</th><th>Notation</th><th>Variable discrète</th><th>Variable continue</th></tr>
<tr><td>Mode</td><td>M_o</td><td>

$M_o = 6$</td><td>

$M_o = b_{i-1} + \dfrac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot L_i$</td></tr>
<tr><td>Médiane</td><td>M_e</td><td>Premier x_i dont $F_i > 0,5$
Si $F_i = 0,5 \rightarrow M_e = \dfrac{x_i + x_{i+1}}{2}$</td><td>$M_e = b_{i-1} + \dfrac{0,5 - F_{i-1}}{f_i} \cdot L_i$
Pour la 1ère classe i dont $F_i \geq 0,5$</td></tr>
<tr><td>Quartile 1</td><td>Q_1</td><td>Premier x_i dont $F_i \geq 0,25$</td><td>$Q_1 = b_{i-1} + \dfrac{0,25 - F_{i-1}}{f_i} \cdot L_i$
Pour la 1ère classe i dont $F_i \geq 0,25$</td></tr>
<tr><td>Quartile 3</td><td>Q_3</td><td>Premier x_i dont $F_i \geq 0,75$</td><td>$Q_3 = b_{i-1} + \dfrac{0,75 - F_{i-1}}{f_i} \cdot L_i$
Pour la 1ère classe i dont $F_i \geq 0,75$</td></tr>
</table>

- Calcul de la médiane dans le cas de N valeurs individuelles classées de manière croissante :

$$M_e = \begin{cases} x_{(N+1)/2} & \text{si } N \text{ est impair} \\ \frac{x_{N/2}+x_{N/2+1}}{2} & \text{si } N \text{ est pair} \end{cases}$$

- Moyenne arithmétique ($\overline{x}$)

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N} = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + \cdots + n_k \cdot x_k}{N} = f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k$$

ou de façon abrégée : $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{N} = \dfrac{\sum n_i \cdot x_i}{N} = \sum f_i \cdot x_i$

Mesures de dispersion

- Étendue $= \begin{cases} \text{différence entre plus grand et plus petit } x_i & \text{(discret)} \\ \text{amplitude totale } b_k - b_0 & \text{(continu)} \end{cases}$
- Écart interquartile ou semi-interquartile (Q)

$$Q = Q_3 - Q_1 \qquad \text{ou} \qquad Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

- Variance (σ^2) et écart-type (σ) d'une série groupée (x_i et f_i)

$$\sigma^2 = f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^2$$
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Formule de König : On calcule $\overline{x^2} = f_1 \cdot x_1^2 + f_2 \cdot x_2^2 + \cdots + f_k \cdot x_k^2$

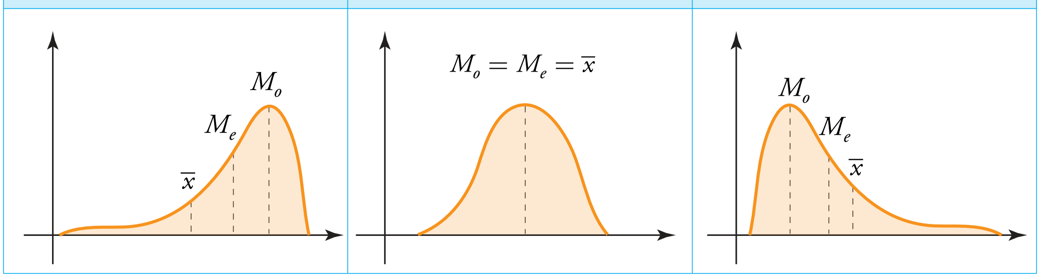
$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$$

- Coefficient de variation (CV)

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\overline{x}} \times 100 \quad (\text{CV} \geq 25\% \rightarrow \text{dispersé})$$

Mesures de l'asymétrie

Etirement à gauche	Symétrique	Etirement à droite



Les moments

- Moment centré d'ordre 3 : $\mu_3 = f_1(x_1 - \overline{x})^3 + f_2(x_2 - \overline{x})^3 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^3$
- Moment centré d'ordre 4 : $\mu_4 = f_1(x_1 - \overline{x})^4 + f_2(x_2 - \overline{x})^4 + \cdots + f_k(x_k - \overline{x})^4$

Principales mesures

- Coefficient de Yule (C_Y)

$$C_Y = \frac{Q_3 + Q_1 - 2\,M_e}{Q_3 - Q_1} \qquad \begin{cases} C_Y > 0 & \text{étirement à droite} \\ C_Y = 0 & \text{symétrique} \\ C_Y < 0 & \text{étirement à gauche} \end{cases}$$

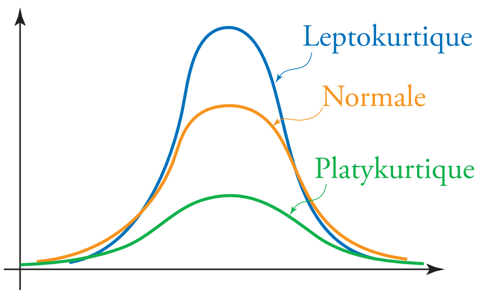
- Coefficient de Pearson (β_1)

$$\beta_1 = 3\frac{(\overline{x} - M_e)}{\sigma} \qquad \begin{cases} \beta_1 \to 1 & \text{étirement à droite} \\ \beta_1 \to 0 & \text{symétrique} \\ \beta_1 \to -1 & \text{étirement à gauche} \end{cases}$$

