



Fiche récapitulative des notions de Mathématiques

THEOREME DE PYTHAGORE

Th	Si ABC est un triangle rectangle en A Alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$
-----------	---

THEOREME DE THALES

Th	Si deux droites (AB) et (AC) sont sécantes en A et sont coupées par (MN) // (BC) Alors on a 3 rapports de longueurs qui sont égaux soit $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
-----------	--

TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

	S inus d'un angle = $\frac{\text{côté } \mathbf{O}pposé}{\mathbf{H}ypothénuse}$	SOH
	C osinus d'un angle = $\frac{\text{côté } \mathbf{A}djacent}{\mathbf{H}ypothénuse}$	CAH
	T angente d'un angle = $\frac{\text{côté } \mathbf{O}pposé}{\text{côté } \mathbf{A}djacent}$	TOA
	Sinus et le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1	
Prop 1	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	
Prop 2	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	

DROITES ET SEGMENTS

(AB) droite [AB] segment [AB] demi-droite AB longueur

CERCLE

Corde d'un cercle : segment dont les extrémités sont sur ce cercle

Arc de cercle : portion de cercle limitée par 2 points de ce cercle

Tangente d'un cercle : droite ayant un seul point commun avec un cercle (perpendiculaire au rayon)

Cercle circonscrit à un triangle : cercle passant par les 3 sommets du triangle

ANGLES

Angle aigu : $\widehat{ABC} < 90^\circ$

Angle obtus : $90^\circ < \widehat{ABC} < 180^\circ$

Angle saillant : $\widehat{ABC} > 180^\circ$

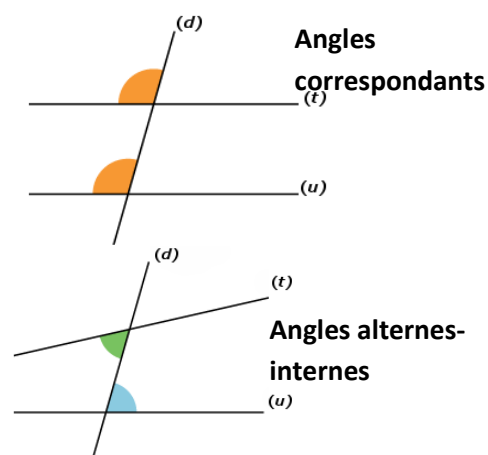
Angle rentrant : $\widehat{ABC} > 180^\circ$

Angles complémentaires : la somme de leur mesure est égale à 90°

Angles supplémentaires : la somme de leur mesure est égale à 180°

Angles adjacents : ils ont un sommet et un côté en commun

Bissectrice d'un angle est une droite qui par le sommet de l'angle et qui partage l'angle en deux angles égaux



TRIANGLES

La **somme des angles** d'un triangle est 180° .

La **hauteur** : droite perpendiculaire à un côté et passant par le sommet opposé

La **médiane** : droite qui passe par le milieu d'un côté et par le sommet opposé

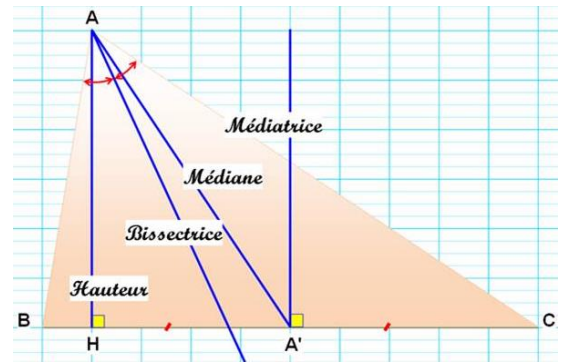
La **médiatrice** : médiatrice de l'un de ses côtés

La **bissectrice** : bissectrice de l'un de ses angles

Le triangle **isocèle** : triangle avec deux côtés de même longueur.

Les angles de la base sont égaux.

Le triangle **équilatéral** : triangle qui a trois côtés de même longueur. Les 3 angles sont égaux.



TRANSFORMATIONS

Symétrie axiale : symétrie orthogonale par rapport à une droite

Le **symétrique d'une figure F** par rapport à une droite (d) est l'**ensemble (F')** de toutes les images des points de F par cette symétrie.

Propriétés : conservation de l'alignement, des longueurs, du milieu, des angles, du parallélisme et de la perpendicularité

Symétrie centrale : symétrie par rapport à un point

Le **symétrique d'une figure F** par rapport à un point est l'**ensemble (F')** de toutes les images des points de F par cette symétrie.

Propriétés : conservation de l'alignement, des longueurs, du milieu, des angles, du parallélisme et de la perpendicularité. L'image d'une droite par rapport à un point est **une droite parallèle**.

