CYCLE D'ORIENTATION DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

MATHÉMATIQUES
9E

S, L, M, GnivA – NA

DÉPARTEMENT DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE
GENÈVE 1995
11.038.48

Table des matières

Chapitre 1

Les ensembles de nombres

Théorie

1.1 Les ensembles de nombres

1.1.1 L'ENSEMBLE $\mathbb{N}$

Comme dans le manuel de 8e , nous utiliserons les notations:

$\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;\ldots\}$ ($\mathbb{N}$ est appelé l'ensemble des entiers naturels, ou encore l'ensemble des nombres naturels)

$\mathbb{N}^* = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;\ldots\}$ ($\mathbb{N}$ est appelé l'ensemble des entiers positifs, ou encore l'ensemble des nombres naturels positifs).

Chaque fois qu'on additionne deux entiers naturels, leur somme est un entier naturel. Par exemple,

$$7 \in \mathbb{N}$$

$$9 \in \mathbb{N}$$

$$7+9 = 16 \quad \text{et} \quad 16 \in \mathbb{N}.$$

Mais si on soustrait un entier naturel d'un autre, leur différence n'est pas forcément un entier naturel. Par exemple,

$$\begin{gathered} 7 \in \mathbb{N} \\ 9 \in \mathbb{N} \\ \text{mais} \qquad 7-9 = -2 \quad \text{et} \quad -2 \notin \mathbb{N}. \end{gathered}$$

1.1.2 DE $\mathbb{N}$ VERS $V\mathbb{Z}$

L'exemple qu'on vient de voir ($7-9=-2$) montre que la soustraction n'est pas toujours possible dans $\mathbb{N}$.

On « étend » alors $\mathbb{N}$ à l'ensemble des **entiers relatifs**, qu'on désigne par $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z}=\{\ldots\,;\,-2\,;\,-1\,;\,0\,;\,+1\,;\,+2\,;\,+3\,;\,...\}.$$

On a alors: $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

La somme, le produit, la différence de deux entiers relatifs est encore un entier relatif.

Mais si on divise un entier relatif par un autre, leur quotient n'est pas forcément un entier relatif. Par exemple,

$$\begin{aligned} -3 &\in \mathbb{Z} \\ +4 &\in \mathbb{Z} \\ \text{mais} \quad (-3):(+4) &= -0{,}75 \text{ et } -0{,}75 \notin \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

1.1.3 DE $\mathbb{Z}$ VERS $\mathbb{Q}$

L'exemple $(-3):(+4)=-0{,}75$ montre que la division n'est pas toujours possible dans $\mathbb{Z}$.

On « étend » alors $\mathbb{Z}$ à l'ensemble des **nombres rationnels**, qu'on désigne par $\mathbb{Q}$.

Un **nombre rationnel** est le quotient de deux entiers. On peut l'écrire sous la forme d'une fraction $\dfrac{a}{b}$ (avec a et b entiers et $b \neq 0$).

On peut aussi écrire un nombre rationnel en base 10.

Lorsqu'on écrit un nombre rationnel en base 10, son écriture est finie, ou illimitée et périodique.

Et tout nombre dont l'écriture en base 10 est finie, ou illimitée et périodique est un nombre rationnel (c'est-à-dire qu'il peut aussi s'écrire sous la forme d'une fraction).

Voici quelques exemples de nombres avec une écriture finie en base 10 :

$0{,}3=\dfrac{3}{10}$ $\quad 0{,}6=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$ $\quad 0{,}5=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$ $\quad 0{,}75=\dfrac{75}{100}=\dfrac{3}{4}$

(**Rappel :**Un nombre qui a une écriture finie en base 10 s'appelle un **nombre décimal**.)

Et voici quelques exemples de nombres avec une écriture illimitée et périodique en base 10 :

$0{,}\overline{3}=\dfrac{1}{3}$ $\quad 0{,}\overline{6}=\dfrac{2}{3}$ $\quad 0{,}1\overline{6}=\dfrac{1}{6}$ $\quad 0{,}\overline{36}=\dfrac{4}{11}$

(en surlignant des chiffres, on indique qu'ils se répètent indéfiniment).

$\boxed{\text{Exercices 1 à 6}}$

Remarques

1) On a: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

2) Dans la vie courante, une écriture comme $5\frac{1}{4}$ représente

$$5+\frac{1}{4}=\frac{20}{4}+\frac{1}{4}=\frac{21}{4}.$$

Cette écriture explicite le plus grand entier contenu dans une fraction.
Cette écriture n'est pas employée en mathématiques.

1.1.4 DE $\mathbb{Q}$ VERS $\mathbb{R}$

Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels, c'est-à-dire qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers, et $b \neq 0$.

Ce sont les nombres dont l'écriture en base 10 est illimitée et non périodique.

Par exemple, on démontre en mathématiques que les écritures en base 10

de π	$\pi = 3{,}14159265\ldots$
de $\sqrt{2}$	$\sqrt{2} = 1{,}414213\ldots$
de $\sqrt{\frac{3}{7}}$	$\sqrt{\frac{3}{7}} = 0{,}65465367\ldots$

sont illimitées et non périodiques. Donc π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{3}{7}}$ ne sont pas des nombres rationnels.

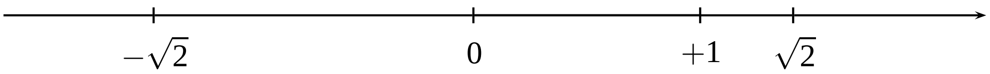
On étend alors $\mathbb{Q}$ à l'ensemble des **nombres réels**, qu'on désigne par $\mathbb{R}$.

$\mathbb{R}$ est l'ensemble de tous les nombres qui peuvent s'écrire en base 10.

$\boxed{\text{Exercices 7 à 10}}$

Remarques

1) On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
2) L'ensemble des nombres réels peut être représenté par l'ensemble des points d'une droite orientée, sur laquelle on a choisi un point origine « 0 » et un point unité « 1 ».



1.1.5 RÉSUMÉ DES PROPRIÉTÉS DES OPÉRATIONS DANS $\mathbb{R}$

PROPRIÉTÉS	ADDITION	MULTIPLICATION	SOUS-TRACTION	DIVISION
OPÉRATION INTERNE pour tous réels a, b	$a+b \in \mathbb{R}$	$a \cdot b \in \mathbb{R}$	$a-b \in \mathbb{R}$	$a : b \in \mathbb{R}$ si $b \neq 0$
COMMUTATIVITÉ pour tous réels a, b, c	$a+b=b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$	–	–
ASSOCIATIVITÉ pour tous réels a, b, c	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	–	–
ÉLÉMENT OPPOSÉ pour tout réel a	$a+(-a)=(-a)+a=0$	–	–	–
ÉLÉMENT INVERSE pour tout réel $a \neq 0$	–	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$	–	–
pour tout réel a	$a+0=0+a=a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	–	–
pour tout réel a	–	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	–	–

En plus, pour tous nombres réels a, b, c on a la propriété de distributivité:

$$\boxed{\begin{array}{rcl} a \cdot (b+c) & = & a \cdot b + a \cdot c \\ \text{et} & & \\ a \cdot (b-c) & = & a \cdot b - a \cdot c \end{array}}$$

ATTENTION On ne divise pas par 0. Par exemple, $\frac{5}{0}$ n'est pas défini.

Exercices 11 à 22

1.2 LES PUISSANCES

1.2.1 RAPPEL DE 8$^{\text{e}}$: PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF

Une puissance est un produit dont tous les facteurs sont égaux.

Par exemple, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ est le produit de 4 facteurs, tous égaux à $\frac{2}{3}$.

La notation « puissance » permet d'écrire plus brièvement ce produit:

on note $$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

ce qui se lit : « deux tiers à la puissance quatre »
ou plus simplement : « deux tiers puissance quatre ».

D'une manière générale, si a est un nombre quelconque et si n est un entier, avec $n > 0$, on note:

$$\boxed{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ facteurs}} = a^n}$$

On appelle a^n « la puissance n^{e} de a ». Le symbole a^n se lit:
« a puissance n ».

Dans le symbole a^n

- l'entier n s'appelle l'exposant
- le nombre a s'appelle la base.

Dans les exemples suivants, l'exposant est chaque fois un entier positif. On parle dans ce cas de « puissances d'exposant positif » :

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$
$$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^3$$
$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5.$$

Remarques

1) Par définition, on écrit: $a^0 = 1$, si $a \neq 0$ (0^0 n'est pas défini).
2) $a^1 = a$ (on n'écrit pas l'exposant 1).
3) La puissance 2ème d'un nombre s'appelle le **carré** de ce nombre.
   La puissance 3ème d'un nombre s'appelle le **cube** de ce nombre.

1.2.2 PROPRIÉTÉS DES PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF

Produit de puissances d'un même nombre

On a vu en 8$^{\text{e}}$ que si a est un nombre et si m et n sont des entiers avec $m > 0$ et $n > 0$, alors

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

Exemples $\quad 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 \qquad (0{,}6)^5 \cdot (0{,}6)^4 = (0{,}6)^9$

Quotient de puissances d'un même nombre

Calculons le quotient $\frac{5^7}{5^4}$. On a:

$$\frac{5^7}{5^4} = \frac{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}{5\cdot5\cdot5\cdot5}$$

et en simplifiant la fraction de droite, on voit que

$$\frac{5^7}{5^4} = 5\cdot5\cdot5$$

c'est-à-dire que $\frac{5^7}{5^4} = 5^3.$

C'est un exemple de la règle suivante: si a est un nombre avec $a \neq 0$ et si m et n sont des entiers positifs avec $m > n > 0$, alors

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

Si on prend $a = 5$, $m = 7$ et $n = 4$, on retrouve l'exemple précédent. Voici d'autres exemples:

$$\frac{(-6)^5}{(-6)^2} = (-6)^3 \qquad \frac{4^8}{4^3} = 4^5$$

Puissance d'un produit

Calculons $(2\cdot5)^3$. On a:

$$(2\cdot5)^3 = (2\cdot5)\cdot(2\cdot5)\cdot(2\cdot5)$$

ce qu'on peut écrire aussi:

$$(2\cdot5)^3 = 2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5$$

ou encore:

$$(2\cdot5)^3 = 2^3\cdot5^3.$$

Cet exemple illustre la règle suivante: si a et b sont des nombres et si n est un entier positif ($n > 0$), alors

$$\boxed{(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n}$$

L'exemple ci-dessus s'obtient en prenant $a = 2$, $b = 5$ et $n = 3$.

Voici encore deux exemples:

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5 \qquad (3\cdot\frac{3}{5})^2 = 3^2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

Puissance d'une puissance

Calculons $(2^4)^3$. On a:

$$(2^4)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4$$

ce qu'on peut aussi écrire:

$$(2^4)^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$$

ou plus brièvement:

$$(2^4)^3 = 2^{12}.$$

C'est un exemple de la règle suivante: si a est un nombre et si m et n sont des entiers positifs ($m > 0$ et $n > 0$), alors

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

En prenant $a = 2$, $m = 4$ et $n = 3$, on retrouve l'exemple ci-dessus. Donnons encore deux exemples:

$$(7^5)^3 = 7^{15} \qquad\qquad (\pi^2)^4 = \pi^8$$

1.2.3 PUISSANCES D'EXPOSANT NÉGATIF OU NUL

Rappelons d'abord que, par définition,

$$\boxed{a^0 = 1 \quad \text{si} \quad a \neq 0}$$

On peut aussi définir les puissances d'exposant négatif. Voici comment: si a est un nombre avec $a \neq 0$ et si n est un entier positif ($n > 0$), on écrit, par définition,

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{si} \quad a \neq 0}$$

Par exemple,

$$5^{-1} = \frac{1}{5} \qquad\qquad \pi^{-2} = \frac{1}{\pi^2}$$

Les mathématiciens ont démontré qu'avec ces deux définitions, les formules du paragraphe précédent restent vraies avec des exposants positifs, négatifs ou nuls.

On a donc, si a est un nombre ($a \neq 0$) et si m et n sont des entiers:

$$\boxed{\begin{array}{rcl} a^m \cdot a^n &=& a^{m+n} \\ \dfrac{a^m}{a^n} &=& a^{m-n} \\ (a \cdot b)^n &=& a^n \cdot b^n \\ (a^m)^n &=& a^{m \cdot n} \end{array}}$$

Voici deux exemples de chacune de ces règles:

$2^5 \cdot 2^{-3} = 2^2$

$10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-2}$

$\dfrac{(0{,}4)^2}{(0{,}4)^5} = (0{,}4)^{-3} = \dfrac{1}{(0{,}4)^3}$

$\dfrac{\pi^3}{\pi^5} = \pi^2 = \dfrac{1}{\pi^2}$

$(3 \cdot 11)^2 = 3^2 \cdot 11^2$

$(5 \cdot 9)^{-2} = 5^{-2} \cdot 9^{-2}$

$(4^{-2})^3 = 4^{-6}$

$(5^3)^{-1} = 5^{-3}$

1.2.4 LES PUISSANCES DE 10

Les puissances de 10 sont souvent utilisées par les scientifiques pour exprimer des nombres très grands ou très petits. L'exposant est un nombre entier positif, négatif ou nul.

Exemples

$$
\begin{aligned}
10^3 &= 1000\\
10^2 &= 100\\
10^1 &= 10\\
10^0 &= 1\\
10^{-1} &= \frac{1}{10^1} = 0{,}1\\
10^{-2} &= \frac{1}{10^2} = 0{,}01\\
10^{-3} &= \frac{1}{10^3} = 0{,}001
\end{aligned}
$$

On observe que

$$\boxed{10^n = 1\underbrace{0.....0}_{n\text{zéros}} \quad \text{si} \quad n > 0}$$

et que

$$\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{0.....01}_{\substack{n \text{ chiffres}\\ \text{après}\\ \text{la virgule}}} \quad \text{si} \quad n > 0}$$

Voici quelques exemples de calculs avec des puissances de 10:

$$
\begin{aligned}
10^2 \cdot 10^3 &= 10^5 = 100000\\
10^{-3} \cdot 10^{-2} &= 10^{-5} = 0{,}00001\\
10^7 \cdot 10^{-3} &= 10^4 = 10000\\
\frac{10^4}{10^7} &= 10^{-3} = 0{,}001
\end{aligned}
$$

Exercices 23 à 39

1.3 RACINES CARRÉES ET RACINES CUBIQUES

1.3.1 RAPPEL DE 8ᵉ : RACINES CARRÉES

Il existe un nombre positif dont le carré est égal à 49. Ce nombre est 7, puisque $7^2 = 49$. On peut écrire :

$$six > 0etx^2 = 49,alorsx = 7.$$

On dit que 7 est **la racine carrée** de 49 et on écrit : $\sqrt{49} = 7$.

Plus généralement, la racine carré d'un nombre positif a est **le nombre positif** x, tel que $x^2 = a$. La racine carrée de a se note: $\sqrt{a}$.

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

La racine carrée de 0 est 0.

Exemples $\sqrt{144} = 12$ $\sqrt{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{3}$ $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$

Remarque Il ne faut pas confondre les deux problèmes suivants :

« calculer la racine carrée de 49 »

et

« trouver les nombres x tels que $x^2 = 49$. »

En effet, il existe **deux** nombres x, tels que $x^2 = 49$. Ces deux nombres sont 7 et -7. On dira :

« 7 et -7 sont les solutions de l'équation $x^2 = 49$ ».

Mais la racine carrée de 49, c'est 7, car une racine carrée est un nombre **positif**.

1.3.2 RACINES CUBIQUES

Il existe un nombre dont le cube est égal à 64. Ce nombre est 4, car $4^3 = 64$.

On dit que 4 est **la racine cubique** de 64 et on écrit: $\sqrt{64} = 4$.

Il existe aussi un nombre dont le cube est égal à -27. Ce nombre est -3, puisque $(-3)^3 = -27$.

On dit que -3 est **la racine cubique** de -27 et on écrit : $\sqrt{-27} = -3$.

Plus généralement, la racine cubique d'un nombre a (positif, négatif ou nul) est le nombre x tel que $x^3 = a$. La racine cubique de a se note : $\sqrt{a}$.

La racine cubique de 0 est 0.

1.3.3 RÈGLES DE CALCUL

Racines carrées

$$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{si} \quad a \geq 0 \quad \text{et} \quad b \geq 0}$$

Exemples

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6 \qquad \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20 \qquad \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{21}$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{si} \quad a \geq 0 \quad \text{et} \quad b > 0}$$

Exemples

$$\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4} \qquad \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8} \qquad \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$$

Remarque Un calcul simple permet de vérifier que

$$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

et que

$$\sqrt{100-36} \neq \sqrt{100} - \sqrt{36}$$

Plus généralement,

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \text{si} \quad a > 0 \quad \text{et} \quad b > 0$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \text{si} \quad a > 0, b > 0 \quad \text{et} \quad a > b$$

Racines cubiques

Comme pour les racines carrées, on a :

$$\boxed{\begin{array}{rcl} \sqrt[3]{a \cdot b} & = & \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \\ \sqrt[3]{\frac{a}{b}} & = & \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{si} \quad b \neq 0 \end{array}}$$

Exemples

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$$
$$\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$$
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$$
$$\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{250}} = \sqrt[3]{\frac{128}{250}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 64}{2 \cdot 125}} = \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$$

Exercices 40 à 47

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 1**

Transformer les nombres décimaux suivants en fractions irréductibles:

0,8 ; 1,6 ; 42,8 ; 0,5 ; 0,25 ; 0,75

∇∇∇ **EXERCICE 2**

Transformer les nombres décimaux suivants en fractions irréductibles:

2,25 ; 4,2 ; 0,875 ; 20,100 ; 0,425 ; 0,72

∇∇∇ **EXERCICE 3**

Transformer en fractions irréductibles:

$$2\frac{1}{2}\,;\quad 4\frac{3}{4}\,;\quad 5\frac{3}{7}\,;\quad 3\frac{2}{3}\,;\quad 6\frac{5}{6}\,;\quad 1\frac{1}{5}$$

∇∇∇ **EXERCICE 4**

Transformer en fractions irréductibles:

$$5\frac{2}{3}\,;\quad 3\frac{1}{2}\,;\quad 10\frac{3}{4}\,;\quad 1\frac{7}{10}\,;\quad 4\frac{1}{5}\,;\quad 3\frac{1}{3}$$

∇∇∇ **EXERCICE 5**

Simplifier d'abord, si c'est possible, puis extraire les entiers:

$$\frac{5}{3}\,;\quad \frac{25}{7}\,;\quad \frac{14}{4}\,;\quad \frac{32}{5}\,;\quad \frac{117}{25}\,;\quad \frac{123}{11}$$

∇∇∇ **EXERCICE 6**

Simplifier d'abord, si c'est possible, puis extraire les entiers:

$$\frac{19}{6}\,;\quad \frac{76}{9}\,;\quad \frac{45}{13}\,;\quad \frac{200}{80}\,;\quad \frac{83}{25}\,;\quad \frac{503}{317}$$

∇∇∇ **EXERCICE 7**

Écrire le nom de l'ensemble de nombres désigné par chacune des lettres suivantes:

$\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}$

∇∇∇ **EXERCICE 8**

Recopier dans le cahier et compléter à l'aide de l'un des signes $\in$ ou $\notin$:

$0{,}3\overline{7} \ldots\ldots \mathbb{Q}$	$-2{,}5 \ldots\ldots \mathbb{Z}$	$0 \ldots\ldots \mathbb{R}$
$\sqrt{-25} \ldots\ldots \mathbb{R}$	$+\frac{6}{2} \ldots\ldots \mathbb{N}$	$\sqrt{\frac{3}{4}} \ldots\ldots \mathbb{Q}$
$5 \ldots\ldots \mathbb{Z}$	$-\sqrt{25} \ldots\ldots \mathbb{Z}$	$-\sqrt{0{,}01} \ldots\ldots \mathbb{Q}$

∇∇∇ EXERCICE 9

Recopier dans le cahier et compléter à l'aide de l'un des signes $\in$ ou $\notin$:

$\sqrt{5} \ldots\ldots \mathbb{N}$	$3\frac{1}{2} \ldots\ldots \mathbb{Q}$	$-\frac{3}{4} \ldots\ldots \mathbb{Z}$
$1{,}2\overline{34} \ldots\ldots \mathbb{R}$	$+1{,}2 \ldots\ldots \mathbb{N}$	$\sqrt{-16} \ldots\ldots \mathbb{Z}$
$\sqrt{0{,}1} \ldots\ldots \mathbb{Q}$	$-\frac{25}{5} \ldots\ldots \mathbb{R}$	$0 \ldots\ldots \mathbb{Z}$

∇∇∇ EXERCICE 10

Trouver dix nombres non rationnels.