- Coefficient de Fisher (γ_1)

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \qquad \begin{cases} \gamma_1 > 0 & \text{étirement à droite} \\ \gamma_1 = 0 & \text{symétrique} \\ \gamma_1 < 0 & \text{étirement à gauche} \end{cases}$$

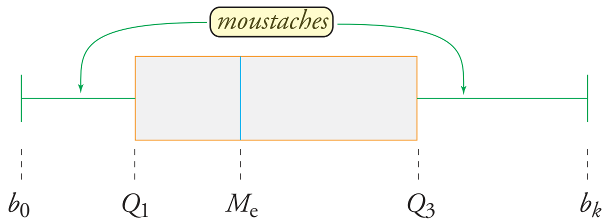
Mesure de l'aplatissement

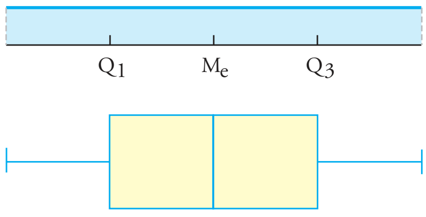


- Coefficient de Pearson (β_2)

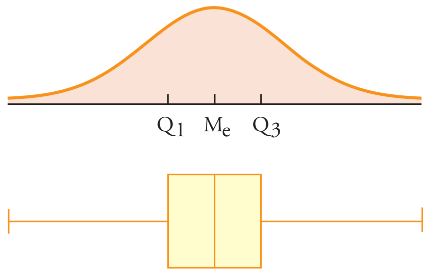
$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \qquad \begin{cases} \beta_2 > 3 \Rightarrow \text{leptokurtique} \\ \beta_2 = 3 \Rightarrow \text{normale} \\ \beta_2 < 3 \Rightarrow \text{platykurtique} \end{cases}$$

Boites à moustaches

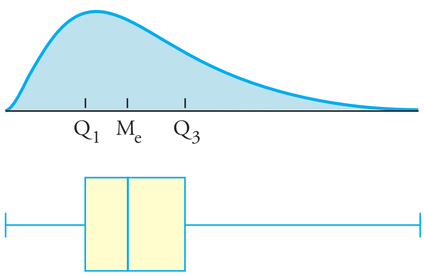




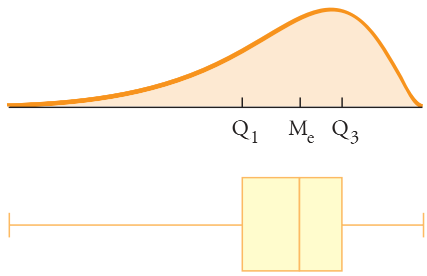
uniforme



en forme de cloche



asymétrie à droite



asymétrie à gauche

Valeurs aberrantes

Modification éventuelle des bornes b_0 et b_k avec signalisation par un petit point des valeurs de la série qui sortent de cet intervalle :

- b_0' = plus petite valeur observée de la série $\geq [Q_1 - 1,5 \times (Q_3 - Q_1)]$
- b_k' = plus grande valeur observée de la série $\leq [Q_3 + 1,5 \times (Q_3 - Q_1)]$

Probabilités et inférences statistiques

Probabilités

Notions d'événements et de probabilité

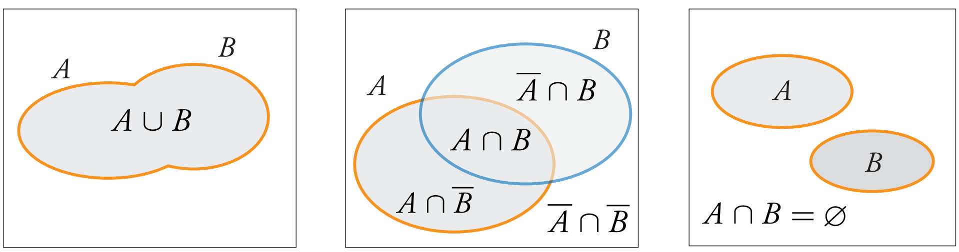
- U : univers (événement certain)
- $\varnothing$: événement impossible
- $\overline{A}$: événement complémentaire à A
- $A \cup B$: A union B (A ou B)
- $A \cap B$: A inter B (A et B)
- $P(A)$: probabilité de l'événement A

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Si les événements sont équiprobables

Propriétés

$P(U) = 1$	$P(\varnothing) = 0$	$0 \leq P(A) \leq 1$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$		$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B)$	
$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$		$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$	



Événements incompatibles et indépendants

- A et B sont incompatibles si : $A \cap B = \varnothing \quad \rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- A et B sont indépendants si : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

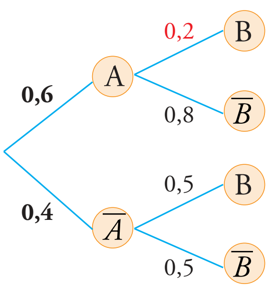
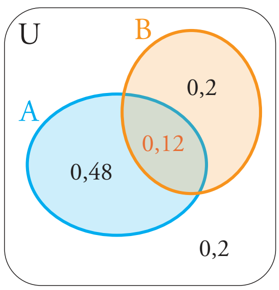
Probabilité géométrique