AGRANDISSEMENT ET REDUCTIONS

On multiplie toutes les longueurs d'une figure par un coefficient k positif.

Si $k > 1$ = agrandissement

Si $k < 1$ = réduction

Propriétés : L'agrandissement et la réduction conservent les angles, l'alignement, le parallélisme, le milieu d'un segment.

SYSTEME DE NUMERATION

Exemple Base 6 : seulement chiffres de 0 à 5

Base 6 > la base 10

6^2	6^1	6^0
2	3	5

$$\begin{aligned}235^6 &= 2 \times 6^2 + 3 \times 6^1 + 5 \times 6^0 \\ &= 2 \times 36 + 3 \times 6 + 5 \times 1 \\ &= 72 + 18 + 5 \\ &= 95 \text{ en base 10}\end{aligned}$$

Base 10 > base 5

$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$
3	2	3	2

$$\begin{aligned}442 &= \text{Dans } 442 \text{ on a } 3 \times 125 \text{ (reste } 67) \\ &= \text{Dans } 67 = 2 \times 25 \text{ (reste } 17) \\ &= \text{Dans } 17 = 3 \times 5 \text{ (reste } 2) \\ &= \text{Dans } 2 = 2 \times 1 \text{ (reste } 0) \\ &= 3232^5\end{aligned}$$

CALCUL SUR NOMBRES RELATIFS

Addition

2 nombres de même signe, leur somme est de même signe

$$(-a) + (-b) = (-c)$$

2 nombres sont de signes contraires, leur somme prend le signe du nombre qui a la plus grande valeur $a + b = c$

Soustraction

Soustraire un entier relatif, c'est **ajouter son opposé**

$$a - b = a + (-b)$$

Multiplication

produit de deux entiers de **même signe est un entier positif** = (+) X (+) = (+) et (-) X (-) = (+)

$$a \times b = c$$

$$(-a) \times (-b) = c$$

produit de deux entiers de **signes contraires est négatif** = (+) X (-) = (-)

$$a \times (-b) = (-c)$$

Division

Diviser c'est **multiplier par son inverse** $a : b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

$$(-a) : (-b) = -a \times -\frac{1}{b} = \frac{a}{b}$$

$$(-a) : b = -a \times \frac{1}{b} = -\frac{a}{b}$$

LES FRACTIONS

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

$$\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{a \times d}{c \times b}$$

LES PUISSANCES ET RACINES CARREES

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

PRIORITES DANS LES CALCULS

1/ les parenthèses (on commence par les plus intérieures)

2/ les puiſſances et les racines carrées

3/ les multiplications et les divisions

4/ les additions et les soustractions

CRITERES DE DIVISIBILITE

2 : se finit par chiffre **pair**

3 : la somme de ses chiffres est **divisible par 3**

4 : le nombre formé par ses **deux derniers chiffres est divisible par 4**

5 : se finit par **0 ou 5**

6 : divisible **par 2 ou 3**

8 : le nombre formé par ses **trois derniers chiffres est divisible par 8**

9 : la somme de ses chiffres est **divisible par 9**

10 : se finit **par 0**

11 : la différence entre la somme des chiffres des rangs pairs et la somme des chiffres des rangs impairs est multiple de 11

DIVISEURS D'UN NOMBRE

Si $n = a^p \times b^q \times c^r$ Alors le nombre de diviseurs est égal à $(p+1) \times (q+1) \times (r+1)$

PPCM

Tous les différents facteurs premiers avec **exposants les plus élevés**

$$72 = 2^3 \times 3^2 \quad \text{et}$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{PPCM}(72 ; 90) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$$

PGCD

Tous les facteurs communs avec **exposants les plus petits**

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2$$

$$\text{PGCD}(42 ; 98) = 2 \times 7 = 14$$

CALCUL LITTERAL

Propriété de distributivité simple $a(b+c) = ab + ac$

Propriété de double distributivité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Identités remarquables $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

FONCTIONS NUMERIQUES

Le **coefficient directeur** (pente) de la droite est a.

Si $a > 0$ fonction **croissante**.

Si $a < 0$ fonction **décroissante**

Fonctions linéaires : $f(x) = ax$

La droite passe par l'origine. L'équation de la droite est $y = ax$.

Fonctions affines : $f(x) = ax + b$

La droite ne passe pas par l'origine si $b \neq 0$. L'équation de la droite est $y = ax + b$.

Pour trouver l'équation d'une droite : remplacer les coordonnées de deux points (x ; y) et trouver les deux inconnues a et b dans les équations $y=ax+b$.