∇∇∇ EXERCICE 11

Indiquer pourquoi chacune des identités suivantes est vraie :

$5 \cdot (2a+b) = 5 \cdot (b+2a)$	$(3a+2b)+c = 3a+(2b+c)$
$4 \cdot (a+b) = 4a+4b$	$7 \cdot (a \cdot b) = (a \cdot b) \cdot 7$
$5a \cdot (3b \cdot c) = (5a \cdot 3b) \cdot c$	$(a+b) \cdot 5 = 5 \cdot (a+b)$

∇∇∇ EXERCICE 12

Indiquer pourquoi chacune des identités suivantes est vraie :

1. $(2 \cdot (x+y)) \cdot c = 2 \cdot ((x+y) \cdot c)$
2. $(a+b) \cdot (x+y) = (a+b) \cdot x + (a+b) \cdot y$
3. $(2a \cdot (a+b)) \cdot b = b \cdot (2a \cdot (a+b))$
4. $((x+y)+2 \cdot (x+y)) + 3 \cdot (x+y) = (x+y) + (2 \cdot (x+y) + 3 \cdot (x+y))$
5. $(a+b) \cdot (2c+3 \cdot (x+y)) = (a+b) \cdot (3 \cdot (x+y)+2c)$
6. $(x-y) \cdot ((x+y)+2x) = (x-y) \cdot (x+y) + (x-y) \cdot 2x$

∇∇∇ EXERCICE 13

Calculer rapidement en utilisant des propriétés connues:

1. $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$

2. $\left(\frac{121}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{1}{11}\right)\cdot 0\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)$

3. $\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$

4. $\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\left(+\frac{5}{2}\right)\cdot(-1)$

5. $0\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(+\frac{144}{5}\right)$

6. $\left(+\frac{5}{2}\right)\cdot\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{23}{50}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-\frac{23}{50}\right)\cdot\left(+\frac{7}{4}\right)-\left(+\frac{7}{2}\right)$

7. $\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{7}{2}+\frac{7}{2}\right)+\frac{2}{7}$

∇∇∇ EXERCICE 14

Calculer rapidement en utilisant des propriétés connues:

1. $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(+\frac{15}{9}\right)\cdot\left(-\frac{6}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

2. $\left(-\frac{71}{9}\right)\cdot\left(-\frac{3}{53}\right)\cdot\left(-\frac{6}{71}\right)\cdot\left(+\frac{53}{2}\right)\cdot\left(-\frac{35}{17}\right)$

3. $\left(+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)$

4. $2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$

5. $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{7}{91}+\frac{1}{17}\right)\cdot(-17+17)\cdot\left(-\frac{91}{17}\right)$

6. $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 15

Placer des parenthèses de telle manière que les égalités suivantes soient vérifiées:

1) $\frac{7}{6}-\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{3}=\frac{7}{3}$

2) $2:5\cdot 5:2=1$

3); $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 5-2=\frac{5}{2}+\frac{5}{3}-2$

4) $3+\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=0$

5) $1-\frac{5}{6}-\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=0$

6) $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 16

Placer des parenthèses de telle manière que les égalités suivantes soient vérifiées:

1) $10\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=7$

2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}+1=1$

3) $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}$

4) $5\cdot\frac{3}{2}-2+\frac{1}{2}=0$

5) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}-1=0$

6) $\frac{7}{6}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{1}=2$

∇∇∇ EXERCICE 17

Dans chaque cas, comment doit-on choisir x pour que l'égalité soit vérifiée ? (Répondre par une fraction irréductible ou un nombre entier.)

1) $\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot x=+1$

2) $x\cdot(+0{,}2)=+1$

3) $\left(-\frac{1}{4}\right)-x=0$

4) $(+0{,}\overline{3})+\frac{2}{3}-x=0$

5) $\left(-\frac{5}{2}\right)-\left(+\frac{3}{5}\right)+x=0$

6) $2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot x=+10$

∇∇∇ EXERCICE 18

Trouver, dans chaque cas, pour quelles valeurs de a le quotient est nul :

1) $\frac{5a}{3}$

2) $-\frac{4a^2}{5}$

3) $-\frac{4a^2}{5}$

4) $\frac{(2a-1)\cdot(\frac{1}{3}a+2)}{(a+1)^2}$

5) $\frac{(a+3)\cdot(a-2)}{2a+6}$

6) $\frac{(a-\frac{1}{2})\cdot(\frac{2}{3}+a)}{2a-1}$

7) $\frac{a\cdot(3a-1)\cdot(\frac{1}{2}a-5)}{\frac{1}{5}a-2}$

∇∇∇ EXERCICE 19

Recopier puis compléter le tableau suivant (réponses sous forme irréductible) :

x	inverse de x	opposé de x	double de x	carré de x
x			$2\cdot x$	
$-\frac{1}{3}$				
	-2			
			$-\frac{5}{6}$	
				$+\frac{36}{49}$
0				
	$-0{,}25$			

∇∇∇ **EXERCICE 20**

1 Quel est l'inverse de l'inverse de $-\frac{3}{4}$?

2 Quel est l'opposé du tiers de -4 ?

3 Quel est le triple du tiers du cube de -5 ?

4 Quel est le quadruple de l'opposé du quart de -100 ?

5 Quelle est la moitié du carré de l'inverse de -4 ?

6 Quel est le double de l'inverse de -16?

∇∇∇ **EXERCICE 21**

Recopier puis compléter le tableau suivant (réponses sous forme irréductible):

x	triple de x	cube de x	inverse du double de x	opposé de l'inverse de x
x		x^3		
-4				
			-1	
				$-\frac{2}{3}$
		$-0{,}125$		
	$+0{,}15$			
		$+1$		

∇∇∇ **EXERCICE 22**

1) Quel est l'opposé du triple de $\frac{1}{36}$?

2) Quelle est la moitié du triple de -66 ?

3) Quel est le double de la racine carrée du carré de $-\dfrac{1}{2}$;

4) Quelle est la racine carrée du tiers du quadruple de $+\dfrac{3}{4}$?

5) Quel est le quintuple de l'opposé de l'inverse de $-0{,}2$?

6) Quel est l'inverse de la moitié du quart de -64?

∇∇∇ EXERCICE 23

Calculer:

1) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2$ 3) $(-1)^{24}$ 5) $(-30)^4$

2) $\left(+\dfrac{1}{2}\right)^4$ 4) $\left(+\dfrac{3}{2}\right)^5$ 6) $(0{,}2)^3$

∇∇∇ EXERCICE 24

Calculer:

1) $\left(-\dfrac{5}{6}\right)^0$ 3) 0^5 5) $\left(-\dfrac{13}{26}\right)^6$

2) $\left(+\dfrac{3}{5}\right)^3$ 4) $(-0{,}12)^2$ 6) 400^3

∇∇∇ EXERCICE 25

Calculer, et répondre par une fraction irréductible ou un nombre entier :

1) $\left(-\dfrac{5}{7}\right)^3$ 3) $\left(-\dfrac{121}{49}\right)^0$ 5) $(0{,}75)^2$

2) $\left(-\dfrac{24}{36}\right)^4$ 4) 0^{23} 6) $\left(-\dfrac{1}{10}\right)^4$

Dans les exercices 26 à 29, utiliser la notation « puissance » pour écrire aussi simplement que possible chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 26

1) $(-5)^3\cdot(-5)\cdot(-5)^4$ 4) $(7^2\cdot 7^3)^4$

2) $(+3)^4\cdot(-2)\cdot(+3)^2\cdot(-2)^3$ 5) $\left((-4)^2\cdot(+5)\cdot(-2)^4\right)^3$

3) $7^2\cdot(7^3)^4$ 6) $\left((5^2)^3\cdot 3^4\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 27

1) $(+3)^2 \cdot (+3) \cdot (+3)^3 \cdot (+3)^4$
2) $(-7)^3 \cdot (+5)^2 \cdot (+5) \cdot (-7)^4 \cdot (+5)^3$
3) $(4^2)^3 \cdot (4^3)^5 \cdot 4$
4) $\left(5^3 \cdot (2^3)^4 \cdot 7\right)^2$
5) $3^5 \cdot (3^2 \cdot 3^4)$
6) $3^5 \cdot (3^2 + 3^4)$

∇∇∇ EXERCICE 28

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$
2) $\left(+\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)^4 \cdot \left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)^2$
3) $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$
4) $\left((0{,}5)^3 \cdot (0{,}5)^4\right)^2$
5) $\left(\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 7^3 \cdot \frac{1}{3}\right)^4$
6) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot (3^2)^3\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 29

1) $\dfrac{2^5}{2^3}$
2) $\dfrac{7^4}{7^6}$
3) $\left(\frac{2}{9}\right)^7 : \left(\frac{2}{9}\right)^3$
4) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^5$
5) $\dfrac{2^5 \cdot 2^3}{2^2}$
6) $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^5}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

∇∇∇ EXERCICE 30

En utilisant la notation « puissance », écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes:

1) $\dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)^8}{\left(\frac{3}{4}\right)^2}$
2) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^6$
3) $\dfrac{\left((-3)^2\right)^3}{(-3)^3 \cdot (-3)}$
4) $\dfrac{\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4}{\left(\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)^4}$
5) $\dfrac{2^3 \cdot 3^4}{2^5 \cdot 3^2}$
6) $\left(\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^3\right)^2 : \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)\right)^3$

∇∇∇ EXERCICE 31

Écrire les nombres suivants en écriture décimale:

1) 10^3 3) 10^{-4} 5) 10^{-1}

2) 10^{-2} 4) 10^0 6) 10^2

∇∇∇ EXERCICE 32

Écrire les nombres suivants en écriture décimale:

1) $3 \cdot 10^2$ 3) $5 \cdot 10^{-5}$ 5) $10 \cdot 10^{-7}$

2) $4 \cdot 10^{-1}$ 4) $7 \cdot 10^0$ 6) $12 \cdot 10^3$

∇∇∇ EXERCICE 33

Écrire les nombres suivants en écriture décimale:

1) $5{,}1 \cdot 10^2$ 3) $5{,}5 \cdot 10^2$ 5) $450 \cdot 10^{-2}$

2) $7{,}1 \cdot 10^{-3}$ 4) $0{,}4 \cdot 10^{-2}$ 6) $5{,}5 \cdot 10^{-1}$

∇∇∇ EXERCICE 34

Recopier puis compléter par l'exposant manquant:

1) $0{,}3 = 3 \cdot 10^{\cdots\cdots}$ 4) $0{,}5 = 50 \cdot 10^{\cdots\cdots}$

2) $4{,}41 = 441 \cdot 10^{\cdots\cdots}$ 5) $3{,}32 = 0{,}332 \cdot 10^{\cdots\cdots}$

3) $0{,}0003 = 3 \cdot 10^{\cdots\cdots}$ 6) $4{,}5 = 4500 \cdot 10^{\cdots\cdots}$

∇∇∇ EXERCICE 35

Écrire chacun de ces nombres à l'aide des puissances de 10:

1) 0,05 3) 5000000 5) 74,3

2) 1,04 4) 4,0123 6) 100,01

∇∇∇ EXERCICE 36

Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $0{,}04 \cdot 500$ 3) $0{,}02 \cdot 8000$ 5) $0{,}03 \cdot 0{,}002$

2) $0{,}001 \cdot 400$ 4) $0{,}7 \cdot 6000$ 6) $250 \cdot 0{,}004$

∇∇∇ EXERCICE 37

Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $0{,}07 \cdot 600 \cdot 0{,}001$

2) $40 \cdot 0{,}008 \cdot 0{,}1 \cdot 100$

3) $500 \cdot 0{,}8 \cdot 20 \cdot 0{,}001$

4) $0{,}3 \cdot 0{,}005 \cdot 900 \cdot 20$

5) $400 \cdot 0{,}003 \cdot 0{,}25 \cdot 60$

6) $2{,}5 \cdot 3000 \cdot 0{,}0001 \cdot 4$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 38**

Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $2000 \cdot 0{,}03 \cdot 40 \cdot 0{,}00002 \cdot 10$

2) $0{,}1 \cdot 300 \cdot 0{,}006 \cdot 30 \cdot 0{,}2$

3) $50 \cdot 0{,}02 \cdot 3000 \cdot 0{,}2 \cdot 70$

4) $0{,}01 \cdot 50 \cdot 0{,}2 \cdot 600 \cdot 0{,}0008$

5) $4000 \cdot 0{,}3 \cdot 70 \cdot 0{,}02 \cdot 2{,}5$

6) $0{,}6 \cdot 500 \cdot 0{,}25 \cdot 30 \cdot 0{,}004$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 39**

Écrire à l'aide des puissances de 10 puis effectuer le calcul:

1) $0{,}07 \cdot 3000 \cdot 0{,}002 \cdot 0{,}1 \cdot 50$

2) $0{,}06 \cdot 500000 \cdot 0{,}1 \cdot 30000 \cdot 0{,}002$

3) $0{,}025 \cdot 20 \cdot 0{,}3 \cdot 70000 \cdot 0{,}04$

4) $0{,}002 \cdot 100000 \cdot 2{,}5 \cdot 300 \cdot 0{,}3$

5) $2{,}5 \cdot 1200000 \cdot 0{,}0008 \cdot 2 \cdot 0{,}5$

6) $3000 \cdot 0{,}01 \cdot 20 \cdot 0{,}00003 \cdot 400$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 40**

Calculer lorsque c'est possible; donner, s'il y a lieu, le résultat sous la forme d'une fraction irréductible:

1) $\sqrt{144}$ 4) $\sqrt{\dfrac{27}{75}}$ 7) $\sqrt[3]{-\dfrac{64}{125}}$

2) $\sqrt[4]{81}$ 5) $\sqrt{0{,}25}$ 8) $\sqrt{0{,}09}$

3) $\sqrt[5]{\dfrac{32}{243}}$ 6) $\sqrt{-36}$ 9) $\sqrt[3]{\dfrac{128}{54}}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 41**

Calculer lorsque c'est possible; donner, s'il y a lieu, le résultat sous la forme d'une fraction irréductible:

1) $\sqrt{-4}$ 3) $-\sqrt{\dfrac{16}{49}}$ 5) $\sqrt[4]{-256}$

2) $\sqrt[3]{-27}$ 4) $\sqrt{-32}$ 6) $-\sqrt[4]{256}$

Dans les exercices 42 à 46, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

∇∇∇ EXERCICE 42

1) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$
2) $\sqrt[3]{-5}\cdot\sqrt[3]{25}$
3) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{-4}$
4) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[5]{\frac{1}{16}}$
5) $\sqrt[8]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[8]{\frac{1}{128}}$
6) $\sqrt[6]{\frac{2}{4}}\cdot\sqrt[6]{\frac{1}{32}}$

∇∇∇ EXERCICE 43

1) $\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[4]{5}$
2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{1}{6}}$
3) $\sqrt[3]{\frac{9}{25}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$
4) $\sqrt[4]{\frac{1}{5}}\cdot\sqrt[4]{\frac{5}{16}}$
5) $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$
6) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

∇∇∇ EXERCICE 44

1) $\sqrt[4]{16}$
2) $\sqrt[4]{2^{16}}$
3) $\sqrt[6]{64}$
4) $\sqrt[6]{10^{60}}$
5) $\sqrt{25}$
6) $\sqrt{25-16}$

∇∇∇ EXERCICE 45

1) $\sqrt[3]{6^3}$
2) $\sqrt[4]{6^8}$
3) $\sqrt[5]{3^{15}}$
4) $\sqrt{5^3}\cdot\sqrt{5^5}$
5) $\sqrt[3]{3^4}\cdot\sqrt[3]{3^8}$
6) $\sqrt[10]{10}\cdot\sqrt[10]{10^9}$

∇∇∇ EXERCICE 46

1) $\left(\sqrt{2}\right)^2$
2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$
3) $\frac{\sqrt{3^4}}{\sqrt[3]{3}}$
54) $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}}$
5) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{8})$
6) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{50}}$

∇∇∇ EXERCICE 47

Calculer :

1) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$
2) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}$
3) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}$
4) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{48}$
5) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}$
6) $\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{100}$

Dans les exercices 48 à 50, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

∇∇∇ EXERCICE 48

1) $\dfrac{5}{6} : \left(\dfrac{4}{3}+\dfrac{3}{4}\right)$

2) $\left(\left(+\dfrac{2}{3}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right) : \left(\left(+\dfrac{2}{3}\right)+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$

3) $(\dfrac{2}{5} : 3) : (\dfrac{2}{5}+3)$

4) $\left(+\dfrac{7}{9}\right)-\left(-\dfrac{2}{5}\right)\cdot\left(+\dfrac{5}{9}\right)$

5) $\left(\left(+\dfrac{7}{9}\right)-\left(-\dfrac{2}{5}\right)\right) : \left(-\dfrac{5}{9}\right)$

6) $\dfrac{75}{42} : \dfrac{55}{154}$

∇∇∇ EXERCICE 49

1) $\dfrac{121}{77}\cdot\dfrac{69}{92}$

2) $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}-\dfrac{5}{6}$

3) $\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{8}{9}-3\cdot\dfrac{7}{18}$

4) $0{,}5\cdot\dfrac{4}{5}\cdot(-3)$

5) $-\left(-\dfrac{2}{3}\right)+\left(-\dfrac{7}{6}\right)-\left(-\dfrac{1}{12}\right)-(+2)$

6) $-\dfrac{77}{11}-\left(-\dfrac{32}{8}\right)+\left(-\dfrac{49}{7}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 50

1) $\left(-\dfrac{1}{4}\right)\cdot\left(-\dfrac{16}{25}\right)\cdot\left(+\dfrac{15}{12}\right)-\left(-\dfrac{1}{25}\right)+(+1)$

2) $0{,}2+\left(-\dfrac{3}{5}\right)\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right)-(-5)$

3) $\left(-\dfrac{7}{4}+\dfrac{1}{12}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{10}\right)-\left(-\dfrac{3}{4}+\dfrac{4}{3}\right)\cdot\left(-\dfrac{3}{14}\right)$

4) $12-\left(-\dfrac{7}{12}\right)\cdot\left(-\dfrac{144}{14}\right)$

5) $\left(-\dfrac{5}{7}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\left(-\dfrac{1}{12}\right)\cdot\left(-\dfrac{6}{7}\right)$

6) $-\left(-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\right)\cdot\dfrac{60}{7}-7$

Dans les exercices 51 à 54, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 51

1) $\left(-\frac{1}{2}+1\right)^2$

2) $\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)^3$

3) $\left((-2)+\left(-\frac{2}{5}\right)\right)^2$

4) $\left(\left(+\frac{3}{2}\right)-(+3)\right)^4$

5) $\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)^2$

6) $\left(\left(+\frac{1}{2}\right)-(+1)-\left(-\frac{1}{3}\right)\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 52