Objet à une dimension	Objet à 2 dimensions
$P(A) = \dfrac{\text{Longueur de } A}{\text{Longueur de } S}$ 	$P(A) = \dfrac{\text{Aire de } A}{\text{Aire de } S}$ 

Probabilité conditionnelle

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \text{Probabilité de } B \text{ sachant que } A \text{ s'est réalisé.}$$

Schémas classiques de calcul des probabilités

Arbre de probabilités	Diagramme de Venn	Table de contingence
		(voir ci-dessous)

	A	$\overline{A}$	Total
B	0,12	0,2	0,32
$\overline{B}$	0,48	0,2	0,68
Total	**0,6**	**0,4**	1

Probabilités associées :

- Probabilité à priori : $P(A) = 0,6$
- Probabilité composée : $P(A \cap B) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$
- Probabilité totale : $P(B) = 0,6 \times 0,2 + 0,4 \times 0,5 = 0,32$
- Probabilité conditionnelle : $P(B/A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0,12}{0,6} = 0,2$
- Probabilité à posteriori : $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,12}{0,32} = 0,375$

Variable aléatoire discrète

X prend les valeurs $x_1; x_2; \cdots x_n$ avec les probabilités $p_1; p_2; \cdots p_n$ telles que

$$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n = 1 \qquad \text{ou encore} \qquad \sum p_i = 1$$

Indicateur	Notation	Formule
Espérance mathématique	$E(X)$	$E(X) = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \cdots + p_n \cdot x_n$
Espérance des carrés	$E(X^2)$	$E(X^2) = p_1 \cdot x_1^2 + p_2 \cdot x_2^2 + \cdots + p_n \cdot x_n^2$
Variance	$V(X)$	$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ König
Écart type	$\sigma(X)$	$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Fonction de répartition

$$F(X) = P(X \leq x_i)$$
$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

Inférence statistique

Notations

Population		Echantillon	
Taille	N	Taille	n
Moyenne	μ	Moyenne	$\overline{x}$
Écart type	σ	Écart type	S
Proportion	π	Proportion	$f = n_i / n$

En inférence statistique, lorsque l'on travaille sur des échantillons, on utilise l'**écart type échantillonnal** S. Ce dernier sert alors d'**estimateur** de l'écart type de la population. L'écart type échantillonnal se calcule comme suit :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \qquad \text{valeur Sx sur les calculatrices TI}$$

Intervalles de confiance

Intervalle de confiance pour la moyenne d´une population

1. la moyenne de la population μ peut être estimée par la moyenne de l'échantillon $\overline{x}$.
2. l'écart-type de la population σ peut être estimé à partir de l'écart type échantillonnal S.

μ peut alors être estimé par encadrement comme suit : $\overline{x} \pm$ Marge d'erreur

$$\mu \in \left[\overline{x} - z \times \frac{S}{\sqrt{n}} \quad ; \quad \overline{x} + z \times \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

La valeur z se calcule comme suit :

Niveau de confiance	90%	95%	98%	99%
z	1,64	1,96	2,33	2,58

Conditions d'utilisation : $n \geq 30$

Intervalle de confiance pour une proportion dans une population

On choisit avec remise un échantillon aléatoire et, dans cet échantillon, on observe une proportion quelconque : $f = n_i/n$.
On peut alors inférer que la proportion π dans la population entière sera comprise dans l'intervalle de confiance suivant : $f \pm$ Marge d'erreur

$$\pi \in \left[f - z \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \quad ; \quad f + z \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right]$$

La valeur z se calcule comme suit :

Niveau de confiance	90%	95%	98%	99%
z	1,64	1,96	2,33	2,58

Conditions d'utilisation : $n \geq 30$ $\quad n \times f \geq 5$ $\quad n \times (1-f) \geq 5$

Intervalles de fluctuation et tests statistiques

Lorsque l'on travaille sur des tests statistiques on parle de **risque d'erreur** :

$$\text{Risque d'erreur} = 1 - \text{Niveau de confiance}$$

Test de comparaison d'une moyenne à une norme

Dans ce test, la question consiste à déterminer si la moyenne de la population annoncée μ, est égale ou différente à une moyenne calculée sur un échantillon $\overline{x}$.

1. Formulation des hypothèses nulles H_0 et alternatives H_1.

$$\begin{aligned} \text{Hypothèse nulle : } H_0 : &\quad \mu = \overline{x} \\ \text{Hypothèse alternative : } H_1 : &\quad \mu \neq \overline{x} \quad [\text{test bilatéral}] \end{aligned}$$

2. Choix du risque d'erreur et détermination de z.

Risque d'erreur	1%	2%	5%	10%
z	2,58	2,33	1,96	1,64

3. Calcul de l'intervalle de fluctuation :

$$\mu \pm z \times \frac{\sigma \text{ ou } S}{\sqrt{n}}$$

4. Acceptation de H_0 si $\overline{x} \in$ Intervalle de fluctuation

Conditions d'utilisation : $n \geq 30$

Test de comparaison d'une proportion à une norme

Dans ce test, la question est de déterminer si une proportion π annoncée est égale ou différente à une proportion f mesurée sur un échantillon.