PROBABILITES

Issue : résultat possible (lancer de dé = 6 issues)

Évènement : Ensemble des résultats pour une issue (lancer de dé = « obtenir un nombre pair »)

Propriété 1 : probabilité d'un évènement = $\frac{\text{Nombre de résultats favorables à la réalisation de l'évènement}}{\text{Nombre de résultats possibles}}$

Propriété 2 : **probabilité comprise entre 0 et 1**

Propriété 3 : **la somme des probabilités** de toutes les issues d'une expérience aléatoire **est égale à 1**.

Propriété 4 : **L'évènement contraire à A est « non A »** On a $p(A) + p(\text{non } A) = 1$
donc probabilité de l'évènement contraire à **A est = $1 - p(A)$**

PROPORTIONNALITE

C'est l'égalité de deux rapports $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
a et d sont les **extrêmes** et b et c sont les **moyens**

Pour que 4 nombres forment une proportion, il faut que le produit des extrêmes soit égal au produit des moyens.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$

Dans une proportion, on peut intervertir les moyens, intervertir les extrêmes ou remplacer chaque rapport par son inverse

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (rapport inversé)

alors $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ (extrêmes intervertis)

alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (moyens intervertis)

Deux suites sont proportionnelles si on peut passer de chaque terme de l'une au terme correspondant de l'autre suite par un même opérateur multiplicatif, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Il existe donc une **fonction linéaire** telle que $f(x) = ax$.

Propriété 1 : Propriétés relatives à l'ordre

Si le coefficient de proportionnalité est positif, la proportionnalité respecte l'ordre.

Si le coefficient de proportionnalité est négatif, la proportionnalité inverse l'ordre.

Propriété 2 : Propriété additive de linéarité

La somme de deux termes a pour image la somme des images.

Propriété 3 : Propriété multiplicative de linéarité

Le double, le triple (...) d'un nombre a pour image le double, le triple (...) de son image.

Propriété 4 : Propriété des « rapports égaux »

Tous les rapports obtenus en faisant le quotient d'un nombre de la 2ème suite par son image dans la 1ère suite sont égaux

Propriété 5 : Propriété dite « du produit en croix »

Propriété 6 : Propriété des écarts

VITESSE

Pour calculer une distance parcourue d

$$d = vt$$

Pour calculer la vitesse moyenne v sur le parcours considéré

$$v = \frac{d}{t}$$

Pour calculer la durée du parcours t

$$t = \frac{d}{v}$$

POURCENTAGE

Pourcentage simple :

Exemple : 20% d'un prix de 50 euros, soit 10 euros.

20 (p)	100
10 (x)	50 (a)

$$\underline{20\% \text{ de } 50 \text{ euros}} = 50 \times 0,2 \quad \text{soit } x = a \times \frac{p}{100}$$

$$\text{Calculer un pourcentage : } p = \frac{x \times 100}{a}$$

$$\text{Retrouver une quantité à laquelle a été appliqué un pourcentage : } a = \frac{x \times 100}{p}$$

Augmentation et diminution en pourcentage :

$$p\% = \frac{p}{100}$$

Valeur initiale	$p\%$	Résultat final
50 (a)	20%	60 (b)

$$\underline{\text{Total après } 20\% \text{ augmentation}} = 50 \times (1 + 0,2) \quad \text{soit } b = a \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$\underline{\text{Total après } 20\% \text{ diminution}} = 50 \times (1 - 0,2) \quad \text{soit } b = a \times \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

ECHELLE

Si 1cm sur papier alors 250cm sur le terrain soit un coefficient de proportionnalité de $1/250$.

STATISTIQUES

Population : ensemble faisant l'objet d'une étude

Individu : élément de la population étudiée

Caractère : valeurs / aspects étudiés de cette population

Effectif d'une valeur d'un caractère : nombre d'individus ayant l'une des valeurs d'un caractère

Fréquence d'une valeur d'un caractère : quotient de l'effectif de cette valeur

Paramètres de position : caractérisent l'ordre de grandeur des données = **moyenne, médiane**

Paramètres de dispersion : caractérisent la façon dont les données se répartissent les unes par rapport aux autres = **étendue, quartiles**.

Caractéristiques de position

La moyenne : valeur unique d'une série obtenu en ajoutant toutes les valeurs ensemble et en les divisant par l'effectif total de la série (caractère).

La médiane : nombre qui sépare la moitié des valeurs les plus basses de la moitié des valeurs les plus hautes. partage une population en 2 populations de même effectif.

Si effectif impair : nombre qui se trouve au milieu

Si effectif pair : moyenne des deux nombres qui se trouvent au milieu

Caractéristiques de dispersion

L'étendue : différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'une série.

Le 1^{er} quartile Q1 = plus petite valeur de la série telle que 25% des valeurs lui soient inférieures.

Le 3^{ème} quartile Q3 = plus petite valeur de la série telle que 75% des valeurs lui soient inférieures.