1) $\left(-\frac{2}{3}-(-2)\right)^2$

2) $\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2$

3) $(0{,}25+0{,}\overline{3})^2$

4) $\left((+3)-\left(+\frac{11}{3}\right)\right)^2$

5) $\left(2-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)^2$

6) $\left(\left(+\frac{5}{1}\right)-\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 53

1) $\left(+\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot(+1)^5$

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{5}{2}\right)^2:\left(+\frac{10}{3}\right)$

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)^2$

4) $\left(+\frac{1}{5}\right)^3-\left(-\frac{1}{5}\right)^2$

5) $\left(\frac{6}{8}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{9}\right)^2\cdot\left(\frac{64}{36}\right)^0$

6) $\left(\left(\frac{6}{7}\right)^2\cdot\frac{2}{21}\right):\left(\frac{2}{7}\right)^3$

∇∇∇ EXERCICE 54

1) $\dfrac{-6}{+16}$

2) $\dfrac{-42}{-28}$

3) $\dfrac{1-2}{3\cdot(-2)}$

4) $\dfrac{-4\cdot(2-5)}{(-4)+(-3)\cdot(-1)}$

5) $\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}}{(1-6)^2}$

6) $\dfrac{5-2\cdot(-7+3)}{-2^6-(-2)^5}$

Dans les exercices 55 à 57, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 55

1) $\dfrac{\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)}$

2) $\dfrac{\frac{5}{12}-\frac{4}{13}}{\frac{3}{13}+\frac{1}{12}}$

3) $\dfrac{\left(-\frac{3}{2}\right):\left(\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)\right)}{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right):\left(-\frac{2}{3}\right)}$

4) $\dfrac{\frac{2}{9}\cdot(3-\frac{7}{2})}{\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^3}$

5) $\dfrac{\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{4}{3}\right)}{\left(-\frac{12}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^3}$

6) $\dfrac{\left(-\frac{1}{7}\right)^2\cdot\left(+\frac{7}{2}\right)^2\cdot(-1)^3}{(+6)-\left(+\frac{5}{2}\right)^2}$

∇∇∇ EXERCICE 56

1) $\dfrac{\frac{2}{3}\cdot(1+\frac{1}{2})^2}{\frac{5}{3}-0{,}75}$

2) $\dfrac{0{,}1}{0{,}75\cdot(\frac{1}{2}-3)}$

3) $\dfrac{\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)}{0{,}8\cdot(\frac{3}{5}-1)}$

4) $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{10}-\frac{2}{5}}{\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{3}{10}-\frac{2}{5}}$

5) $\dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\frac{5}{12}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)}{4:\frac{16}{5}-\frac{5}{2}}$

6) $\dfrac{\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)}{\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 57

1) $\left(\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{9}}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}\right):\left(\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{9}}\right)$

2) $\sqrt{8}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{\sqrt{32}}\right)$

3) $(1{,}25)^2-\sqrt{12{,}5}\cdot\sqrt{0{,}125}$

4) $\sqrt{\frac{16}{81}}+\frac{5}{6}:\left(\frac{5}{27}\cdot\sqrt{\frac{27}{12}}\right)$

5) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{8\cdot 27}-(2{,}5)^2:100$

6) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{18}+\sqrt{32})$

7) $\sqrt{\dfrac{\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}}}$

∇∇∇ EXERCICE 58

Calculer la valeur de chacune des expressions suivantes lorsque $a=\frac{3}{2}$ et $b=\frac{1}{4}$. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

1) $a - b \cdot (a - b)$

2) $a \cdot (-b) - (ab) - (-a) \cdot (-b)$

3) $ab^2 - (ab)^2 + (a - b)^2$

4) $\dfrac{(a-b)^2}{a^2 - b^2}$

5) $\left(a - b \cdot \dfrac{1}{a}\right) : \left(\dfrac{1}{a-b}\right)$

6) $\dfrac{a+1}{\dfrac{b}{a} - b^2}$

∇∇∇ EXERCICE 59

Calculer la valeur des expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

1) $\dfrac{a}{\dfrac{a}{b}} - b^2$ pour $a = +\dfrac{2}{3}$ et $b = -4$

2) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2 - \dfrac{1}{4}$ pour $x = -0{,}5$ et $y = -\dfrac{4}{3}$

3) $\dfrac{x^2 - y}{\dfrac{z}{2}}$ pour $x = -1, y = -\dfrac{2}{3}$ et $z = -\dfrac{3}{2}$

4) $\dfrac{a^3 - b^3}{(a-b)^3}$ pour $a = -\dfrac{1}{2}$ et $b = -1$

5) $(a^2 - 2ab + b^2) - (a^2 - b^2)$ pour $a = -\dfrac{1}{2}$ et $b = +2$

6) $a^2 - a^{-2}$ pour $a = -\dfrac{1}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 60

Calculer la valeur des expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier:

1) $\dfrac{a+b+c}{a-b-c}$ pour $a = -\dfrac{1}{2}, b = +2$ et $c = -\dfrac{1}{4}$

2) $\dfrac{x^2 - \dfrac{1}{3}}{y^2 + \dfrac{1}{3}}$ pour $x = 0{,}\overline{3}$ et $y = -\dfrac{1}{2}$

3) $\dfrac{a^2b - ab^2}{2a}$ pour $a = -\dfrac{1}{3}$ et $b = +9$

4) $\dfrac{x^2 - y^3}{x^3 - y^2}$ pour $x = -\dfrac{1}{3}$ et $y = -\dfrac{1}{2}$

5) $\dfrac{a + b^2 + \dfrac{1}{2}}{2ab}$ pour $a = -\dfrac{1}{4}$ et $b = -0{,}6$

6) $\dfrac{a - b^2}{a \cdot b}$ pour $a = +\dfrac{3}{4}$ et $b = -\dfrac{2}{3}$

▽▽▽ **EXERCICE 61**

Calculer la valeur de l'expression suivante *et* donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

$$\frac{a+\frac{1}{2}}{a-\frac{1}{2}}-\frac{a}{b}$$

1) pour $a=-\frac{1}{2}$ et $b=+0{,}2$

2) pour $a=-\frac{3}{4}$ et $b=+\frac{1}{5}$

3) pour $a=-0{,}\overline{3}$ et $b=+\frac{5}{6}$

4) pour $a=\frac{4}{9}$ et $b=+\frac{1}{36}$

5) pour $a=-\frac{5}{32}$

6) pour $a=0{,}2$ et $b=-\frac{1}{10}$

Exercices récapitulatifs

Dans les exercices 62 à 64, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 62

1) $+\frac{5}{12}+\frac{1}{3}+\frac{17}{4}$

2) $-(+0{,}4)+(-1)-\left(+\frac{9}{4}\right)$

3) $\left(+\frac{11}{18}\right)+\left(-\frac{5}{42}\right)+\left(-\frac{8}{63}\right)$

4) $\left(-\frac{48}{72}\right)\cdot\left(-\frac{60}{75}\right)$

5) $\left(-\frac{3}{14}\right)-\left(+\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$

6) $\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{2}\right)^2$

∇∇∇ EXERCICE 63

1) $\frac{185}{222}\cdot\frac{57}{95}$

2) $\left(\frac{4}{5}\right)^4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3$

3) $\frac{16}{12}+\frac{6}{36}$

4) $\left(\frac{3}{5}-\frac{25}{9}\right)^0$

5) $\dfrac{-1+\frac{1}{2}}{0{,}3+\frac{1}{10}}$

6) $\sqrt[3]{-\frac{1}{5}}\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{25}}$

∇∇∇ EXERCICE 64

1) $-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)$

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^3\cdot\left(-\frac{2}{6}\right)^2\cdot(-2)$

3) $\sqrt[3]{10^6}+(0{,}1)^2$

4) $\left(-\frac{12}{25}\right)\cdot(-6)\cdot\left(+\frac{55}{36}\right)$

5) $\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{4}\right)-(-1-\frac{1}{2})\cdot\frac{1}{4}$

6) $\dfrac{\frac{4}{9}-4\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+4}{-\frac{8}{27}-6\cdot\frac{4}{9}}$

Dans les exercices 65 à 67, effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

∇∇∇ EXERCICE 65

1) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right)^4\cdot\left(-\dfrac{9}{2}\right)^4\cdot\left(+\dfrac{1}{36}\right)$

2) $0,\overline{3}\cdot\dfrac{9}{25}\cdot\dfrac{75}{45}-\left(\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}\right)^2$

3) $-(-3)+\dfrac{(-3)-(-5)}{(-3)+(-5)}-(-5+2)^2$

4) $\dfrac{\left(-\dfrac{1}{3}\right)\cdot(-3)+(-1,2)}{\left(-\dfrac{2}{3}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)}$

5) $\left(+\dfrac{1}{6}\right)\cdot\left(4+\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right)$

6) $\left(-\dfrac{60}{105}\right)-\left(-\dfrac{44}{198}\right)-0,3$

∇∇∇ EXERCICE 66

1) $(\dfrac{19}{3}-4)\cdot\dfrac{21}{91}$

2) $\dfrac{\dfrac{4}{7}+\dfrac{2}{5}}{\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{7}}$

3) $-\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{12}-0,2$

4) $-\left(\dfrac{3}{35}+\dfrac{8}{21}\right)+\left(-\dfrac{1}{5}\right)$

5) $\dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}-1}{2-\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{21}{6}}$

6) $\dfrac{39}{6}:\left(-\dfrac{65}{10}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 67

1) $\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{10}{6}-\dfrac{7}{6}\cdot 2+\dfrac{4}{7}:\dfrac{12}{21}$

2) $\left(-\dfrac{16}{5}\right)\cdot\left(\left(+\dfrac{9}{14}\right)+\left(-\dfrac{21}{36}\right)\right)$

3) $\dfrac{\dfrac{91}{13}-\dfrac{49}{7}+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{11}{121}+\dfrac{3}{33}-\dfrac{4}{11}}$

4) $(\dfrac{1}{2}-1)^4$

5) $\sqrt[3]{-\dfrac{27}{8}}+0,\overline{3}$

6) $0,2\cdot\left(-\dfrac{3}{4}-\left(-\dfrac{5}{12}\right)\right)\cdot\dfrac{5}{4}-0,4$

Chapitre 2

Calcul littéral

Théorie

2.1 RAPPEL DE 8^e : DÉVELOPPER UN PRODUIT

Le calcul littéral consiste à calculer avec des variables (c'est-à-dire avec des lettres) comme on le ferait avec des nombres. On peut donc utiliser toutes les propriétés résumées au Chapitre 1 (paragraphe 1.5).

Rappelons en particulier la **règle de distributivité**:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Lorsqu'on passe de l'écriture $\underbrace{a \cdot (b+c)}_{\text{produit de deux facteurs}}$

à l'écriture $\underbrace{a \cdot b + a \cdot c}_{\text{somme de deux termes}}$

on dit qu'on **développe** le produit $a \cdot (b+c)$ en utilisant la distributivité.

On peut écrire la règle de distributivité d'une autre manière:

$$a \cdot (b-c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

La règle de distributivité est une **identité**: l'égalité $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ est vraie, quelles que soient les valeurs qu'on donne aux variables a, b et c.

2.2 LES SIMPLIFICATIONS D'ÉCRITURE

Les deux règles suivantes permettent de supprimer certaines parenthèses:

1) Si une parenthèse est précédée du signe +

on garde les mêmes signes.

Par exemple,

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d$$

et

$$x+(-y+z)=x-y+z.$$

2) Si une parenthèse est précédée du signe -

on change les signes des termes dans la parenthèse.

Par exemple,

$$a-(b-c+d)=a-b+c-d$$

et

$$x-(-y+z)=x+y-z.$$

2.3 MONÔMES ET POLYNÔMES

2.3.1 LES MONÔMES

Les expressions suivantes sont des **monômes**:

$12 \qquad x \qquad 3z^3 \qquad -\frac{1}{2}xy \qquad \frac{2}{3}x^2yz^3 \qquad 0{,}3a^2b$

Un monôme est un nombre, ou une variable, ou le produit d'un nombre et de certaines variables.

Dans un monôme,

le nombre s'appelle le **cœfficient**

le produit des variables s'appelle la **partie littérale**.

$$\underbrace{\boxed{\frac{2}{3}}}_{\boxed{\text{cœfficient}}} \cdot \underbrace{\boxed{x^2yz^3}}_{\boxed{\text{partie littérale}}}$$

Dans la partie littérale d'un monôme, l'exposant de chacune des variables est un entier positif.

(Une expression comme $\frac{3}{x}$ n'est pas un monôme.)

Remarques

1) Le monôme xy a pour coefficient 1.
   En effet, on peut écrire $xy=1\cdot xy$.
2) Le monôme $-x^2$ a pour coefficient -1.
   En effet, on peut écrire $-x^2=(-1)\cdot x^2$.
3) Lorsqu'on a une expression littérale, on essaie de l'écrire le plus simplement possible. On dit alors qu'on **réduit** cette expression.

En particulier, on écrira généralement un monôme sous une forme aussi simple que possible. Par exemple,

$x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$	s'écrit plus simplement	x^3y^2
$(x^2)^3$	" " "	x^6
$x+x$	" " "	$2x$
$2x-3x$	" " "	$-x$
$2a \cdot b \cdot (-5)b^2$	" " "	$-10ab^3$

On dit que les monômes

$$x^3y^2; \qquad x^6; \qquad 2x; \qquad -x; \qquad -10ab^3$$

sont **réduits**.

2.3.2 OPÉRATIONS AVEC DES MONÔMES

Monômes semblables

On dit que deux monômes sont **semblables** s'ils ont la même partie littérale. Par exemple,

$$3a^2b \qquad \text{et } -\frac{1}{2}a^2b$$

sont des monômes semblables.

L'addition de monômes

On peut additionner des monômes semblables. Pour cela, on additionne leurs cœfficients; on garde la même partie littérale.

Par exemple, $5a^2b$ et $3a^2b$ sont des monômes semblables et on a:

$$5a^2b+3a^2b=8a^2b \qquad (\text{car} \quad 5+3=8).$$

Voici deux autres exemples:

$$6xy^3+(-3xy^3)+xy^3=4xy^3 \qquad (\text{car} \quad 6+(-3)+1=4)$$

$$-\frac{1}{2}cd^2+\frac{1}{4}cd^2=-\frac{1}{4}cd^2 \qquad \left(\text{car} \quad -\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}\right)$$

Attention si les monômes ne sont pas semblables !

Exemple $\quad (+2x^2)+(+3x^3)=2x^2+3x^3$

Cette somme ne peut pas être réduite !

C'est un POLYNÔME.

La soustraction de monômes

On peut soustraire un monôme d'un autre s'ils sont semblables. Pour cela, on calcule la différence de leurs cœfficients; on garde la même partie littérale.

Par exemple, $3x^2y$ et $6x^2y$ sont des monômes semblables, et on a:

$$3x^2y - 6x^2y = -3x^2y \qquad (\text{car} \quad 3-6=-3).$$

Remarque Une suite d'additions et de soustractions s'effectue en combinant les règles ci-dessus. Par exemple,

$$2x^2 - \frac{1}{2}x^2 + (-x^2) = \frac{1}{2}x^2 \qquad \left(\text{car} \quad 2 - \frac{1}{2} + (-1) = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}\right).$$

$\boxed{\text{Exercices 87 à 91}}$

La multiplication de monômes

Pour multiplier des monômes, on multiplie leurs cœfficients, et on multiplie leurs parties littérales. On écrit le résultat sous forme réduite. Par exemple,

$$\begin{aligned}\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)\cdot\left(\frac{1}{3}ab^3\right) &= \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)\cdot a^2b\cdot ab^3\\ &= -\frac{1}{6}\cdot a^2\cdot a\cdot b\cdot b^3\\ &= -\frac{1}{6}a^3b^4\end{aligned}$$

Voici deux autres exemples:

$$3a^4\cdot 5a = 15a^5 \qquad (-2a^2b)\cdot(-5ac) = 10a^3bc$$

$\boxed{\text{Exercices 72 à 76}}$

Puissance d'un monôme

On calcule une puissance d'un monôme en le multipliant plusieurs fois par lui-même. Par exemple,

$$\begin{aligned}(2xy)^4 &= (2xy)\cdot(2xy)\cdot(2xy)\cdot(2xy)\\ &= 2^4x^4y^4\\ &= 16x^4y^4\end{aligned}$$

Donnons encore deux exemples:

$$(2x^3)^3 = (2x^3)\cdot(2x^3)\cdot(2x^3) = 8x^9$$
$$\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}a^2b\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}a^2b\right) = \frac{1}{4}a^4b^2$$

Exercices 77 à 82

Quotient de monômes

On s'efforcera d'écrire un quotient de monômes aussi simplement que possible. Par exemple,

$$\frac{2x^2y}{4xy} = \frac{2\cdot x\cdot x\cdot y}{2\cdot 2\cdot x\cdot y} = \frac{x}{2}.$$

Dans cet exemple, le résultat est un monôme. Mais un quotient de monômes n'est pas forcément un monôme. Par exemple, $\frac{3x}{2y}$ n'est pas un monôme.

Remarques Si, dans un quotient de monômes, on remplace les variables par des nombres, il ne faut pas que le dénominateur devienne égal à zéro.

Exercices 83 à 86

2.3.3 LES POLYNÔMES

Un polynôme est une somme de monômes.

Ces monômes s'appellent les **termes** du polynôme. Par exemple,

x^2+4x+5 est un polynôme qui a 3 termes.

$4a^2+3ab^2$ est un polynôme qui a 2 termes.

$9x^3y$ est un polynôme qui a 1 terme.

(un polynôme qui a un seul terme est un monôme).

Remarques On écrira généralement un polynôme sous forme réduite, c'est-à-dire sans termes semblables. Par exemple,

$$3x^2-4x+5x^2-2x+1$$

est un polynôme. Mais on peut réduire cette expression:

$$3x^2-4x+5x^2-2x+1 = 8x^2-6x+1.$$

2.3.4 OPÉRATIONS AVEC DES POLYNÔMES

On peut additionner deux polynômes, soustraire l'un de l'autre, ou les multiplier. Le résultat est encore un polynôme.

L'addition de polynômes

Pour additionner deux polynômes, on simplifie d'abord l'écriture en supprimant les parenthèses. Puis on réduit l'expression ainsi obtenue.