1. On formule les hypothèses nulles H_0 et alternatives H_1 :

$$\begin{aligned} \text{Hypothèse nulle : } H_0 : &\quad \pi = f \\ \text{Hypothèse alternative : } H_1 : &\quad \pi \neq f \quad [\text{test bilatéral}] \end{aligned}$$

2. Choix du risque d'erreur et détermination de z.

Risque d'erreur	1%	2%	5%	10%
z	2,58	2,33	1,96	1,64

3. Calcul de l'intervalle de fluctuation :

$$\pi \pm z \times \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

4. Acceptation de H_0 si $f \in$ Intervalle de fluctuation

Conditions d'utilisation : $n \geq 30$ $\quad n \cdot \pi \geq 5$ $\quad n \cdot (1-\pi) \geq 5$

Géométrie

Trigonométrie

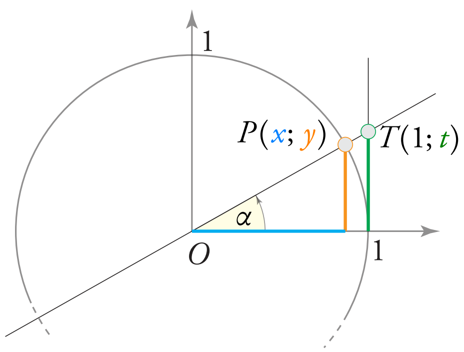
Conversion degrés-radians

$$\frac{\text{Degrés}}{180} = \frac{\text{Radians}}{\pi}$$

Quelques angles particuliers

DEG	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	360°
RAD	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π	2π

Cercle trigonométrique



$$\sin(\alpha) = y$$

$$\cos(\alpha) = x$$

$$\tan(\alpha) = t$$

Relations trigonométriques

$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$	$\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\dfrac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$

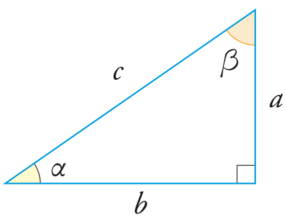
Valeurs exactes d'arcs particuliers

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan(\alpha)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

Relations entre certains arcs

$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$	$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$	$\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$
$\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$
$\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan(\alpha)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(\alpha)$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos(\alpha)$	

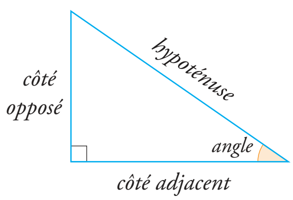
Trigonométrie dans le triangle rectangle



$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \qquad \cos(\alpha) = \frac{b}{c} \qquad \tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

$$\sin(\beta) = \frac{b}{c} \qquad \cos(\beta) = \frac{a}{c} \qquad \tan(\beta) = \frac{b}{a}$$

Pour retenir facilement ces trois formules, on peut utiliser le procédé mnémotechnique suivant : *sin-op-hyp cos-adj-hyp* et *tan-op-ad.*



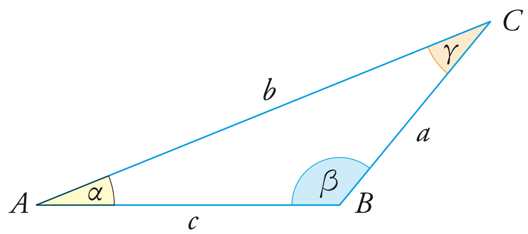
Trigonométrie dans le triangle quelconque

Théorème du sinus

$$\boxed{\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}}$$

Théorème du cosinus

$$\begin{array}{|l|}\hline a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos(\alpha) \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta) \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(\gamma) \\ \hline\end{array}$$

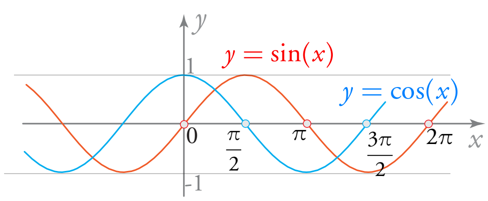


Équations trigonométriques élémentaires

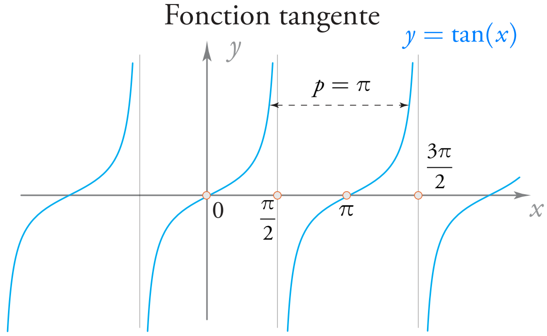
- $\cos(x) = a \quad\to\quad \begin{cases} x = \cos^{-1}(a) + k\cdot 2\pi \\ x = -\cos^{-1}(a) + k\cdot 2\pi \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- $\sin(x) = a \quad\to\quad \begin{cases} x = \sin^{-1}(a) + k\cdot 2\pi \\ x = \pi - \sin^{-1}(a) + k\cdot 2\pi \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- $\tan(x) = a \quad\to\quad \{\ x = \tan^{-1}(a) + k\cdot\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Fonctions trigonométriques élémentaires

Fonctions sinus et cosinus

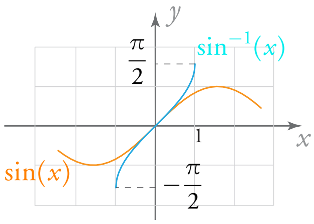


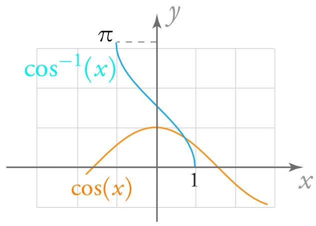
Fonction tangente

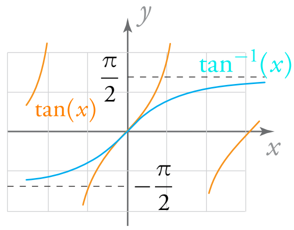


Fonctions trigonométriques réciproques

Fonction trigonométrique	Domaine de définition Valeurs pour x	Ensemble image Valeurs pour y
$\sin^{-1}(x)$	$[-1;1]$	$[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$
$\cos^{-1}(x)$	$[-1;1]$	$[0;\pi]$
$\tan^{-1}(x)$	$\mathbb{R}$	$]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$



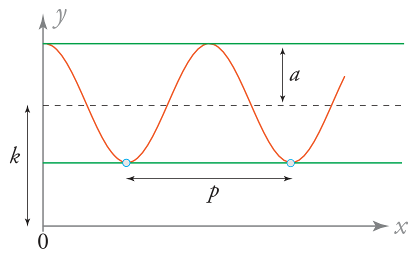




Fonctions sinusoïdales

Forme générale : $y = a \cdot \cos(b(x-h)) + k$ ou $y = a \cdot \sin(b(x-h)) + k$

- a = amplitude de la fonction (étirement vertical)
- p = période de la fonction
- b = étirement horizontal $\quad b = \dfrac{2\pi}{p}$
- h = déphasage (translation horizontale)
- k = hauteur de l'axe d'oscillation (ou translation verticale)



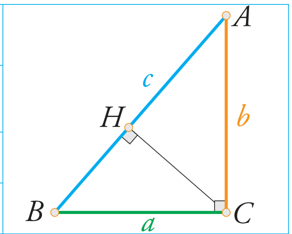
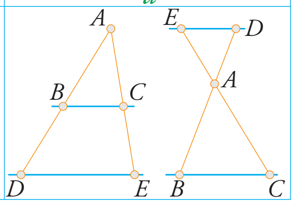
Coordonnées polaires

Soit r et φ les coordonnées polaires d'un point $P(x;y)$ dans le plan.

Polaires vers cartésiennes	Cartésiennes vers polaires
$x = r \cdot \cos(\varphi)$ $y = r \cdot \sin(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2+y^2}$ $\varphi = \tan^{-1}(y/x)$ à 180° près

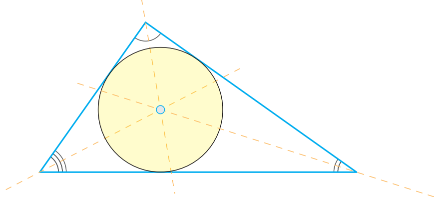
Géométrie du plan

Relations métriques

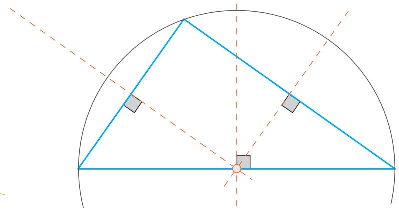
Théorème de Pythagore	$a^2 + b^2 = c^2$	
Théorème de la hauteur	$HC^2 = BH \cdot HA$	
Théorème d'Euclide	$BC^2 = BH \cdot BA$	
	$AC^2 = AH \cdot AB$	
Théorème de Thalès	$\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DE}$	

Droites particulières d'un triangle

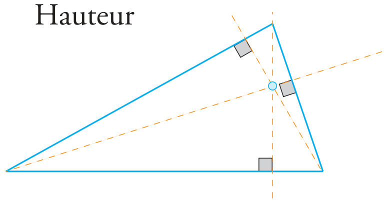
Bissectrice



Médiatrice

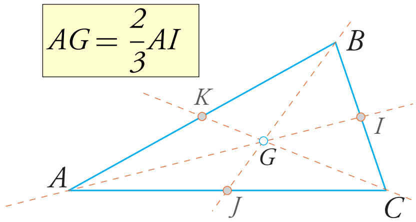


Hauteur



Médiane

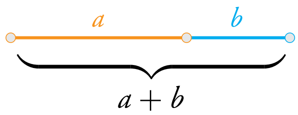
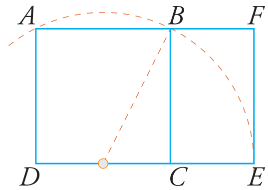
$$AG = \frac{2}{3}AI$$