Exemples

1)

$$\begin{aligned}(2a^2+3a-1)+(a^2+2a) &= \\ 2a^2+3a-1+a^2+2a &= && \text{(simplification d'écriture)} \\ 2a^2+a^2+3a+2a-1 &= && \text{(regroupement des termes semblables)} \\ 3a^2+5a-1 & && \text{(réduction)}\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}(3x^3+2x+2)+(-3x^2-4x-1) &= \\ 3x^3+2x+2-3x^2-4x-1 &= && \text{(simplification d'écriture)} \\ 3x^3-3x^2+2x-4x+2-1 &= && \text{(regroupement des termes semblables)} \\ 3x^3-3x^2-2x+1 & && \text{(réduction)}\end{aligned}$$

La soustraction de polynômes

On supprime d'abord les parenthèses, en changeant les signes dans la parenthèse précédée du signe « moins ». Puis on réduit l'expression ainsi obtenue. Par exemple,

$$\begin{aligned}(2x^2y+3xy^2)-(5x^2y-2xy^2-3) &= \\ 2x^2y+3xy^2-5x^2y+2xy^2+3 &= && \text{(simplification d'écriture)} \\ 2x^2y-5x^2y+3xy^2+2xy^2+3 &= && \text{(regroupement des termes semblables)} \\ -3x^2y+5xy^2+3 & && \text{(réduction)}\end{aligned}$$

Exercices 92 à 104

La multiplication de polynômes

Pour multiplier deux polynômes, on applique la règle de distributivité.

a) *Produit d'un monôme et d'un polynôme*. On applique la règle de distributivité, en multipliant chaque terme du polynôme par le monôme. Voici deux exemples:

$$3a^2\cdot(2a^3+4a^2-2a-5)=6a^5+12a^4-6a^3-15a^2$$

$$(-3x^2y+xy^2)\cdot 5x^3y=-15x^5y^2+5x^4y^3$$

Exercices 105 à 123

b) *Produit de deux polynômes*. Considérons le produit $(a+b)\cdot(c+d)$. Appliquons plusieurs fois la distributivité:

$$(a+b)\cdot\boxed{} = a\cdot\boxed{} + b\cdot\boxed{}$$

$$\begin{aligned}(a+b)\cdot\boxed{(c+d)} &= a\cdot\boxed{(c+d)} + b\cdot\boxed{(c+d)}\\ &= a\cdot(c+d)+b\cdot(c+d)\\ &= (a\cdot c+a\cdot d)+(b\cdot c+b\cdot d)\\ &= ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

On a donc :

$$(a+b)\cdot(c+d) = ac+ad+bc+bd.$$

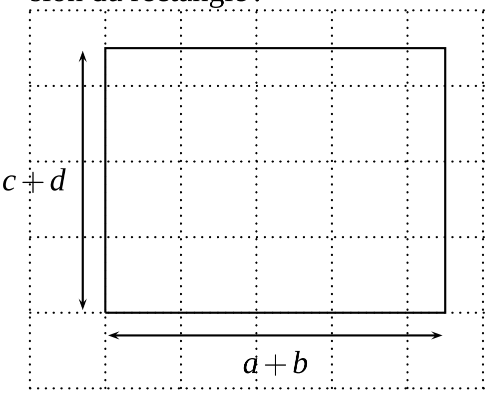
On peut se représenter ce calcul géométriquement, si a, b, c et d sont des nombres positifs.

Soit le produit $(a+b)\cdot(c+d)$.

Géométriquement, ce produit représente l'aire d'un rectangle.

On peut calculer cette aire de deux manières :

Chaque facteur représente une dimension du rectangle :

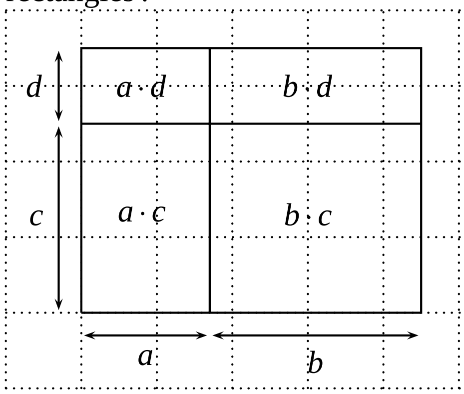


Pour calculer l'aire du rectangle, on effectue le produit de ses dimensions:

$$\text{longueur}\cdot\text{largeur}$$

$$(a+b)\cdot(c+d)$$

On peut partager ce rectangle en quatre rectangles :



Pour calculer l'aire du rectangle, on calcule l'aire de chacun des quatre rectangles et on effectue la somme:

$$a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d$$

En comparant les deux résultats, on voit que:

$$\boxed{(a+b)\cdot(c+d) = a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d}$$

Exemples

1) $$\begin{aligned}(2x+y)\cdot(x+3y) &= 2x\cdot(x+3y)+y\cdot(x+3y)\\ &= (2x^2+6xy)+(xy+3y^2)\\ &= 2x^2+6xy+xy+3y^2\\ &= 2x^2+7xy+3y^2\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}(2a-3b)\cdot(4a+b) &= 2a\cdot(4a+b)-3b\cdot(4a+b)\\ &= (8a^2+2ab)-(12ab+3b^2)\\ &= 8a^2+2ab-12ab-3b^2\\ &= 8a^2-10ab-3b^2\end{aligned}$$

Exercices 124 à 147

Exemples récapitulatifs

1) $$\begin{aligned}2x\cdot x+x+x\cdot x &= 2x^2+x+x^2\\ &= 3x^2+x\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}3a-a\cdot(b-4) &= 3a-(ab-4a)\\ &= 3a-ab+4a\\ &= 7a-ab\end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned}a-[-2b-(3a-b)] &= a-[-2b-3a+b]\\ &= a+2b+3a-b\\ &= 4a+b\end{aligned}$$

4) $$\begin{aligned}(3x+x)^3 &= (4x)^3\\ &= 64x^3\end{aligned}$$

5) $$\begin{aligned}(3x+y)^2 &= (3x+y)\cdot(3x+y)\\ &= 9x^2+3xy+3xy+y^2\\ &= 9x^2+6xy+y^2\end{aligned}$$

6) $$\begin{aligned}2x\cdot(x-2)\cdot(x-2) &= (2x^2-4x)\cdot(x-2)\\ &= 2x^3-4x^2-4x^2+8x\\ &= 2x^3-8x^2+8x\end{aligned}$$

7) $$\begin{aligned}\frac{a+b}{3}-(4a-b) &= \frac{a+b}{3}-\frac{3\cdot(4a-b)}{3}\\ &= \frac{a+b-(12a-3b)}{3}\\ &= \frac{a+b-12a+3b}{3}\\ &= \frac{-11a+4b}{3}\end{aligned}$$

8) $$\begin{aligned}(2a-b)\cdot(a+b)-(4a+b)\cdot(-a-b) &= (2a^2+2ab-ab-b^2)-(-4a^2-4ab-ab-b^2)\\ &= (2a^2+ab-b^2)-(-4a^2-5ab-b^2)\\ &= 2a^2+ab-b^2+4a^2+5ab+b^2\\ &= 6a^2+6ab\end{aligned}$$

Exercices 247 à 254

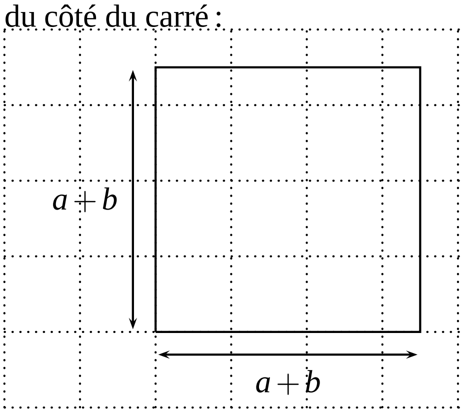
2.4 LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Considérons le produit

$$(a+b)\cdot(a+b).$$

Géométriquement, ce produit représente l'aire d'un carré (si $a>0$ et $b>0$).
On peut calculer l'aire du carré de deux manières :

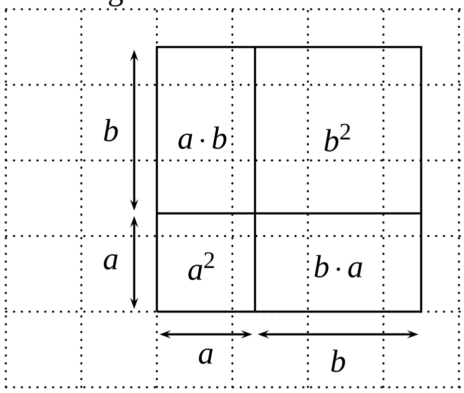
Chaque facteur représente la longueur du côté du carré :



Pour calculer l'aire du carré, on élève au carré la longueur de son côté:

$$(a+b)^2$$

On peut partager ce carré en 2 carrés et 2 rectangles :



Pour calculer l'aire du carré, on calcule l'aire des 2 carrés, l'aire des 2 rectangles, et on effectue la somme :

$$a^2+a\cdot b+b\cdot a+b^2$$

En comparant les deux résultats, on voit que:

$$\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$$

Remarques Le terme 2ab s'appelle le **double produit**. Géométriquement, il représente la somme des aires des deux rectangles dans la figure de droite.

Dans ce raisonnement géométrique, les lettres a et b représentent des longueurs, donc des nombres positifs. Mais l'identité

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

est vraie pour n'importe quels nombres a et b (positifs, négatifs, ou nuls). On peut le voir par un calcul qui emploie la distributivité :

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)\cdot(a+b)\\ &= a\cdot(a+b)+b\cdot(a+b)\\ &= a\cdot a+a\cdot b+b\cdot a+b^2\\ &= a^2+ab+ab+b^2\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

Voici encore trois identités importantes :

1) $$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)\cdot(a-b)\\ &= a\cdot(a-b)-b\cdot(a-b)\\ &= a\cdot a-a\cdot b-b\cdot a+b^2\\ &= a^2-ab-ab+b^2\\ &= a^2-2ab+b^2\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}(a+b)\cdot(a-b) &= a\cdot(a-b)+b\cdot(a-b)\\ &= a\cdot a-a\cdot b+b\cdot a+b^2\\ &= a^2-b^2\\ &= a^2-b^2\end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned}(x+a)\cdot(x+b) &= x\cdot(x+b)+a\cdot(x+b)\\ &= x\cdot x+x\cdot b+a\cdot x+a\cdot b\\ &= a^2+bx+ax+ab\\ &= a^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

Résumé

$$\boxed{\begin{array}{rcll}(a+b)^2 & = & a^2+2ab+b^2 & (1)\\ (a-b)^2 & = & a^2-2ab+b^2 & (2)\\ (a+b)\cdot(a-b) & = & a^2-b^2 & (3)\\ (x+a)\cdot(x+b) & = & x^2+(a+b)x+ab & (4)\end{array}}$$

Ces égalités sont des identités: elles sont vraies quelles que soient les valeurs qu'on donne aux variables a, b et x.

On les appelle des **identités remarquables**, ou aussi des **produits remarquables**.

Exercices 148 à 190

Exemples récapitulatifs

1) $$\begin{aligned}(2x^3+4y)^2 &= (2x^3)^2+2\cdot(2x^3)\cdot(4y)+(4y)^2\\ &= 4x^6+16x^3y+16y^2\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}(-2a-b)^2 &= (-(2a+b))^2\\ &= (2a+b)^2\\ &= (2a)^2+2\cdot 2a\cdot b+b^2\\ &= 4a^2+4ab+b^2\end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned}\left(2x^2-\frac{1}{2}xy\right)^2 &= (2x^2)^2-2\cdot(2x^2)\cdot\left(\frac{1}{2}xy\right)+\left(\frac{1}{2}xy\right)^2\\ &= 4x^4-2x^3y+\frac{1}{4}x^2y^2\end{aligned}$$

4) $$\begin{aligned}(7t+3u)\cdot(7t-3u) &= (7t)^2-(3u)^2\\ &= 49t^2-9u^2\end{aligned}$$

5) $$\begin{aligned}(-0{,}1a+2b)\cdot(2b+0{,}1a) &= (2b-0{,}1a)\cdot(2b+0{,}1a)\\ &= (2b)^2-(0{,}1a)^2\\ &= 4b^2-0{,}01a^2\end{aligned}$$

6) $$\begin{aligned}(x+7)\cdot(x+5) &= x^2+(7+5)x+7\cdot 5\\ &= x^2+12x+35\end{aligned}$$

7) $$\begin{aligned}(x+0{,}4)\cdot(x-1) &= x^2+(0{,}4-1)x+0{,}4\cdot(-1)\\ &= x^2-0{,}6x-0{,}4\end{aligned}$$

8) $$\begin{aligned}(2x^3-10)\cdot(2x^3-5) &= (2x^3)^2+(-10-5)\cdot 2x^3+(-10)\cdot(-5)\\ &= 4x^6-30x^3+50\end{aligned}$$

2.5 LA FACTORISATION

Factoriser un polynôme, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de polynômes. La factorisation transforme une somme en un produit.

On a vu en 8e des exemples comme celui-ci:

$$6x^2+15x=3x(2x+5).$$

On dit : on a factorisé le polynôme $6x^2+15x$ en **mettant en évidence** le monôme 3x.

Cette factorisation remplace la somme $6x^2+15x$ par le produit $3x(2x+5)$.

Pour factoriser un polynôme, on commence, si c'est possible, par mettre en évidence un monôme.

Exemples

- $\underbrace{3x^3y-6xy^2-12x^2y^2}_{\text{somme de trois termes}}=\underbrace{3xy\cdot(x^2-2y-4xy)}_{\text{produit de deux facteurs}}$
- $\underbrace{2a^2bc^3-4a^3b^3c+2abc}_{\text{somme de trois termes}}=\underbrace{2abc\cdot(ac^2-2a^2b^2+1)}_{\text{produit de deux facteurs}}$

Parfois, après cette mise en évidence, on peut factoriser encore en utilisant les identités remarquables. Voici trois exemples:

1)

Calculs	*Indications*
$2a^2-2b^2=$	somme de deux termes
$2\cdot(a^2-b^2)=$	produit de deux facteurs
	le facteur (a^2-b^2) est à son tour décomposable
$2\cdot(a+b)\cdot(a-b)$	produit de trois facteurs

2) *Calculs* — *Indications*

Calculs	*Indications*
$x^2+2xy+y^2=$	somme de trois termes on ne peut mettre en évidence aucun monôme; mais on peut utiliser une identité remarquable
$(x+y)^2$	produit de deux facteurs

3)

Calculs	*Indications*
$x^2-5x+6=$	somme de trois termes
$(x-2)\cdot(x-3)$	produit de deux facteurs

> Marche à suivre pour factoriser un polynôme :
>
> 1. Mettre en évidence le plus possible de facteurs communs.
> 2. Voir si on peut factoriser davantage à l'aide des identités remarquables.

Exercices 191 à 218

2.6 LES FRACTIONS RATIONNELLES

Considérons les quotients suivants:

$$\frac{x-y}{x+y} \qquad \frac{a^2-1}{a} \qquad \frac{x^2+2x+1}{x-2}.$$

Les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes ou des polynômes. Un quotient de polynômes s'appelle une **fraction rationnelle**.

Remarques Si on remplace les variables par des nombres, il ne faut pas que le dénominateur devienne égal à zéro.

2.6.1 SIMPLIFICATION DE FRACTIONS RATIONNELLES

> Marche à suivre pour factoriser une fraction rationnelle :
>
> 1. FACTORISER le numérateur et le dénominateur.
> 2. SIMPLIFIER les facteurs communs.

Exemples

1) $\dfrac{9x^3y}{21x^2y^2}=\dfrac{3\cdot3\cdot x\cdot x\cdot x\cdot y}{3\cdot7\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y}=\dfrac{3x}{7y}$

2) $\dfrac{2a+a^2}{a}=\dfrac{a\cdot(2+a)}{a}=2+a$

3) $\dfrac{a^2-b^2}{a+b} = \dfrac{(a+b)\cdot(a-b)}{(a+b)} = a-b$

4) $\dfrac{2x^3-2xy^2}{4x^3-4x^2y} = \dfrac{2x\cdot(x^2-y^2)}{4x^2\cdot(x-y)} = \dfrac{2x\cdot(x+y)\cdot(x-y)}{2\cdot 2\cdot x\cdot x\cdot(x-y)} = \dfrac{x+y}{2x}$

Remarques

$$\boxed{b-a=-(a-b)}$$

En effet : $b-a=-a+b$

$b-a=-(a-b)$

Exemple

$$\frac{x-4}{16-x^2} = \frac{x-4}{(4-x)\cdot(4+x)} = \frac{-(4-x)}{(4-x)\cdot(4+x)} = \frac{-1}{4+x} = -\frac{1}{4+x}$$

Exercices 219 à 233

2.6.2 MULTIPLICATION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Marche à suivre pour multiplier deux fractions rationnelles :

1. FACTORISER les numérateurs et les dénominateurs.
2. MULTIPLIER les numérateurs.
3. MULTIPLIER les dénominateurs.
4. SIMPLIFIER les facteurs communs.

Exemple

$$\frac{x^2-y^2}{ax-ay}\cdot\frac{a^2}{x^2+2xy+y^2} = \frac{(x+y)\cdot(x-y)\cdot a\cdot a}{a\cdot(x-y)\cdot(x+y)^2} = \frac{a}{x+y}$$

Exercices 234 à 240

2.6.3 DIVISION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Marche à suivre pour diviser une fraction rationnelle par une autre :

1. MULTIPLIER la fraction dividende par l'inverse de la fraction diviseur.
2. FACTORISER les numérateurs et les dénominateurs.
3. MULTIPLIER les dénominateurs.
4. SIMPLIFIER les facteurs communs.

Exemples

1) $\dfrac{3a^2}{2x^4} : \dfrac{5a^3}{6x^7} = \dfrac{3a^2}{2x^4} \cdot \dfrac{6x^7}{5a^3} = \dfrac{9x^3}{5a}$

2) $$\begin{aligned}\frac{2a-2b}{4a} : \frac{a^2-2ab+b^2}{2a^3} &= \frac{2a-2b}{4a} \cdot \frac{2a^3}{a^2-2ab+b^2}\\ &= \frac{2\cdot(a-b)\cdot 2\cdot a^3}{4\cdot a\cdot(a-b)\cdot(a-b)} = \frac{a^2}{a-b}\end{aligned}$$

Exercices 241 à 246

2.7 LES FRACTIONS RATIONNELLES (Section S - NA)

2.7.1 FRACTIONS RATIONNELLES ÉGALES

Deux fractions rationnelles sont égales, si l'une s'obtient de l'autre en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même polynôme.

Par exemple, les fractions rationnelles

$$\frac{a+b}{2a} \qquad \text{et} \qquad \frac{a^2+ab}{2a^2}$$

sont égales, car

$$\frac{a+b}{2a} = \frac{a\cdot(a+b)}{a\cdot 2a^2} = \frac{a^2+ab}{2a^2}.$$

2.7.2 DÉNOMINATEURS COMMUNS

Les fractions rationnelles

$$\frac{2}{3x} \qquad \text{et} \qquad \frac{4}{x^2}$$

n'ont pas le même dénominateur.

Mais on peut les remplacer chacune par une fraction rationnelle qui lui soit égale, de telle sorte que les nouvelles fractions aient le même dénominateur.

Par exemple, on a

$$\frac{2}{3x} = \frac{2\cdot x}{3x\cdot x} = \frac{2x}{3x^2} \qquad \text{et} \qquad \frac{4}{x^2} = \frac{3\cdot 4}{3\cdot x^2} = \frac{12}{3x^2}.$$

On dit : $3x^2$ est un dénominateur commun des fractions rationnelles $\dfrac{2}{3x} et \dfrac{4}{x^2}$.

On dit aussi: on a mis les deux fractions rationnelles $\dfrac{2}{3x}$ et $\dfrac{4}{x^2}$ à un dénominateur commun (qui est $3x^2$).

Pour trouver un dénominateur commun de deux fractions rationnelles, on factorise leurs dénominateurs. Par exemple, considérons les fractions

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{3x+3}.$$

Factorisons les dénominateurs:

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} = \frac{x+3}{2x(x+1)} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{3x+3} = \frac{1}{3(x+1)}.$$

Si on multiplie le dénominateur 2x(x + 1) par 3, on trouve 6x(x + 1).

Si on multiplie le dénominateur 3(x + 1) par 2x, on trouve 6x(x + 1).

On dit: 6x(x + 1) est un dénominateur commun des deux fractions rationnelles.