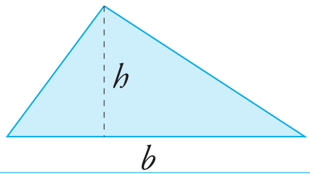
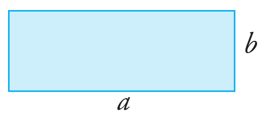
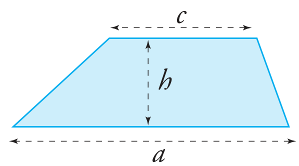
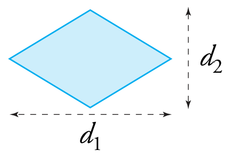
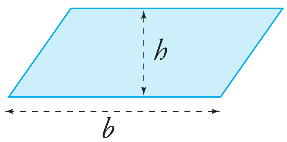
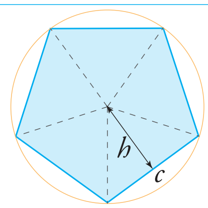
Somme des angles et diagonales

- La somme des angles internes d'un triangle vaut 180°.
- La somme des angles internes d'un polygone convexe à n côtés vaut $(n-2)\cdot 180°$.
- Le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n côtés vaut $\dfrac{n(n-3)}{2}$.

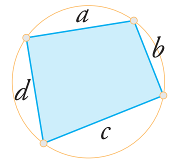
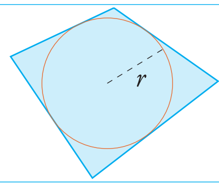
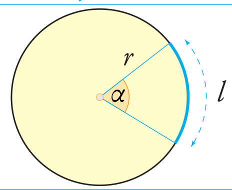
Section d'or et rectangle d'or

Section d'or	Rectangle d'or
	
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$	$$\frac{AF}{FE} = \frac{BC}{CE} \simeq 1,618$$

Aires de quelques figures élémentaires

Triangle	$\mathscr{A} = \frac{b \times h}{2}$	
Rectangle	$\mathscr{A} = a \cdot b$	
Trapèze	$\mathscr{A} = \frac{a+c}{2} \cdot h$	
Losange	$\mathscr{A} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$	
Parallélogramme	$\mathscr{A} = b \cdot h$	
Polygone régulier à n côtés	$\mathscr{A} = \frac{c \cdot h}{2} \cdot n$	

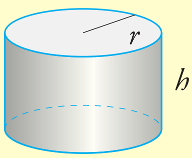
Aires de quelques figures élémentaires (suite...)

Quadrilatère inscrit	$p =$ demi-périmètre $\mathscr{A} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$	
Quadrilatère circonscrit	$p =$ demi-périmètre $\mathscr{A} = r \cdot p$	
Secteur circulaire	$l = 2\pi r \cdot \dfrac{\alpha}{360}$ $\mathscr{A} = \pi r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360}$	

Géométrie de l'espace

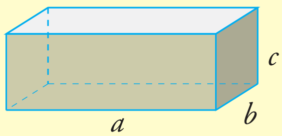
Volumes de quelques solides élémentaires

Cylindre



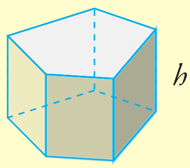
$\mathscr{V} = \pi r^2 h$

Parallélépipède



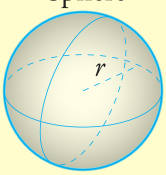
$\mathscr{V} = a \cdot b \cdot c$

Prisme



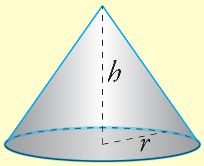
$\mathscr{V} =$ aire de base $\cdot\, h$

Sphère



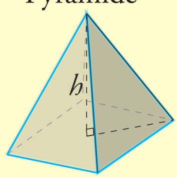
$\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

Cône



$\mathscr{V} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

Pyramide



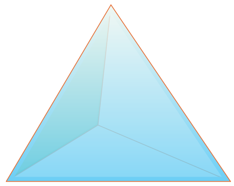
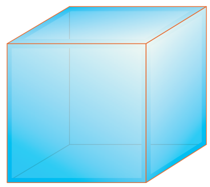
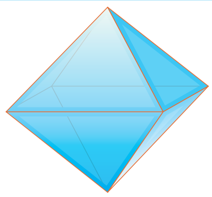
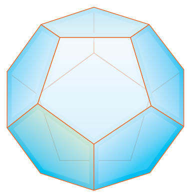
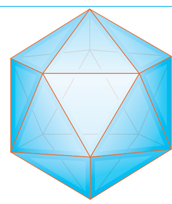
$\mathscr{V} = \dfrac{\text{aire de base} \cdot h}{3}$

Polyèdres platoniciens

A : nombre d'arêtes
S : nombre de sommets
F : nombre de faces
c : longueur des arêtes

$\mathscr{A}$: aire des faces
$\mathscr{V}$: volume

Formule d'Euler : $S - A + F = 2$

Tétraèdre	$S = 4 \quad A = 6 \quad F = 4$ $\mathscr{A} = \sqrt{3} \cdot c^2$ $\mathscr{V} = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot c^3$	
Hexaèdre (cube)	$S = 8 \quad A = 12 \quad F = 6$ $\mathscr{A} = 6c^2$ $\mathscr{V} = c^3$	
Octaèdre	$S = 6 \quad A = 12 \quad F = 8$ $\mathscr{A} = 2\sqrt{3} \cdot c^2$ $\mathscr{V} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot c^3$	
Dodécaèdre	$S = 20 \quad A = 30 \quad F = 12$ $\mathscr{A} = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \cdot c^2$ $\mathscr{V} = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4} \cdot c^3$	
Icosaèdre	$S = 12 \quad A = 30 \quad F = 20$ $\mathscr{A} = 5\sqrt{3} \cdot c^2$ $\mathscr{V} = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{12} \cdot c^3$	

Géométrie vectorielle dans le plan

- Règle de Chasles : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$
- Vecteurs colinéaires : $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ colinéaire à $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a_1 \cdot b_2 = a_2 \cdot b_1$
- Coordonnées du point A : $A(a_1; a_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$
- Milieu du segment AB : $M\left(\frac{a_1 + b_1}{2} ; \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$
- Centre de gravité du triangle ABC : $G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3} ; \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\right)$
- Norme d'un vecteur : $||\vec{a}|| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$
- Produit scalaire : $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \cos\alpha$
- Angle de deux vecteurs : $\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}||}$
- Vecteurs perpendiculaires : $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Droites

Pente d'une droite de vecteur directeur $\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$	$m = \frac{d_2}{d_1}$
Pente d'une droite passant par $A(a_1 ; a_2)$ et $B(b_1 ; b_2)$	$m = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1}$
Equation d'une droite de pente m passant par $(0 ; h)$	$y = mx + h$
Equation paramétrique d'une droite passant par $A(a_1 ; a_2)$ et de vecteur directeur $\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$
Deux droites de pentes m_1 et m_2 sont perpendiculaires si	$m_1 \cdot m_2 = -1$
Angle aigu de deux droites de pentes m_1 et m_2	$\tan(\alpha) = \left\lvert \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} \right\rvert$

Distances

Distance de $A(a_1 ; a_2)$ à $B(b_1 ; b_2)$	$\delta(A ; B) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$
Distance de $P(p_1 ; p_2)$ à la droite d d'équation: $ax + by + c = 0$	$\delta(P ; d) = \frac{\lvert a p_1 + b p_2 + c \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Géométrie vectorielle dans l'espace

- Coordonnées du point A : $A(a_1; a_2; a_3) \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
- Milieu du segment AB : $M\left(\dfrac{a_1+b_1}{2}; \dfrac{a_2+b_2}{2}; \dfrac{a_3+b_3}{2}\right)$
- Centre de gravité du triangle ABC : $G\left(\dfrac{a_1+b_1+c_1}{3}; \dfrac{a_2+b_2+c_2}{3}; \dfrac{a_3+b_3+c_3}{3}\right)$
- Norme d'un vecteur : $||\vec{a}|| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
- Produit scalaire : $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \cos \alpha$
- Angle de deux vecteurs : $\cos \alpha = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}||}$
- Vecteurs perpendiculaires : $\vec{a} \perp \vec{b} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

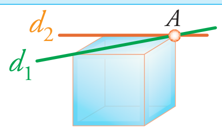
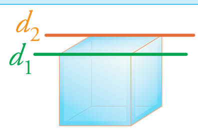
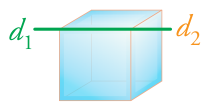
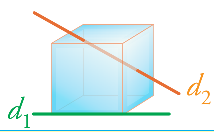
Droite et distance

On note d une droite passant par le point $A(a_1; a_2; a_3)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$

Un point $P(x; y; z)$ appartient à la droite d si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

Equation vectorielle	$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda \cdot \vec{d}$
Equation paramétrique	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$
Equation cartésienne	$\dfrac{x-a_1}{d_1} = \dfrac{y-a_2}{d_2} = \dfrac{z-a_3}{d_3}$

Position relative de deux droites

Coplanaires : il existe un plan contenant les deux droites			Non coplanaires
			
$d_1 \cap d_2 = \{A\}$	$d_1 \cap d_2 = \varnothing$	$d_1 \cap d_2 = d_1 = d_2$	$d_1 \cap d_2 = \varnothing$

Mathématiques économiques

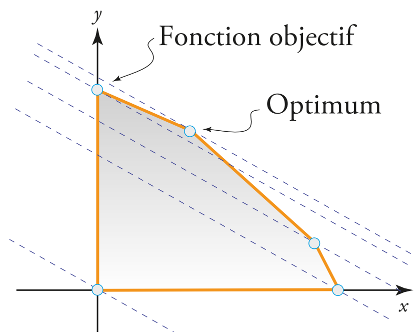
Programmation linéaire

- But : Maximiser ou minimiser une fonction $Z = a_1 x + b_1 y$ (fonction objectif) sous diverses contraintes linéaires de la forme

$$ax + by \gtreqless c \quad \text{ou} \quad x \gtreqless 0 \quad \text{ou} \quad y \gtreqless 0 \quad \text{etc...}$$

Marche à suivre :

1) Représenter graphiquement l'ensemble des contraintes => région
2) Déterminer tous les sommets de la région. (résolution de systèmes d'équation)
3) Calculer la valeur de Z à chaque sommet.
4) Choisir le ou les sommets donnant selon le problème un Z maximum ou minimum.