On peut donc mettre ces deux fractions rationnelles au même dénominateur :

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} = \frac{x+3}{2x(x+1)} = \frac{3\cdot(x+3)}{3\cdot 2x(x+1)} = \frac{3(x+3)}{6x(x+1)}$$

et

$$\frac{1}{3x+3} = \frac{1}{3(x+1)} = \frac{2x\cdot 1}{2x\cdot 3(x+1)} = \frac{2x}{6x(x+1)}.$$

2.7.3 ADDITION ET SOUSTRACTION DE FRACTIONS RATIONNELLES

Fractions de même dénominateur

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on additionne leurs numérateurs. On garde le même dénominateur. Par exemple,

$$\frac{2x+3}{x^2+1} + \frac{x-4}{x^2+1} = \frac{3x-1}{x^2+1}.$$

Fractions de dénominateurs différents

Si les fractions qu'on veut additionner ont des dénominateurs différents, on commence par les mettre au même dénominateur. Ensuite, on additionne comme ci-dessus. Par exemple, reprenons

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{3x+3}.$$

On a:

$$\frac{x+3}{2x^2+2x} + \frac{1}{3x+3} = \frac{3(x+3)}{6x(x+1)} + \frac{2x}{6x(x+1)} = \frac{5x+9}{6x(x+1)}.$$

Marche à suivre pour additionner ou soustraire des fractions rationnelles :

1. SIMPLIFIER les fractions.
2. Rechercher un DÉNOMINATEUR COMMUN.
3. Mettre les fractions au MÊME DÉNOMINATEUR.
4. EFFECTUER les calculs et SIMPLIFIER le résultat.

Exemple 1 Effectuer les opérations suivantes :

$$\frac{6a^2b}{3ab^3}+\frac{5a}{2a^2b^2}-\frac{4ab}{6a^4b^5}$$

Simplifions les fractions

$$\frac{2a}{b^2}+\frac{5}{2ab^2}-\frac{2}{3a^3b^4}$$

Recherchons un dénominateur commun

$$\left.\begin{aligned} b^2 &= b\cdot b\\ 2ab^2 &= 2\cdot a\cdot b\cdot b\\ 3a^3b^4 &= 3\cdot a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b \end{aligned}\right\} \quad \begin{array}{c} 2\cdot 3\cdot a\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = 6a^3b^4\\ \text{est un dénominateur commun}\end{array}$$

Mettons les fractions au même dénominateur et effectuons

$$\frac{6a^3b^2}{6a^3b^2}\cdot\frac{2a}{b^2}+\frac{3a^2b^2}{3a^2b^2}\cdot\frac{5}{2ab^2}-\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3a^3b^4}=\frac{12a^4b^2+15a^2b^2-4}{6a^3b^4}$$

Exemple 2 Effectuer les opérations suivantes:

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2}+\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2}-\frac{2a-b}{a^2-b^2}$$

Simplifions les fractions

$$\frac{a-b}{(a-b)\cdot(a-b)}+\frac{a+b}{(a+b)\cdot(a+b)}-\frac{2a-b}{(a+b)\cdot(a-b)}$$
$$=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}-\frac{2a-b}{(a+b)\cdot(a-b)}$$

Recherchons un dénominateur commun

$$\left.\begin{array}{l} a-b\\ (a+b)\\ (a+b)\cdot(a-b)\end{array}\right\} \quad \begin{array}{c}(a-b)\cdot(a+b)\\ \text{est un dénominateur commun}\end{array}$$

Mettons les fractions au même dénominateur

$$\frac{(a+b)}{(a+b)} \cdot \frac{1}{(a-b)} + \frac{(a-b)}{(a-b)} \cdot \frac{1}{(a+b)} - \frac{2a-b}{(a+b)\cdot(a-b)}$$
$$= \frac{(a+b)+(a-b)-(2a-b)}{(a+b)\cdot(a-b)}$$

$\boxed{\text{Effectuons les calculs}}$

$$\frac{a+b+a-b-2a+b}{(a+b)\cdot(a-b)} = \frac{b}{(a+b)\cdot(a-b)} = \frac{b}{a^2-b^2}$$

Exemple 3 Effectuer les opérations suivantes:

$$\frac{x}{x+2y} + \frac{2y}{x-2y} - \frac{4xy}{x^2-4y^2}$$

Ces fractions sont déjà simplifiées.

$\boxed{\text{Recherchons un dénominateur commun}}$

$$\left.\begin{array}{l} x+2y \\ x-2y \\ x^2-4y^2 = (x-2y)\cdot(x+2y) \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} (x-2y)\cdot(x+2y) \\ \text{est un dénominateur commun} \end{array}$$

$\boxed{\text{Mettons les fractions au même dénominateur}}$

$$\frac{(x-2y)}{(x-2y)} \cdot \frac{x}{(x+2y)} + \frac{(x+2y)}{(x+2y)} \cdot \frac{2y}{(x-2y)} - \frac{4xy}{(x-2y)\cdot(x+2y)}$$
$$= \frac{(x^2-2xy)+(2xy+4y^2)-4xy}{(x+2y)\cdot(x-2y)}$$

$\boxed{\text{Effectuons les calculs}}$

$$\frac{x^2-2xy+2xy+4y^2-4xy}{(x+2y)\cdot(x-2y)} = \frac{x^2+4y^2-4xy}{(x+2y)\cdot(x-2y)}$$

$\boxed{\text{Simplifions}}$

$$\frac{(x-2y)\cdot(x-2y)}{(x+2y)\cdot(x-2y)} = \frac{x-2y}{x+2y}$$

$\boxed{\text{Exercices 258 à 268}}$

Exercices écrits

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 68

Exprimer à l'aide d'un monôme:

1) l'aire d'un rectangle de dimensions x et y;
2) l'aire d'un carré de côté a;
3) l'aire d'un triangle de base b et de hauteur h;
4) le volume d'un cube d'arête a;
5) le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions x, y et z;
6) l'aire totale des faces d'un cube d'arête z.

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 69

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b$
2) $(a^2)^3$
3) $\dfrac{2y}{xy}$
4) $4w+5w-w$
5) $(2a^2)^2 \cdot a^3 \cdot a^5$
6) $x \cdot x + 2x^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 70

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $x \cdot 2 + 3 \cdot x$
2) $x + x \cdot x + x$
3) $2a - (-a+b)$
4) $5x - x \cdot (x+2)$
5) $2a^3 - (-2a+3a^2) \cdot a$
6) $\dfrac{2x^2y}{4xy^2}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 71

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $(2x^2y)^2 - 3xy : (x^3y)$
2) $5a - (-2a+1) + 3a$
3) $\dfrac{a^3b^2c}{a^2b} - 2abc$
4) $(2x+x-5x)^2$
5) $-a^2 - a \cdot a + 2a^2b - b$
6) $0{,}3x \cdot (2x+x) + (x+5x) \cdot 0{,}1x$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 72

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $a^2 \cdot 2ab$
2) $3a \cdot (-2ab)$
3) $4a^2 \cdot 5a \cdot 2b$
4) $2a \cdot (-3a^2) \cdot (-2ab)$
5) $5a^2 \cdot 3a^3 \cdot (-2a^2)$
6) $7xy \cdot 3x^2$

∇∇∇ **EXERCICE 73**

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $x^3 \cdot 4x^2y$
2) $4a^2 \cdot (-3ab^2)$
3) $2x^2 \cdot 3y \cdot 5x$
4) $(-2a^2) \cdot 3ab \cdot (-b)$
5) $4x^4 \cdot 3x^3 \cdot 2x^2 \cdot (-x)$
6) $3a^2b \cdot 2a^3b$

∇∇∇ **EXERCICE 74**

Réduire chacune des expressions suivantes:

1) $a^4 \cdot 5ab^2$
2) $2x^3 \cdot (-4x^2y)$
3) $3a \cdot 2b^2 \cdot 4ab$
4) $(+x^2) \cdot (-2xy) \cdot (+3y)$
5) $(-3a^3b) \cdot 2a^2b \cdot (-ab)$
6) $2xy \cdot 3x^2y \cdot (-xy)$

∇∇∇ **EXERCICE 75**

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(-2x^2) \cdot (7x)$
2) $\left(-\frac{2}{3}x^2y^3\right) \cdot \left(-\frac{7}{12}y^3\right) \cdot \left(-\frac{6}{21x^5}\right)$
3) $\frac{5}{4}x \cdot \left(-\frac{2}{15}x\right)$
4) $\frac{8}{9}xyz \cdot \left(-\frac{3}{2}xy\right)$
5) $\left(-\frac{1}{2}a^3b\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}ab^3c\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}a^7\right)$
6) $(-3abc) \cdot \left(+\frac{1}{27}a^4b\right) \cdot 9a^4b^{12}$

∇∇∇ **EXERCICE 76**

Dans chaque cas, quel est le monôme M manquant?

1) $M \cdot x = 2x^2$
2) $3x^2 \cdot M = 15x^5$
3) $5a^2 \cdot M = a^6$
4) $2xy \cdot 4x^2y \cdot M = -16x^4y^2$
5) $10a^3b \cdot M = a^4b^4$
6) $7xy^2z^3 \cdot M = 56x^3y^3z^3$

∇∇∇ **EXERCICE 77**

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(3a^2b)^2$
2) $(-7x^3y)^2$
3) $(-2a^2bc)^3$
4) $(-5ab^3)^0$
5) $(3w^2z)^4$
6) $(-2x^4)^6$;

∇∇∇ **EXERCICE 78**

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(5xy^2)^2$
2) $(-6a^4b)^2$
3) $(-3x^3yz)^3$
4) $(4a^3b)^4$
5) $(-x^2y^4)^0$
6) $(-x^8)^8$;

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 79

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(2a^2b^3)^2$
2) $(-4xy^2)^3$
3) $(-2a^4b^2c)^4$
4) $(-125xy^2z^3)^0$
5) $(+3a^3b)^3$
6) $(-2xy^2)^5$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 80

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat:

1) $(0{,}3xy)^2$
2) $(-2a^2b)^4$
3) $\left((-2x^2y)^3\right)^2$
4) $\left(\frac{1}{2}ab^2\right)^3$
5) $(-3x^2y^3)^3$
6) $-\frac{1}{2}\cdot(a^4b^2)^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 81

Effectuer les calculs suivants; réduire le résultat :

1) $(0{,}2x)^3$
2) $\left(-\frac{1}{2}a^2\right)^2$
3) $0{,}4\cdot(a^3b)^2$
4) $(-0{,}1x^3y)^4$
5) $\left((-a^7b)^2\right)^3$
6) $(2ab^5)^3$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 82

Dans chaque cas, quel est le monôme M manquant ? Donner toutes les possibilités.

1) $M^3 = 8x^6$
2) $M^2 = 0{,}01a^2b^4$
3) $M^3 = -\frac{27}{8}x^9y^6z^{15}$
4) $M^{11} = a^{22}b^{11}$
5) $(M^3)^2 = \frac{1}{64}t^{12}u^{18}$
6) $M^2 = 36x^{36}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 83

Écrire le plus simplement possible chacun de ces quotients de monômes :

1) $\frac{7a^2}{a}$
2) $\frac{33ab^2}{11ab}$
3) $\frac{14x^3}{7x}$
4) $\frac{8x^5}{16x}$
5) $\frac{3a^4b}{21ab^4}$
6) $\frac{2x^{12}}{12x^2}$

Dans les exercices 84 à 86, écrire le plus simplement possible chacun des quotients de monômes :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 84

1) $\frac{-25x^4}{5x^8}$
2) $\frac{-12a^5}{-4a^3}$
3) $\frac{77a^7b}{-11a^5b^2}$
4) $\frac{-3x^2}{9x^3}$
5) $\frac{3a^3b}{-3ba^3}$
6) $\frac{55x^{10}}{5{,}5x}$

∇∇∇ EXERCICE 85

1) $\dfrac{4a^3b^7}{0{,}04a^3b^7}$ 3) $\dfrac{-3a^3b^2c}{-21a^4b^3c^2}$ 5) $\dfrac{0{,}25x^2y^3}{10x^2y^2}$

2) $\dfrac{909a^4b^5c^6}{-9a^3b^4c^5}$ 4) $\dfrac{18a^5b^3}{-24a^2b^7}$ 6) $\dfrac{-30x^8y^3z^4}{-0{,}5x^2y^6z}$

∇∇∇ EXERCICE 86

1) $\dfrac{4x^4y^3z}{40xy^4z^2}$ 3) $\dfrac{2x^2y^3z}{0{,}2x^2y^3z^2}$ 5) $\dfrac{0{,}3x^2y^3}{3x^2y^3}$

2) $\dfrac{81a^6b^2}{-9a^3b^4}$ 4) $\dfrac{-24a^5bc^2}{36a^6b^2c^4}$ 6) $\dfrac{-5^2x^8y^6z^2}{-5x^4y^2z}$

∇∇∇ EXERCICE 87

Donner, pour chacun des monômes suivants, trois monômes qui lui sont semblables :

1) $3a^2b^2$ 2) $-\dfrac{x^7y^2}{4}$ 2) $-\dfrac{x^7y^2}{4}$

∇∇∇ EXERCICE 88

Réduire chacune de ces expressons:

1) $3a^2+5a^2+2a^2+7a^2$ 4) $(-\frac{1}{3}x^2y)+(-\frac{1}{6}x^2y)$

2) $(-2x)+(+7x)+(-3x)$ 5) $(-5a^2b)+(+3a^2b)+(-\frac{1}{2}a^2b)$

3) $+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{4}ab+ab$ 6) $(-12abc)+(-\frac{1}{12}abc)$

∇∇∇ EXERCICE 89

Réduire les expressions suivantes:

1) $7x^2-3x^2+4x^2-x^2$ 4) $-0{,}1w^3-(-2w^3)+(-5{,}1w^3)$

2) $(-4ab^2)-(-2ab^2)+(-5ab^2)$ 5) $(-\frac{1}{3}ab)+(-\frac{1}{7}ab)-(+\frac{1}{21}ab)$

3) $-(-\frac{1}{2}x^3y)+(+\frac{1}{3}x^3y)-(-2x^3y)$ 6) $a\cdot a\cdot b-2a^2b-(-5a\cdot ab)$

∇∇∇ EXERCICE 90

Réduire les expressions suivantes:

1) $(-5x)+(-2y)+(-4x)-(-7y)$

2) $(-\frac{3}{5}a)-(+\frac{1}{4}b)-(-a)+(+\frac{1}{2}b)$

3) $(-5x^2y)+(+2x^2y)-(+3xy^2)-7xy\cdot y$

4) $\frac{1}{2}a^2+(+\frac{1}{3}ab)-(-\frac{1}{9}ab)+2a^2$

5) $(-3w^3)-(-2w^2)+\left(+\frac{1}{4}w^3\right)-\left(+\frac{2}{3}w^2\right)$

6) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}a^2-1-a^2$

∇∇∇ EXERCICE 91

Réduire les expressions suivantes:

1) $a+ab-\frac{1}{2}a-(-2ab)$

2) $\frac{a}{2}+\left(-\frac{b}{3}\right)-(-a)+2b$

3) $\frac{5x^2}{3}-\frac{3x}{5}-(-2x^2)-\left(+\frac{x}{10}\right)$

4) $2x^2 + x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - (-x) + (+\frac{1}{2}x)$

5) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)a^2-\left(-\frac{1}{6}a^2\right)+\frac{1}{2}a^2$

6) $m+m\cdot 2m$

∇∇∇ EXERCICE 92

Exprimer à l'aide d'un polynôme :

1) le périmètre d'un rectangle de dimensions a et b;

2) l'aire totale des faces d'un parallélépipède rectangle de dimensions x, y et z;

3) le périmètre d'un trapèze rectangle de bases a et b, de hauteur h et de côté oblique de longueur l;

4) la somme des aires de deux disques, l'un de rayon a, l'autre de rayon b;

5) la somme des aires de trois carrés de côtés respectifs x, y et z;

6) l'aire de la couronne comprise entre deux cercles concentriques de rayon x, respectivement y (avec $y > x$).

∇∇∇ EXERCICE 93

Exprimer à l'aide d'un monôme ou d'un polynôme :

1) le volume total d'un corps formé de deux cubes, l'un d'arête x et l'autre d'arête y ;

2) le périmètre d'un triangle équilatéral de côté x ;

3) l'aire d'un carré de diagonale d ;

4) l'aire d'un losange dont la petite diagonale mesure d et la grande le triple de la petite.

Dans les exercices 94 à 97, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 94

1) $(-2x+4y)+(3x+5y)$

2) $(3a-b+c)+(2a-5b-4c)$

3) $(3y^2-5y+2)+(5y^2+y-4)$

4) $(-4a^2-3a+2)+(-2a^2+7a-5)$

5) $(5xy^2 - x^2y + 2xy) + (5xy - xy^2 + 2x^2y)$

6) $(a^2b + 3ab) + (-5a^2b + 2ab) + (-4a^2b - ab)$

∇∇∇ EXERCICE 95

1) $(2a + 5b) - (7a + 2b)$

2) $(3x - 4y + z) + (2x - y + 2z)$

3) $(4a^2 - 7a + 2) - (-2a^2 + 3a - 2)$

4) $-(4x^2 - 2x + 4) + (-4x^2 - 7x + 1)$

5) $(4ab^2 - 5a^2b) - (3ab^2 + 2a^2b)$

6) $-(2a^3 - 3b^2) - (7a^3 + b^2) + (3a^3 - b^2)$

∇∇∇ EXERCICE 96

1) $(5a - 2b) - (3a + 7b)$

2) $(2x - 3y + z) + (5x + y - 3z)$

3) $(5a^2 + 2a - 1) - (-3a^2 + 7a - 2)$

4) $-(2x^2 - x + y) + (4x^2 - x - 2y)$

5) $(4a^2b - 2ab^2 + 3ab) - (4ab^2 - 2ab^2 + 3ab)$

6) $-(x^2 - 4y^2) + (2x^2 - 3y^2) - (2y^2 + 4x^2)$

∇∇∇ EXERCICE 97

1) $(3x^2 - 7x + 2) + (-4x^2 + 5x - 3)$

2) $-(7a^3 - 2a^2b + b^3) + (-4a^3 + a^2b - 7b^3)$

3) $3x^2y + 7xy^2 - (-3x^2y + 2xy^2) - 7x^2y + 10xy^2$

4) $(4a^3 + 2a^2 - 3a + 2) - (-7a^3 + a^2 - 4a + 3) + (3a^3 - a^2 - a - 1)$

5) $(7w + 3z - 2y) - (4w - 2z + 3y) + (2w + z - 5y)$

6) $(0{,}2a^3 - 0{,}1a^2 + 3a - 4) - (-0{,}8a^3 + 0{,}9a^2 - 1{,}2a + 4)$

∇∇∇ EXERCICE 98

Quel polynôme faut-il additionner au polynôme $x^3 - 4x + 1$ pour obtenir $x + 3$?

∇∇∇ EXERCICE 99

Quel polynôme faut-il soustraire du polynôme $x^3 - 3x^2 + 1$ pour obtenir $x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{3}$?

∇∇∇ EXERCICE 100

Quel polynôme faut-il soustraire du polynôme $2x^3 - 6x^2 + 2$ pour obtenir $-x^3 - 11x^2 + 12$?

∇∇∇ EXERCICE 101

Quel polynôme faut-il additionner au polynôme $\frac{1}{2}x^2 + 1$ pour obtenir $\frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$?

∇∇∇ EXERCICE 102

Quel polynôme faut-il soustraire du polynôme $x+9$ pour obtenir $-3x+1$?