Taux de croissance

- Taux de croissance global i entre une valeur initiale V_0 et une valeur finale V_t :

$$i = \frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{V_t}{V_0} - 1$$

- Taux de croissance annuel moyen t_m sur n années :

$$t_m = \sqrt[n]{\frac{V_t}{V_0}} - 1$$

Mathématiques financières

C_0	Capital initial	r	Facteur de capitalisation $(r = 1 + i)$
C_n	Capital final	v	Facteur d'escompte $(v = 1/r)$
i	Taux d'intérêt annuel	d	Escompte de i $\left(d = \dfrac{i}{1+i}\right)$
n	Durée en année		

Formules de capitalisation

Intérêts simples	Intérêts composés
$C_n = C_0 \cdot (1 + ni)$	$C_n = C_0 \cdot r^n \quad \rightarrow \quad C_0 = C_n \cdot v^n$

Changement d'échelle

Par défaut, l'unité de temps est l'année. Si l'on souhaite travailler sur une base mensuelle, l'unité de temps devient le mois et l'intérêt annuel i est converti en un intérêt mensuel i_{12}.

... à intérêts simples	... à intérêts composés
$i_{12} = i/12$	$i_{12} = (1+i)^{1/12} - 1$

- Les taux semestriels i_2 ou trimestriels i_4 s'obtiennent par analogie.

Formules des rentes unitaires à intérêts composés

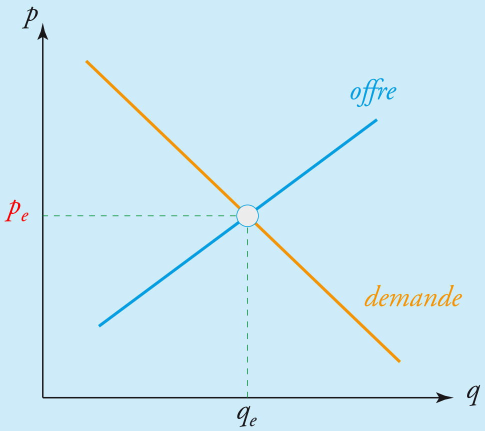
	Valeur actuelle	Valeur finale
Praenumerando	$\ddot{a}_{\overline{n}\rceil} = \dfrac{1 - v^n}{d}$	$\ddot{s}_{\overline{n}\rceil} = \dfrac{r^n - 1}{d}$
Postnumerando	$a_{\overline{n}\rceil} = \dfrac{1 - v^n}{i}$	$s_{\overline{n}\rceil} = \dfrac{r^n - 1}{i}$

Valeur finale V_n d'une suite de paiements praenumerando annuels P durant n années au taux annuel i	$V_n = P \cdot \ddot{s}_{\overline{n}\rceil}$
Mensualité M d'un crédit de montant V_0 remboursable en 60 mensualités payables postnumerando au taux annuel i	$V_0 = M \cdot a_{\overline{60}\rceil}$ avec : $i_{12} = (1+i)^{1/12} - 1$
Mensualité M d'un leasing de montant V_0 remboursable en 48 mensualités payables d'avance au taux annuel i avec une valeur résiduelle prévue de V_n	$V_0 = M \cdot \ddot{a}_{\overline{48}\rceil} + V_n \cdot v^{48}$ avec : $i_{12} = (1+i)^{1/12} - 1$

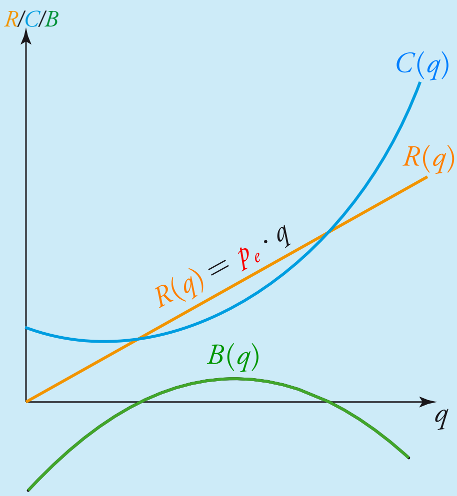
Formation des prix

Concurrence parfaite

Le prix d'équilibre est déterminé par la rencontre de l'offre et de la demande sur le marché



Avec ce prix d'équilibre p_e donné par le marché, la question est: Quelle quantité q produire pour maximiser le profit $B(q)$?



$$B(q) = R(q) - C(q)$$

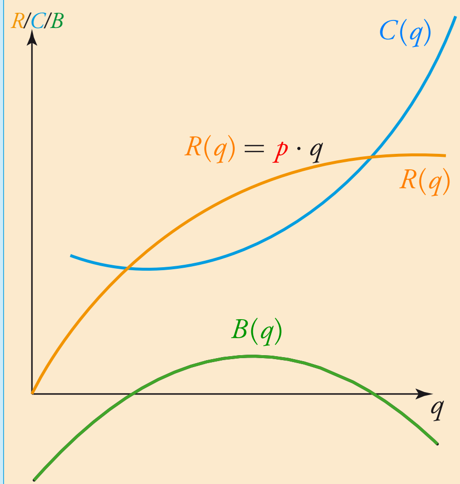
Monopole

Le prix, au lieu de lui être imposé, est une variable que le monopoleur doit déterminer.

Le prix, est lié à la demande qui lui est adressée par l'une ou l'autre des relations suivantes:

$$q = ap + b \quad \text{ou} \quad p = aq + b$$

La question est: Quelle quantité q produire pour maximiser le profit $B(q)$?



$$B(q) = R(q) - C(q)$$

Une fois la quantité q déterminée, on trouve le prix p qui permettra de vendre cette quantité (prix optimum).