Dans les exercices 103 à 105, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 103

1) $-(-2x)-(-(-x+3x))$

2) $4a-(2b-(-a+b)-b)$

3) $-5x-(-3y-(-x-(2x-y)-y)+4x)-y$

4) $-2w-(3w-2t)-(-w-(3w+t)+w)-2t$

5) $2a+5-(3a+(5-(-2+2a))+7a)$

6) $-\left(-3x^3+2-\left(7x^3+4-(10-x^3)+3x^3\right)+15\right)$

∇∇∇ EXERCICE 104

1) $3a-((-2a+5a)-(-2a))-a$

2) $-(-(-2a+3b)-4a)-(-3b)$

3) $(-5x-y)-(3x-((x-y)-(2x+y))-x)$

4) $7a^2-\left(-2a^2-(-4a^2-b)-5b\right)-2b$

5) $-(-(-(-7a)-1)-1)-1$

6) $7a^2b-\left(-3a^2b-\left(2ab^2+a^2b-(-ab^2)\right)+2a^2b\right)$

∇∇∇ EXERCICE 105

1) $3a^2\cdot(2ab+b^2)$

2) $2a^3\cdot(5a-3b)$

3) $4x^2\cdot(5xy-x^2)$

4) $(7ab-3a^2)\cdot 3ab$

5) $(4a^2b-7ab^2)\cdot a^3$

6) $(3a-2b)\cdot 7ab$

∇∇∇ EXERCICE 106

Développer chacune de ces expressions:

1) $2xy\cdot(x^2y+x)$

2) $5y^2\cdot(y^3-2x^2y+1)$

3) $3xy^2\cdot(-xy+2x^2y-x)$

4) $(2ab-4ab^2)\cdot 3a^2b$

5) $(3a^3-2a^2b-1)\cdot 4ab$

6) $a\cdot(2a^2b-3ab^2-b^3)\cdot 2b$

∇∇∇ EXERCICE 107

Développer chacune de ces expressions:

1) $2x^3 \cdot (3xy + x)$
2) $(2a^2b - 3b) \cdot ab$
3) $3x^2y \cdot (xy^2 - 2xy - 1)$
4) $(-4a^2b) \cdot (-4a + 2a^2b - 3b^3)$
5) $(x^2y - 2xy^2 + 3y^3) \cdot (-2x^2)$
6) $2ab \cdot (a^2 - 2ab + b^2) \cdot a$

Dans les exercices 108 à 110, développer puis réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 108

1) $2 \cdot (3x + 5) - 3 \cdot (2x - 4)$
2) $4 \cdot (2a^2 + b) + 3 \cdot (4a^2 - b)$
3) $7 \cdot (x^4 + 2y^4) - 2 \cdot (2x^4 + y^4)$
4) $10 \cdot (3ab - 2bc) - 5 \cdot (2ab + 3bc)$
5) $-4 \cdot (5a - 2b) + 4 \cdot (2a - 5b)$
6) $2 \cdot (5a - 2b + c) + 3 \cdot (a - b + 3c)$

∇∇∇ EXERCICE 109

1) $3 \cdot (x^2 - 5) - 2 \cdot (x^2 + 7)$
2) $5 \cdot (2x - y) + 3 \cdot (2x + 3y)$
3) $4 \cdot (a^3 + 2b^3) - (2a^3 - b^3)$
4) $5 \cdot (3xy - 2y) - 4 \cdot (2xy - 3y)$
5) $-4 \cdot (2a^2b - 3ac) + 2 \cdot (3a^2b - 2ac)$
6) $3 \cdot (x^2 - 4y^2 - 4) - (2x^2 + 3y^2 - 1) \cdot 4$

∇∇∇ EXERCICE 110

1) $3a^2 \cdot (2a - b) - 2a^2 \cdot (4a - 3b)$
2) $7xy \cdot (2x - 3xy) + 3x^2 \cdot (y^2 - y)$
3) $2z^2 \cdot (3z - 2x) - 4z^2 \cdot (z - 2x)$
4) $5a^2b \cdot (a^2b + 4b^2) - 7b^2 \cdot (2a^4 - a^2b)$
5) $x^3 \cdot (2y^2 - 3xy) - 2xy^2 \cdot (5x^2 - 4x^3)$
6) $2z \cdot w \cdot (z^2 - zw + 1) + 3zw \cdot (z^2 - 2zw - 1)$

Dans les exercices 111 à 113, développer puis réduire chacune des expressions :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 111

1) $2ab^2 \cdot (3ab-1)+(-2b+5ab^2)\cdot 3ab$

2) $2y\cdot(-3y+4x^2y)-(2x^2-3)\cdot y^2$

3) $(-3w^2)\cdot(2w-wz-1)-(3-2wz+w)\cdot 2w^2$

4) $\dfrac{3}{2}a^2\cdot(\dfrac{2}{3}b^2+4a)+\dfrac{4}{3}b^2\cdot(3a^2-\dfrac{3}{8}b)$

5) $\dfrac{1}{5}xy^2\cdot(5x^2+xy^2)-\dfrac{2}{5}x^2\cdot(10xy^2-2y^2)$

6) $\dfrac{2}{3}ab\cdot\left(\dfrac{3}{4}b-\dfrac{1}{2}a^2\right)-\left(\dfrac{8}{9}a^3+\dfrac{4}{3}ab\right)\cdot\dfrac{3}{4}b$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 112

1) $(2a+b)\cdot 3-5\cdot(3a+b)$

2) $(-x-y)\cdot x-x\cdot(2x-y)$

3) $(-2a^2+2b)\cdot 2a-a\cdot(a^2+b)$

4) $(2w+3t)\cdot w-(4w+2t)\cdot 2w$

5) $2w+3t\cdot w-4w+3t\cdot 2w$

6) $-(a-b+c)\cdot 4-12\cdot(2a+b-c)$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 113

1) $(2a-b+a)\cdot 2a^2+a^2\cdot(a+b-b)$

2) $\dfrac{1}{2}ab-\dfrac{1}{2}b\cdot 2b-3b\cdot(2a-b)$

3) $(7x^2+3x-10)\cdot 3x+7x^2\cdot(2x+3)$

4) $4\cdot(2a-b)\cdot a^2-a\cdot(2a^2+ab)\cdot 2$

5) $(7w-3y)\cdot 2w^2+4w^2\cdot(2w+5y)$

6) $abc+(2a+b+c)$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 114

Par quel monôme faut-il multiplier le polynôme $5x^2-2x-1$ pour obtenir $15x^3-6x^2-3x$?

Dans les exercices 115 à 119, réduire chacune des expressions :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 115

1) $\dfrac{x}{5}+\dfrac{x}{6}$

2) $\dfrac{2x}{3}+x$

3) $\dfrac{7x}{4}-x$

4) $\dfrac{x}{4}+\dfrac{x}{3}-\dfrac{x}{12}$

5) $\dfrac{5x}{2}-\dfrac{7x}{4}-\dfrac{4x}{3}$

6) $\dfrac{2x}{3}-\left(\dfrac{3x}{2}+\dfrac{x}{9}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 116

1) $\dfrac{4x}{3}-\dfrac{5x}{6}$

2) $\dfrac{3x}{5}+x$

3) $\dfrac{2x}{7}-\dfrac{x}{3}$

4) $\dfrac{3x}{4}-\dfrac{2x}{3}+\dfrac{x}{6}$

5) $\dfrac{2x}{9}-\left(\dfrac{5x}{6}+\dfrac{x}{4}\right)$

6) $\left(\dfrac{3x}{5}-\dfrac{2x}{3}\right)+\dfrac{x}{15}$

∇∇∇ EXERCICE 117

1) $\dfrac{x+4}{4}+\dfrac{x-3}{3}$

2) $\dfrac{x}{4}-\dfrac{x-2}{5}$

3) $\dfrac{2x+1}{2}-\dfrac{2-3x}{3}$

4) $\dfrac{x}{5}-\dfrac{2x+1}{2}+\dfrac{5-4x}{10}$

5) $\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{2x-3}{6}+\dfrac{2x+1}{2}$

6) $\dfrac{2x+2}{6}-\dfrac{12x-4}{24}+\dfrac{6x+9}{27}$

∇∇∇ EXERCICE 118

1) $\dfrac{2x-3}{3}+\dfrac{5-2x}{5}$

2) $\dfrac{-2x}{4}-2x$

3) $\dfrac{4x-2}{4}-\dfrac{1-2x}{2}$

4) $\dfrac{x}{3}-\dfrac{3x-1}{2}+\dfrac{11x-3}{6}$

5) $\dfrac{3x-8}{2}+\dfrac{3x+10}{10}-\dfrac{5-x}{5}$

6) $\dfrac{4x+8}{8}-\dfrac{6x+9}{18}+\dfrac{15-5x}{20}$

∇∇∇ EXERCICE 119

1) $\dfrac{3x+5}{7}+2x$

2) $\dfrac{4a-2b}{3}+\dfrac{5a+b}{6}$

3) $\dfrac{1}{3}\cdot(2a-b)-\dfrac{1}{2}\cdot(4a+b)$

4) $\dfrac{4x^2-2y^2}{2}+\dfrac{x^2+3y^2}{3}$

5) $\dfrac{ab-2a}{3}-\dfrac{5a+3ab}{5}$

6) $\dfrac{4x^2-3}{3}+\dfrac{7x^2+4}{7}$

Dans les exercices 120 à 122, réduire chacune des expressions :

∇∇∇ EXERCICE 120

1) $\dfrac{4w-z}{5}-7w$

2) $4a^2-\dfrac{3a^2+b^2}{3}$

3) $\dfrac{x^3-y^3}{2}-2x^3$

4) $\dfrac{4abc-7ab}{3}-\dfrac{12ab}{4}$

5) $\dfrac{4w^2-z^2}{14}-\dfrac{w^2-3z^2}{7}$

6) $\dfrac{2x^2y}{3}-\dfrac{4x^2y+xy^2}{9}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 121

1) $\dfrac{4w^4-z}{4}-\dfrac{3z+w^4}{8}$

2) $\dfrac{5a^2-2b}{3}-\dfrac{3a^2+b}{4}$

3) $\dfrac{4a^3-5c}{5}+\dfrac{2a^3-3c}{10}$

4) $4a-b+\dfrac{3a-2b}{7}$

5) $\dfrac{2a+3b}{3}-\dfrac{4a-b}{6}$

6) $\dfrac{x^4-y^4}{5}-\dfrac{2x^4+12y^4}{15}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 122

1) $\dfrac{2x-5y}{4}-\dfrac{3x-2y}{3}+\dfrac{5x-y}{6}$

2) $\dfrac{7a-2b}{14}-\dfrac{3b-4a}{7}+\dfrac{12b-5a}{2}$

3) $\dfrac{3x-y+2z}{5}-\dfrac{2y+x-7z}{10}+\dfrac{3y-2z+x}{20}$

4) $\dfrac{3w-2v}{8}-\dfrac{w+3v}{6}+\dfrac{3w-5v}{24}$

5) $\dfrac{2x^2-7y^2}{4}+\dfrac{y^2-x^2}{3}-\dfrac{7x^2+3y^2}{6}$

6) $\dfrac{1}{3}\cdot(3a-2b)+\dfrac{4}{5}\cdot(10a+b)-\dfrac{1}{5}\cdot(-2a+3b)$

Dans les exercices 123 à 128, développer chacune des expressions puis réduire le résultat :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 123

1) $\dfrac{1}{2}\cdot(a^2-2ab+b^2)-\dfrac{7}{4}\cdot(3a^2-5ab+12b^2)$

2) $\dfrac{1}{2}\cdot(x-4)+\dfrac{3}{4}\cdot(x-8)+\dfrac{1}{3}\cdot(2x-6)$

3) $\dfrac{4x-2y}{5}-(-2x+3y)$

4) $\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{a-b}{3}\right)-\dfrac{3a-b}{4}+\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{2a+3b}{8}\right)$

5) $-\dfrac{3a-2}{3}+\dfrac{1}{4}\cdot(2a-1)-\dfrac{5}{2}\cdot\left(\dfrac{2-a}{3}\right)$

6) $\dfrac{3x-1}{3}-\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{2x-5}{2}\right)+\dfrac{1}{6}\cdot(x-3)$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 124

1) $(2a+1)\cdot(3a+2)$

2) $(x+2y)\cdot(2x+y)$

3) $(a-2)\cdot(3a+4)$

4) $(x+4)\cdot(x+3)$

5) $(2a+1)\cdot(3+4a)$

6) $(5s+4)\cdot(5+3s)$

∇∇∇ EXERCICE 125

1) $(2a-3b)\cdot(5a+b)$
2) $(a-4b)\cdot(-2a+b)$
3) $(2x-4)\cdot(-y+3x)$
4) $(3a-b)\cdot(5a+4b)$
5) $(4a-5)\cdot(2a+12)$
6) $(7c-2d)\cdot(3d+c)$

∇∇∇ EXERCICE 126

1) $(3a-b)\cdot(2a+3b)$
2) $(5x-y)\cdot(-x+2y)$
3) $(4a-b)\cdot(-2b+3a)$
4) $(7x-3y)\cdot(2x+5y)$
5) $(3a-7)\cdot(5a+9)$
6) $(9x-y)\cdot(2y+5x)$

∇∇∇ EXERCICE 127

1) $(3x^2-5)\cdot(2x^2+1)$
2) $(5ab-2b)\cdot(ab-4b)$
3) $(2x^2-3x)\cdot(-4x+5x^2)$
4) $(a^2b+3a)\cdot(2a^2b-a)$
5) $(3y^2-5x)\cdot(3x+5y^2)$
6) $(-2x^2-5y)\cdot(-x-4y^2)$

∇∇∇ EXERCICE 128

1) $(12b-3)\cdot(0{,}1b+0{,}2)$
2) $(5a+2b-c)\cdot 3a-7a\cdot(12a+3b)$
3) $(2a^3-7b)\cdot(-7a+3b^2)$
4) $(5abc-2ab)\cdot(12ab-15abc)$
5) $(5ab^2+3a^2b)\cdot(-0{,}4a^2b+3ab^2)$
6) $(-0{,}2a^3b-7ab^3)\cdot(-a^3b+2ab^3)$

∇∇∇ EXERCICE 129

Soient les polynômes

- $A=x^2+2$
- $B=x^2-2$
- $C=\dfrac{1}{2}x+1$

Former les polynômes:

1) $2A-5B+4C$
2) $2A-(2B+A)$
3) $(A-B)\cdot(A-B)+3AB-(-B\cdot(-B-A))$

∇∇∇ EXERCICE 130

Soient les polynômes

- $A=x^2+4$
- $B=x^2-4$
- $C=2x^2-8x+8$

Former les polynômes

1) $A\cdot B$

2) $B-A$

3) $3\cdot A+\frac{1}{2}\cdot C$

∇∇∇ EXERCICE 131

Soient les polynômes

- $X=-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}a^2$
- $Y=\frac{5}{3}a^2-4$
- $Z=\frac{3}{4}a^2+1$

Former les polynômes

1) $X-(-Y)$

2) $3X-(-(2X-Y)-(-4X-Y))+2Y$

3) $(X-Y)\cdot Z$

∇∇∇ EXERCICE 132

Soient les polynômes

- $A=x^3-5$
- $B=x^3+5$

Former les polynômes

1) $(A\cdot B)\cdot(A\cdot B)$

2) $2A-(-2B+(2A+B))$

3) $2AB+(A-B)\cdot(A-B)$

∇∇∇ EXERCICE 133

Soient les polynômes

1) $X=\frac{1}{2}a^2+2a-3$ 2) $Y=3a^2-\frac{1}{4}a+1$ 2) $Z=-a^2-\frac{1}{2}$

Former les polynômes

1) $Z\cdot Z$

2) $-Z+2XY$

3) $(X+Y)\cdot(X+Y)-Z-(X-Y)\cdot(X+Y)$

Dans les exercices 134 à 137, développer chacune des expressions puis réduire le résultat :

∇∇∇ EXERCICE 134

1) $(3a-7b)\cdot(3a+2b-1)$

2) $(-4x+2y-z)\cdot(3x-2y)$

3) $(-10a^2+2b^2)^2-4a^4+3b^4+7b\cdot(-3b^3)$

4) $(3a^4 - 7a^3 + 2a - 1) \cdot (4a^4 - 2a^3 + a - 3)$

5) $(-4x^3 - 7x^2 + 2x) \cdot (-3x + 3) - 7x^2 \cdot (3x^2 - 2x - 4)$

6) $(12abc - 7ab) \cdot (-4abc + 12ab) - (-4a^2b^2c^2 + 12a^2b^2)$

∇∇∇ EXERCICE 135

1) $(x^2 + x + 1) \cdot (x - 1)$

2) $(x + 3) \cdot (x^2 - 4x + 4)$

3) $(a^2 + 2) \cdot (a^2 + a - 1)$

4) $(2x - 2) \cdot (x^2 + x - 1)$

5) $(2a + b + 1) \cdot (a - 2b)$

6) $(2x - y + 4) \cdot (3x + 2y)$

∇∇∇ EXERCICE 136

1) $(x + 1)^2$

2) $(3x - 3 + 2y)^2$

3) $(2a + b - 4)^2$

4) $(2x - 3y + 1)^2$

5) $(x - y - 1)^2$

6) $(a + b + c)^2$

∇∇∇ EXERCICE 137

1) $x \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$

2) $(x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$

3) $(2x + 1) \cdot (2x - 1) \cdot (x + 3)$

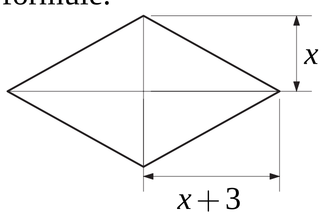
4) $(x + 3) \cdot (x - 2)^2$

5) $(x + 1)^3$

6) $(2a + 3)^3$

∇∇∇ EXERCICE 138

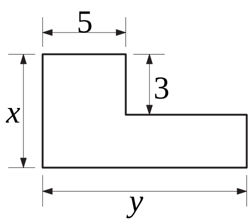
Exprimer l'aire de ce losange par une formule.



Dans les exercices 139 à 147, on supposera que toutes les longueurs sont exprimées dans la même unité.

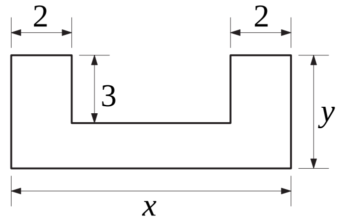
∇∇∇ EXERCICE 139

Exprimer l'aire et le périmètre de cette figure par des formules.



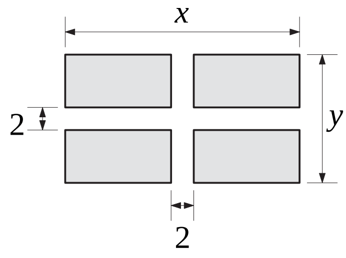
∇∇∇ **EXERCICE 140**

Exprimer l'aire et le périmètre de cette figure par des formules.



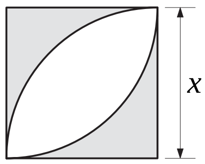
∇∇∇ **EXERCICE 141**

Exprimer par des formules l'aire et le périmètre de la figure ombrée.



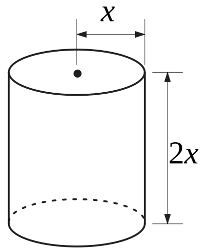
∇∇∇ **EXERCICE 142**

Exprimer par des formules l'aire et le périmètre de la figure ombrée.



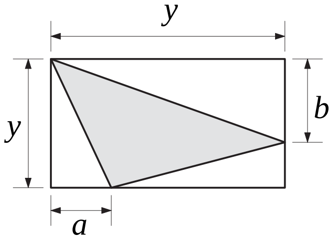
∇∇∇ **EXERCICE 143**

Exprimer par une formule l'aire et le périmètre de l'étiquette recouvrant latéralement cette boîte de conserve.



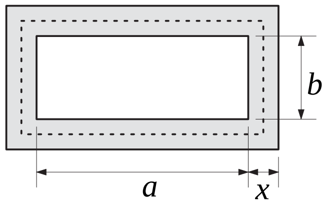
∇∇∇ **EXERCICE 144**

Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



∇∇∇ **EXERCICE 145**

Un terrain rectangulaire est bordé par un chemin de largeur x et d'aire A.

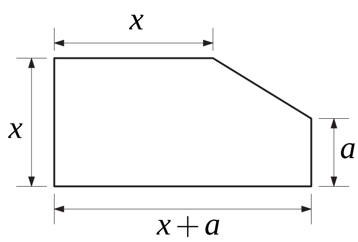


On appelle L la longueur de la ligne pointillée qui suit le milieu du chemin. Montrer que

$$A = L \cdot x.$$

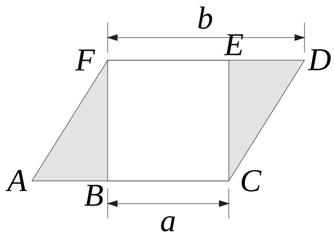
∇∇∇ **EXERCICE 146**

Exprimer l'aire de cette figure par une formule.



∇∇∇ **EXERCICE 147**

Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



$ACDF$ est un parallélogramme
$BCEF$ est un carré

∇∇∇ **EXERCICE 148**

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $101 \cdot 99$	3) 69^2	5) $201 \cdot 199$
2) $49 \cdot 51$	4) 71^2	6) $72 \cdot 68$

∇∇∇ **EXERCICE 149**

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $39 \cdot 41$	3) 19^2	5) 201^2
2) 21^2	4) $61 \cdot 59$	6) $18 \cdot 22$

∇∇∇ **EXERCICE 150**

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $41 \cdot 39$	3) $53 \cdot 47$	5) $105 \cdot 95$
2) 41^2	4) 47^2	6) 105^2

Dans les exercices 151 à 153, développer chaque expression à l'aide d'une identité remarquable :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 151

1) $(x+4)^2$
2) $(7a+b)^2$
3) $(3+b)^2$
4) $(b+3x)^2$
5) $(2x+y)^2$
6) $(x+5y)^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 152

1) $(2x+4y)^2$
2) $(2a+10b)^2$
3) $(5x+5y^2)^2$
4) $(3ab+2b^2)^2$
5) $(0{,}3x+3y)^2$
6) $(5x^2+3xy)^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 153

1) $(\frac{1}{2}a+3b)^2$
2) $\left(\frac{1}{5}x^2+10y^2\right)^2$
3) $(0{,}2xy+10x^2)^2$
4) $(3a+7)\cdot(3a+7)$
5) $\left(\frac{1}{3}x^3+y^3\right)\cdot(y^3+\frac{1}{3}x^3)$
6) $(7a+\frac{3}{7}b)^2$

Dans les exercices 154 à 159, développer chaque expression en utilisant une identité remarquable :

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 154

1) $(w-4)^2$
2) $(6x-y)^2$
3) $(12-c)^2$
4) $(t-4u)^2$
5) $(4b-d)^2$
6) $(e-5d)^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 155

1) $(4u-5v)^2$
2) $(3x-15y)^2$
3) $(6a-6b^2)^2$
4) $(2ab-4b^2)^2$
5) $(0{,}1u-4t)^2$
6) $(7d^2-3d)^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 156

1) $(\frac{1}{3}u-3v)^2$
2) $\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}y^2\right)^2$
3) $(0{,}3ab-10b^2)^2$
4) $(12a-5)\cdot(12a-5)$
5) $\left(\frac{1}{4}a^2-b\right)\cdot\left(-b+\frac{1}{4}a^2\right)$
6) $\left(\frac{1}{16}x^3-8xy^4\right)^2$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 157

1) $(2x-y)\cdot(2x+y)$
2) $(x-4)\cdot(x+4)$
3) $(2u+3)\cdot(2u-3)$
4) $(3v-4t)\cdot(3v+4t)$
5) $(10x^2+y)\cdot(10x^2-y)$
6) $(5z+25)\cdot(5z-25)$

∇∇∇ **EXERCICE 158**

1) $(\frac{1}{2}a+b)\cdot(b-\frac{1}{2}a)$
2) $(0{,}1x^2+y)\cdot(-0{,}1x^2+y)$
3) $(3x^2+xy^2)\cdot(3x^2-xy^2)$
4) $(w^2+t)\cdot(t-w^2)$
5) $(8a^3+b)\cdot(8a^3-b)$
6) $(x^4+y^6)\cdot(-y^6+x^4)$

∇∇∇ **EXERCICE 159**

1) $(x+3)^2$
2) $(x-2)\cdot(x+2)$
3) $(3x+y)^2$
4) $(a-3)\cdot(a+3)$
5) $(y+5)^2$
6) $(3-y)^2$

Dans les exercices 160 à 166, développer chaque expression en utilisant une des identités remarquables :

∇∇∇ **EXERCICE 160**

1) $(a+3)^2$
2) $(2y-x)^2$
3) $(2x+5)^2$
4) $(x-7)\cdot(x+7)$
5) $(2a+1)^2$
6) $(2x+2y)^2$

∇∇∇ **EXERCICE 161**

1) $(x-3)^2$
2) $(a-2b)\cdot(a+2b)$
3) $(7x+1)^2$
4) $(2x-y)\cdot(2x+y)$
5) $(2y-3)^2$
6) $(y+5x)^2$

∇∇∇ **EXERCICE 162**

1) $(2a-b)^2$
2) $(a+2b)^2$
3) $(3x-y)^2$
4) $(7a-2b)\cdot(7a+2b)$
5) $(3x-4y)\cdot(3x+4y)$
6) $(7w-v)^2$

∇∇∇ **EXERCICE 163**

1) $(7x-2y)^2$
2) $(3a+2b)^2$
3) $(2b-7c)^2$
4) $(4a-2b)^2$
5) $(7x-12y)^2$
6) $(3x-7y)\cdot(3x+7y)$

∇∇∇ EXERCICE 164

1) $(3a-2b)^2$
2) $(6a+b)^2$
3) $(4a-7)^2$
4) $(2-2b)^2$
5) $(3x-z)\cdot(3x+z)$
6) $(10a-7b)^2$

∇∇∇ EXERCICE 165

1) $(2a^2+b)^2$
2) $(x^2+2y)^2$
3) $(x^2+y^2)^2$
4) $(3x^2-y^2)\cdot(3x^2+y^2)$
5) $(2a-b^2)^2$
6) $(3a^2-2b^2)^2$

∇∇∇ EXERCICE 166

1) $(6a^3-4b^2)^2$
2) $(a^5+1)^2$
3) $(x^3+y^3)\cdot(x^3-y^3)$
4) $(2y^2+x)^2$
5) $(6x^3+1)\cdot(6x^3-1)$
6) $(x^2-3y^3)^2$

Dans les exercices 167 à 172, développer chaque expression en utilisant une des identités remarquables :

∇∇∇ EXERCICE 167

1) $(x^2+y^2)\cdot(x^2-y^2)$
2) $(8a^2-3b^2)^2$
3) $(10x^2+1)^2$
4) $(a^5+b^5)^2$
5) $(3x^4+1)\cdot(3x^4-1)$
6) $(x^4-y^4)^2$

∇∇∇ EXERCICE 168

1) $(0{,}1a-b)^2$
2) $(\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b)^2$
3) $(\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}a)\cdot(\frac{1}{2}b-\frac{2}{3}a)$
4) $\left(\frac{4}{5}xy-\frac{5}{4}\right)^2$
5) $(\frac{11}{10}a-\frac{4}{11}b)^2$
6) $(7-0{,}7b)^2$

∇∇∇ EXERCICE 169

1) $(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y)^2$
2) $(3x+\frac{1}{3})^2$
3) $(\frac{2}{7}x-\frac{3}{4}y)\cdot(\frac{2}{7}x+\frac{3}{4}y)$
4) $\left(\frac{x}{4}-\frac{y}{3}\right)\cdot\left(\frac{x}{4}+\frac{y}{3}\right)$
5) $(\frac{3x}{5}-1)^2$
6) $(\frac{1}{4}a+\frac{4}{5}b)^2$

∇∇∇ EXERCICE 170

1) $(0{,}4a-3b)^2$
2) $(6x+0{,}1)^2$
3) $\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{4}\right)^2$
4) $(\frac{2x}{3}-1)\cdot(\frac{2x}{3}+1)$
5) $(0{,}3x+0{,}4y)^2$
6) $(0{,}2x-0{,}6y)\cdot(0{,}2x+0{,}6y)$

∇∇∇ EXERCICE 171

1) $(x+4)\cdot(x-3)$
2) $(x-5)\cdot(x+7)$
3) $(x+3)\cdot(x-4)$
4) $(x-12)\cdot(x-1)$
5) $(x-4)\cdot(x-40)$
6) $(x+3)\cdot(x-3)$

∇∇∇ EXERCICE 172

1) $(x+1)\cdot(x-2)$
2) $(x+7)\cdot(x-6)$
3) $(x-9)\cdot(x-3)$
4) $(x+5)\cdot(x+2)$
5) $(x+8)\cdot(x+2)$
6) $(x-4)\cdot(x+1)$

Dans les exercices 173 à 176, développer chaque expression en utilisant une des identités remarquables :

∇∇∇ EXERCICE 173

1) $(x-25)\cdot(x+3)$
2) $(x+50)\cdot(x-10)$
3) $(x-100)\cdot(x+1)$
4) $(x+100)\cdot(x+3)$
5) $(x+12)\cdot(x-11)$
6) $(x+15)\cdot(x-40)$

∇∇∇ EXERCICE 174

1) $(3a^2x-2ax^2)^2$
2) $(2x^3-5xy^4)^2$
3) $(5a^2b+7ab^2)^2$
4) $(2a^3-b^3)^2$
5) $\left(\frac{1}{2}a^2x-7a^3\right)\cdot\left(7a^3+\frac{1}{2}a^2x\right)$
6) $(3a^4-ab^4)\cdot(-ab^4+3a^4)$

∇∇∇ EXERCICE 175

1) $(3x^4y-yx^4)^2$
2) $(7a^2b-2a^2b^3)^2$
3) $(3a^3-2a^2)^2$
4) $(4abc-7ab)^2$
5) $(2ax-7bx)\cdot(2ax-7bx)$
6) $(3a^2+b^2)\cdot(b^2+3a^2)$

∇∇∇ EXERCICE 176

1) $(4a^3b-a^2b^3)^2$

2) $(2x^4y-\frac{1}{2}xy^4)^2$

3) $(7a^3-\frac{1}{7}ab^3)^2$

4) $(12a^4-11ab)\cdot(11ab+12a^4)$

5) $(3x^4y-2xy^4)^2$

6) $(a^2b-ab^2)^2$

∇∇∇ EXERCICE 177

Effectuer les produits suivants:

1) $(x+a)\cdot(x-a)\cdot(x^2-a^2)$

2) $(2a-1)\cdot(2a+1)\cdot(4a^2+1)$

3) $(x-1)\cdot(x^2+1)\cdot(x+1)$

4) $(x+2)\cdot(x-2)\cdot(x^4+16)\cdot(x^2+4)$

5) $(x^2-1)\cdot(x^2+1)\cdot(x^4-8)$

6) $(4a^4+3)\cdot(2a^2+1)\cdot(2a^2-1)$

∇∇∇ EXERCICE 178

Effectuer les produits suivants:

1) $(2x+y)\cdot(2x-y)\cdot(4x^2+y^2)$

2) $\left(\frac{1}{2}a+b\right)\cdot\left(\frac{1}{2}a-b\right)\cdot\left(\frac{1}{4}a^2-b^2\right)$

3) $(0{,}1w+t)\cdot(0{,}1w-t)\cdot(0{,}01w^2+t^2)$

4) $(a+1)\cdot(a-1)\cdot(a^2+1)\cdot(a^4-1)$

5) $(x+6)\cdot(x-6)\cdot(x^2-10)$

6) $(2x-3)\cdot(4x^2+10)\cdot(2x+3)$

∇∇∇ EXERCICE 179

Effectuer les produits suivants

1) $(3a+2)\cdot(3a-2)\cdot(9a^2-4)$

2) $\left(\frac{1}{3}x^2+y)\cdot(\frac{1}{9}x^4+y^2\right)\cdot(\frac{1}{3}x^2-y)$

3) $(x+1)\cdot(x-1)\cdot(x^2+1)\cdot(x^4+5)$

4) $(3a+\frac{1}{2}b)\cdot\left(\frac{1}{2}b-3a)\cdot(-9a^2+\frac{1}{4}b^2\right)$

5) $(3x-6)\cdot(3x+6)\cdot(9x^2+6)$

6) $(3a-1)\cdot(3a-1)\cdot(3a+1)\cdot(3a+1)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 180**

Soient les polynômes

- $A = 2x + \dfrac{1}{2}$
- $B = 2x - \dfrac{1}{2}$

Former les polynômes suivants

1) $(A+B)^2 - 2AB - B^2$

2) $(A+B)^2 - (A+B)\cdot(A-B) - B^2$

3) $4\cdot(A-B)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 181**

Soient les polynômes

- $X = 2b + a^2$
- $Y = a^2 - 2b$

Former les polynômes suivants

1) $(X+Y)^2 - (X-Y)^2$

2) $X^2 - Y^2$

3) $2XY - (X-Y)^2 + (X+Y)\cdot(X-Y)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 182**

Soient les polynômes

1) $X = a^2 - 3ab$ 2) $Y = a^2 + 3ab$ 2) $Z = a^4 + 9a^2b^2$

Former les polynômes suivants:

1) $X^2 - 2\cdot X^2 + Y^2$

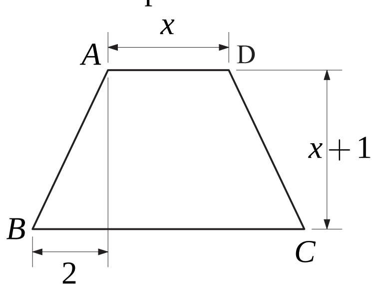
2) $XY - Z$

3) $\dfrac{1}{4}\left((X+Y)^2 - (X-Y)^2\right)$

Dans les exercices 183 à 185, on supposera que toutes les longueurs sont exprimées dans la même unité.

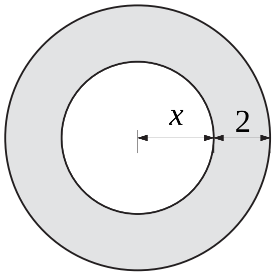
$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 183**

ABCD est un trapèze isocèle. Exprimer son aire par une formule.



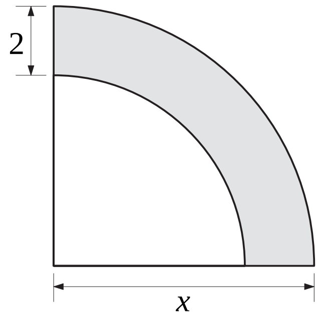
∇∇∇ EXERCICE 184

Exprimer par des formules l’aire et le périmètre de cette couronne.



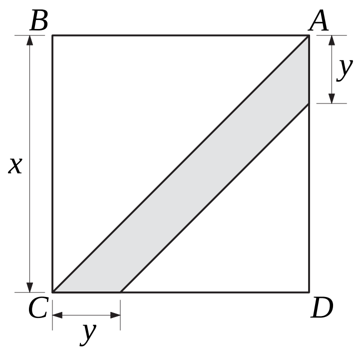
∇∇∇ EXERCICE 185

Exprimer par des formules l’aire et le périmètre de la figure ombrée.



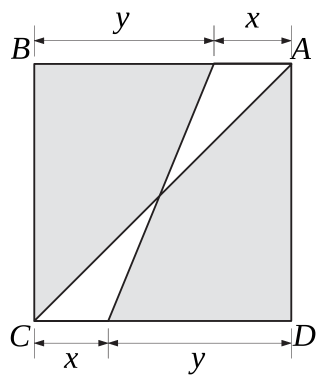
∇∇∇ EXERCICE 186

ABCD est un carré. Exprimer par une formule l’aire de la surface ombrée.



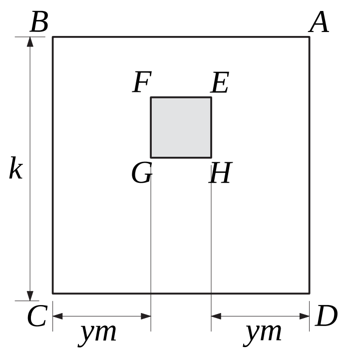
∇∇∇ EXERCICE 187

ABCD est un carré. Exprimer par une formule l’aire de la surface ombrée.



∇∇∇ EXERCICE 188

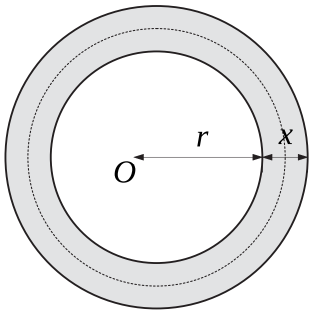
ABCD et *EFGH* sont des carrés. Exprimer par une formule l’aire de la surface ombrée.



∇∇∇ EXERCICE 189

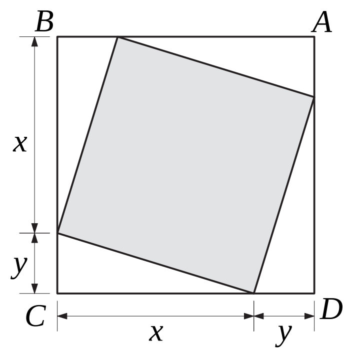
Un terrain circulaire est bordé par un chemin de largeur x et d'aire A. On appelle L la longueur du cercle pointillé qui suit le milieu du chemin. Montrer que

$$A = L \cdot x$$



∇∇∇ EXERCICE 190

ABCD est un carré. Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.



Dans les exercices 191 à 195, utiliser la mise en évidence pour factoriser aussi complètement que possible :

∇∇∇ EXERCICE 191

1) $2x^2 - 4xy$ 3) $4a^2 - 16ab$ 5) $3a^3 - 9ab$

2) $a^3 - 2a^2$ 4) $5x^3y - 15xy^3$ 6) $14ab - 7ab^2$

∇∇∇ EXERCICE 192

1) $3v^4 - 6vw$ 3) $7x^2y^3 - 14xy^4$ 5) $2a^4 - 8a^3$

2) $4a^3b - 8ab^3$ 4) $15a^4 - 5a$ 6) $44x^2 - 22xy^4$

∇∇∇ EXERCICE 193

1) $8x^3yz^2 - 16x^2y^2z$ 3) $3a^3 - 7a^4$ 5) $3x^3z^3 - 2x^3y^3$

2) $12a^4 - 24a^4b$ 4) $2x^4 - 26xy^2$ 6) $2a^3 - 14b^2$

∇∇∇ EXERCICE 194

1) $2a^3b - 4ab^2 + 8ab$ 4) $2ab^3 - 16a^3b + 4a^3b^3$

2) $3a^4b^3 - 12a^3b + 9ab^4$ 5) $5t^2u - 10tu^3 + 15t^2u^2$

3) $7x^4y - 14x^2y^4 + 21xy^5$ 6) $13x^4y^5 - 26x^2y^3 + 169x^4y^4$

∇∇∇ EXERCICE 195

1) $4a^3 - 7a^2 + 3a$ 4) $0{,}4y^4 - 0{,}2y^3 + 0{,}6xy^5$

2) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$ 5) $3a^7b + 2a^{12}b^4 - 7a^4b^5$

3) $7a^2b - 14ab^2 + 21a^3b^3$ 6) $22x^4y^5 - 121x^6y^{14} + 132x^5y^{20}$

∇∇∇ EXERCICE 196

Utiliser la mise en évidence pour factoriser aussi complètement que possible:

1) $x^7y^8 - x^5y^7 + x^{11}y^4 - x^6y^{12}$ 4) $15a^3b - 6a^2b^2 + 3a^7b^2$

2) $0{,}25a^4b^3 + \frac{1}{4}a^5b^6 - b^7$ 5) $\frac{1}{3}ab^3 - \frac{1}{9}a^3b$

3) $x^4 - 10x^4y + 15x^3y^2$ 6) $36a^5b - 48a^4b^2 + 12a^3b^3$

∇∇∇ EXERCICE 197

Utiliser la mise en évidence pour factoriser aussi complètement que possible:

1) $3abc - 7ab + 2a - 3ac$ 4) $3am + 6a^2m - 12am^2 + 9a^3m^4$

2) $a^4b^3 + 6a^4b^4 + ab^5 - a^4$ 5) $4v^2z - 16v^3z^2 + 8vz^4 - 16vz$

3) $7x^3 - 14x^2y + 21x^4$ 6) $7a^3b^2c - 14a^2b^2c^2 + 28ab^3c$

∇∇∇ EXERCICE 198

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2 + 2xy + y^2$ 3) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$ 5) $9a^4 - 6a^2b^3 + b^6$

2) $4a^2 + b^2 + 4ab$ 4) $4a^2 - 4ax + x^2$ 6) $x^8 - 2x^4y^3 + y^6$

∇∇∇ EXERCICE 199

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $4a^2 - 4ab + b^2$ 3) $a^4 + b^2 - 2a^2b$ 5) $9x^2 - 12xy + 4y^2$

2) $9a^2 + 12ab + b^2$ 4) $a^2 + 2ab^3 + b^6$ 6) $4x^2 + 25y^2 + 20xy$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 200**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $9x^2 - 30xy^2 + 25y^4$
2) $49a^4 - 42a^2b + 9b^2$
3) $4a^6 - 16a^3b^2 + 16b^4$
4) $9x^8 - 42x^4y + 49y^2$
5) $4a^4 - 44a^2b + 121b^2$
6) $16x^8 + 81y^4 - 72x^4y^2$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 201**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $a^2 - 1$
2) $169 - b^2$
3) $a^6 - 4$
4) $a^2b^2 + 1$
5) $x^4 - 25$
6) $-144 + b^8$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 202**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $4x^2 - 9$
2) $\frac{1}{4} - w^2$
3) $w^2 - \frac{1}{4}$
4) $25x^2 - 8^2$
5) $121 + x^4$
6) $x^{16} - 16$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 203**

Trouver deux nombres dont

1) le produit vaut 6 et la somme 5
2) le produit vaut 12 et la somme 7
3) le produit vaut 12 et la somme 8
4) le produit vaut 12 et la somme 13
5) le produit vaut 12 et la somme -7
6) le produit vaut -5 et la somme +4

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 204**

Trouver deux nombres dont

1) le produit vaut +10 et la somme -7
2) le produit vaut -9 et la somme +8
3) le produit vaut -8 et la somme -2
4) le produit vaut +15 et la somme -8
5) le produit vaut +48 et la somme +14
6) le produit vaut +24 et la somme +11

∇∇∇ EXERCICE 205

Trouver deux nombres dont

1) le produit vaut +7 et la somme +8
2) le produit vaut -20 et la somme -8
3) le produit vaut -20 et la somme +1
4) le produit vaut +36 et la somme +12
5) le produit vaut -40 et la somme +3
6) le produit vaut +28 et la somme -11

∇∇∇ EXERCICE 206

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+7x+12$
2) x^2-4x-5
3) $x^2-9x+14$
4) $x^2-4x-21$
5) $x^2-20x-21$
6) $x^2-10x-24$

∇∇∇ EXERCICE 207

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+9x+20$
2) x^2+x-20
3) x^2-x-20
4) $x^2-9x+20$
5) $x^2+13x+30$
6) $x^2-11x+30$

∇∇∇ EXERCICE 208

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+10x-24$
2) $x^2-5x-24$
3) $x^2-23x-24$
4) $x^2+2x-24$
5) $x^2-4x-32$
6) $4a^2-4a-15$

∇∇∇ EXERCICE 209

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $9a^4-16b^2$
2) x^2+x-20
3) $\frac{1}{4}a^2+2ab+4b^2$
4) $9a^2-4b^2$
5) $0{,}01x^2-0{,}6xy+9y^2$
6) $x^2+6x-16$

∇∇∇ EXERCICE 210

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $x^2+4x-21$
2) $\frac{1}{4}a^2+16b^2+4ab$
3) x^2+4
4) $9a^2+6ab+b^2$
5) $9x^8-49y^2$
6) $\frac{1}{49}a^6-\frac{2}{7}a^3b+b^2$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 211**

Factoriser à l'aide des produits remarquables:

1) $100w^2+10wt+\frac{1}{4}t^2$
2) $x^2+5x-50$
3) $-64+x^2$
4) x^2-25
5) $x^2-9x-22$
6) $9x^4+\frac{1}{16}y^2-\frac{3}{2}x^2y$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 212**

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $4a^2+8ab+4b^2$
2) $16a^2-8ab+b^2$
3) $\frac{1}{4}a^2+ac+c^2$
4) $5x^2+10xy+5y^2$
5) $4a^2-16ab^3+16b^6$
6) $49a^2+42ab+9b^2$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 213**

Factoriser aussi complètement que possible:

1) x^3-x
2) $45a^4-5b^4$
3) $18x^2-50y^2$
4) $3a^5-3ab^4$
5) $x^{10}-x^2y^8$
6) $a^4b^6-a^6b^4$

Dans les exercices 214 à 218, factoriser chaque expression aussi complètement que possible :

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 214**

1) $2x^2-4x-16$
2) x^2-16
3) $9a^2-49$
4) $x^2+3x-28$
5) $\frac{1}{4}a^6-49a^4$
6) $0{,}01a^2-0{,}06ab^4+0{,}09b^8$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 215**

1) $x^2-6x-40$
2) $3x^2-27$
3) $x^2-5x-84$
4) $x^2-15x+36$
5) x^2-625
6) x^8-1

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 216**

1) $49a^5-28a^4b+4a^3b^2$
2) $9a^2+36a^8+36a^5$
3) $2x^3+10x^2-168x$
4) $81a^4x-16b^4x$
5) $162x^5-2x$
6) $4x^3y+4x^2y-80xy$

∇∇∇ EXERCICE 217

1) $4x^4+16y^4$
2) $-49x^3-9xy^2+42x^2y$
3) $-48x^3+48x^2-12x$
4) $16x^4-128x^2+256$
5) $2x^3-12x^2-54x$
6) $\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{9}xy^2+\frac{1}{3}x^2y$

∇∇∇ EXERCICE 218

1) $60x^2y+50x^3+18xy^2$
2) $28x^3y+63xy-84x^2y$
3) $5x^2y+20y^3$
4) $3x^2y^2-24xy^2+36y^2$
5) $-36x^2+162+2x^4$
6) $2x^5y^5-8xy$

∇∇∇ EXERCICE 219

Simplifier autant que possible les fractions rationnelles suivantes:

1) $\frac{3x}{15x^2}$
2) $\frac{5x^2}{25xy}$
3) $\frac{7a^3xy^2}{28ax^2y^2}$
4) $\frac{72x^7y^4z^3}{64x^5y^5z^4}$
5) $\frac{25a^3c^4y}{35a^7c^6y^4}$
6) $\frac{-4a^3b^{12}}{-2a^7b^5}$

∇∇∇ EXERCICE 220

Simplifier autant que possible les fractions rationnelles suivantes:

1) $\frac{ax}{abx}$
2) $\frac{55x^2y}{35xy^2}$
3) $\frac{24a^3bx}{48a^5b^3x^4}$
4) $-\frac{30a^7b^4}{0{,}3a^{10}b^5}$
5) $\frac{3ax}{-6a^2}$
6) $\frac{-7a^5x^{12}y^{20}}{-14a^4xy^{21}}$

∇∇∇ EXERCICE 221

Simplifier autant que possible les fractions rationnelles suivantes:

1) $\frac{4a^5}{16a^4x}$
2) $\frac{7abx}{49a^2b^2x^2}$
3) $-\frac{3a^2bx^6}{6a^3b^3x^3}$
4) $\frac{-9a^3bc}{-72a^3bc}$
5) $\frac{-15amx^3}{35bmx}$
6) $\frac{57m^2n^3}{-19n^2}$

Dans les exercices 222 à 224, factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs :

∇∇∇ EXERCICE 222

1) $\frac{ax+ay}{a}$
2) $\frac{3x-9x^2}{6x}$
3) $\frac{-5}{10-5x}$
4) $\frac{3x^2}{42x^2-6xy}$
5) $\frac{x^4y^3+x^2y^4}{x^4y+x^3y^3}$
6) $\frac{2x^3+6xy^2}{6x^2y-3y^3}$

∇∇∇ EXERCICE 223

1) $\dfrac{b^2x+a^2x}{bx}$
2) $\dfrac{x^2y-y^2x}{x^2y^2}$
3) $\dfrac{-ax}{a^2x^2-ax}$
4) $\dfrac{4x^7y+2x^6y^2}{4x^3y^2}$
5) $\dfrac{2x^3+2xy^2}{4x^2y+4xy^2}$
6) $\dfrac{2x^3y^6-2x^2y^6}{3x^4y^3+3x^5y^3}$

∇∇∇ EXERCICE 224

1) $\dfrac{x^4-x^2y}{xy}$
2) $\dfrac{3a^2x-6ay}{9axy}$
3) $\dfrac{-x^2}{ax^2+bx^4}$
4) $\dfrac{2x^4+3x^2y^2}{4xy^2+6y^3}$
5) $\dfrac{6a^3b^2-3a^2b^3}{6a^3b^2-6a^2b^3}$
6) $\dfrac{\sqrt{3}x+\sqrt{3}y}{\sqrt{6}xy}$

Dans les exercices 225 à 228, factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs :

∇∇∇ EXERCICE 225

1) $\dfrac{2x+y}{y+2x}$
2) $\dfrac{a-2b}{2b-a}$
3) $\dfrac{xy+x}{y^2+y}$
4) $\dfrac{3\cdot(a-b)}{(a-b)^2}$
5) $\dfrac{4ax^2y+2bx^2y}{8ax+4bx}$
6) $\dfrac{2x^2+2xy}{xy-y^2}$

∇∇∇ EXERCICE 226

1) $\dfrac{3\cdot(a+b)^2}{6\cdot(a-b)\cdot(a+b)}$
2) $\dfrac{6-2x}{x-3}$
3) $\dfrac{9x^3-18x^2y}{3x^5-6x^4y}$
4) $\dfrac{-a^2b+a}{ab-a^2b^2}$
5) $\dfrac{2a^2+2b^2}{(a+b)^2}$
6) $\dfrac{2x^4y^3-8x^2y^5}{3x^5y^2-12x^3y^4}$

∇∇∇ EXERCICE 227

1) $\dfrac{3a-3b}{4b-4a}$
2) $\dfrac{a^3\cdot(2x+y)^3}{(y+2x)^2\cdot(2y+x)\cdot a}$
3) $\dfrac{2ax+4bx}{6ay+3by}$
4) $\dfrac{3xy-6x^2y}{12xy-6y}$
5) $\dfrac{8x^3y^3-4x^2y^4}{-8x^4y^3+16x^5y^2}$
6) $\dfrac{4ax^3+8ax^2-4ax}{6ax^2+12ax-6a}$

∇∇∇ EXERCICE 228

1) $\dfrac{x^2-y^2}{2x+2y}$
2) $\dfrac{a^2-b^2}{b-a}$
3) $\dfrac{x^2y+xy^2}{x^2+2xy+y^2}$
4) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$
5) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2+x-6}$
6) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}$

Dans les exercices 229 à 232, factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs :

∇∇∇ EXERCICE 229

1) $\dfrac{a^2b-ab}{a^2-1}$ 3) $\dfrac{y^2-4a^2}{y^2+4a^2+4ay}$ 5) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-9}$

2) $\dfrac{x-1}{-x^2+2x-1}$ 4) $\dfrac{2axy^2+2ax^3}{x^4+2x^2y^2+y^4}$ 6) $\dfrac{a^2-8a+12}{a^2-12a+36}$

∇∇∇ EXERCICE 230

1) $\dfrac{4x^2-9y^2}{12x^2y+18xy^2}$ 3) $\dfrac{1-4a^2}{4a^2-4a+1}$ 5) $\dfrac{x^2y^2+9-6xy}{x^2y^2-4xy+3}$

2) $\dfrac{3y-27}{9-y}$ 4) $\dfrac{4x^2-4x+1}{2x-4x^2}$ 6) $\dfrac{x^2-7x+12}{-x^2+8x-16}$

∇∇∇ EXERCICE 231

1) $\dfrac{3x^2-27}{2x-6}$ 4) $\dfrac{2ax^3+8ax^2+6ax}{4x^4+24x^3+36x^2}$

2) $\dfrac{14a+21b}{4a^2+9b^2+12ab}$ 5) $\dfrac{abx^2-2abx+ab}{(x-1)\cdot a+(x-1)\cdot b}$

3) $\dfrac{4a^2x-16x^3}{8ax-16x^2}$ 6) $\dfrac{4a^2x^2-a^2y^2}{ay^2-4axy+4ax^2}$

∇∇∇ EXERCICE 232

1) $\dfrac{10x^2-10}{5x+5}$ 4) $\dfrac{2a^4-14a^3+20a^2}{a^4x-10a^3x+25a^2x}$

2) $\dfrac{3x^2-6xy+3y^2}{9x^2-9y^2}$ 5) $\dfrac{4x^2-36}{-2x^2+12x-18}$

3) $\dfrac{4a^2+12ab}{6a^3-54ab^2}$ 6) $\dfrac{(x-1)\cdot(x^4+6x^2+9)}{x^4+2x^2-3}$

∇∇∇ EXERCICE 233

Factoriser le numérateur ou le dénominateur puis simplifier les facteurs communs:

1) $\dfrac{a^3+3a^2}{9a-a^3}$ 4) $\dfrac{a^4+a^2-2}{(a+1)\cdot(4-a^4)}$

2) $\dfrac{2x^2-16x+32}{8-2x}$ 5) $\dfrac{4x^4y+4x^3y^2+x^2y^3}{4x^3y^2-xy^4}$

3) $\dfrac{8x^3y-18xy}{12xy^2-8x^2y^2}$ 6) $\dfrac{2x^4+6x^2+4}{x^4\cdot(x^2+1)-4\cdot(x^2+1)}$

Dans les exercices 234 à 236, effectuer les produits et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible :

∇∇∇ EXERCICE 234

1) $\dfrac{4a}{3}\cdot\dfrac{3b}{8}$

2) $\dfrac{x^2}{yz}\cdot\dfrac{y^2}{xz}\cdot\dfrac{z^2}{xy}$

3) $\dfrac{5a^2b}{7b^2xy^2}\cdot 14xy^2$

4) $\dfrac{21x^4y^2z}{4a^2bc}\cdot\dfrac{-a^3b}{7x^3y^2z^2}$

5) $(-4x^2)\cdot\left(-\dfrac{7x}{15y}\right)\cdot\left(-\dfrac{y}{22}\right)$

6) $\left(-\dfrac{3}{4}a^5b^7\right)\cdot\left(-\dfrac{2x^3y}{a^7b^5}\right)\cdot\left(-\dfrac{a^{12}}{x^4}\right)$

∇∇∇ EXERCICE 235

1) $(-3x^2y)\cdot\left(\dfrac{2xy}{6x^3y^2}\right)$

2) $\dfrac{-15ab^2}{-7a^2b}\cdot\dfrac{28a^2c}{30ac^2}$

3) $\dfrac{-7xyz^2}{-5ab^2}\cdot\dfrac{10a^2b}{-21y^2z}\cdot(-6)$

4) $\dfrac{0{,}3x^4y^{12}}{10x^4y^7}\cdot\dfrac{30a^3b^4}{9a^4x^7}$

5) $\dfrac{1{,}2u^4v^5}{0{,}4u^{12}v^7}\cdot\dfrac{8u}{4{,}8v^5}$

6) $\dfrac{3(xy)^2z}{5ab^2}\cdot\dfrac{2ab}{xy^2}\cdot\dfrac{15z}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 236

1) $\dfrac{49xy^2}{6ab^3}\cdot\dfrac{18a^3b}{14x^2y}$

3) $\left(-\dfrac{3x}{2y}\right)\cdot\left(\dfrac{-7x^2y}{-3z^2}\right)\cdot\left(\dfrac{14yz^3}{-x^4}\right)$

3) $\dfrac{18x^3y^4z}{8{,}1a^2b^4c^3}\cdot\dfrac{2{,}7a^2bc^3}{4{,}5xy^2z^2}$

4) $\dfrac{5x^2y}{3ab^2}\cdot\dfrac{5a^3y^2}{2bx}\cdot\dfrac{4a^2}{3x^3b}$

Dans les exercices 237 à 239, effectuer les produits et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible :

∇∇∇ EXERCICE 237

1) $\dfrac{x+y}{x-y}\cdot\dfrac{x-y}{2x+2y}$

2) $\dfrac{a-b}{5a}\cdot\dfrac{b}{b-a}$

3) $\dfrac{x^2-y^2}{z^2-u^2}\cdot\dfrac{z-u}{x+y}$

4) $\dfrac{b^2-2}{3bc}\cdot\dfrac{30c^3}{5b^4-10b^2}$

5) $\dfrac{a^2-b^2}{2x-2y}\cdot\dfrac{x^2-2xy+y^2}{a+b}$

6) $\dfrac{x^2+10x+25}{x-3}\cdot\dfrac{5-x}{x^2-25}$

∇∇∇ EXERCICE 238

1) $\dfrac{x^2-4y^2}{xy+2y^2}\cdot\dfrac{2y}{4xy-2x^2}$

2) $\dfrac{x^2+8x+7}{5x+35}\cdot\dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$

3) $\dfrac{2xy+6y}{y-2}\cdot\dfrac{y^2-2y}{9-x^2}$

4) $\dfrac{-x^3-2x^2+8x}{x^2-8x+16}\cdot\dfrac{x^2-4x}{x+4}$

5) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^2+2ab+b^2}\cdot\left(-\dfrac{2}{a-b}\right)\cdot\dfrac{a^2-b^2}{2a-2b}$

6) $\dfrac{a^2b^2-ab-6}{3ab-9}\cdot\dfrac{a^2b^2-4}{a^2b^2+4ab+4}$

∇∇∇ EXERCICE 239

1) $\dfrac{2x^3-8xy^2}{5x}\cdot\dfrac{10x}{3x^3-6x^2y}$

2) $\dfrac{x^2y^2-25}{16a^3-a}\cdot\dfrac{4a^2+a}{xy+5}$

3) $\dfrac{2x^2+4x+2}{x^2-x-2}\cdot\dfrac{x^3-2x^2}{x^3-x}$

4) $\dfrac{2x^2-2x-4}{3x-3}\cdot\dfrac{2x-4}{x^2-4x+4}$

5) $\dfrac{25x^3-xy^2}{5x^2}\cdot\dfrac{xy-y}{5x-y}\cdot\dfrac{10x}{x^2y^2-y^2}$

6) $\dfrac{5b^3-10b^2-15b}{25ab^2}\cdot\dfrac{ab-3a}{b^2-6b+9}$

Dans les exercices 240 à 242, effectuer les opérations et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible :

∇∇∇ EXERCICE 240

1) $\dfrac{x^2y^2-16}{a^3-9a}\cdot\dfrac{3a+a^2}{xy+4}$

3) $\dfrac{2x^2+4x+2}{x^3-x}\cdot\dfrac{x-x^2}{2+2x}$

3) $\dfrac{x^2-x-2}{4x^2-16}\cdot\dfrac{2x^2+4x}{x^3+2x^2+x}$

4) $\dfrac{(3a-3b)^2}{ab+b^2}\cdot\dfrac{a^2b+ab^2}{3a^2-3b^2}$

5) $\dfrac{b+2}{2b^2-2b}\cdot\dfrac{b^4-b^2}{b^2+1}\cdot\dfrac{b-1}{b^2+3b+2}$

4) $\dfrac{8x^3-8x^2+2x}{4x-2}\cdot\dfrac{4x+8}{x^4-4x^2}\cdot(x^2-2x)$

∇∇∇ EXERCICE 241

1) $\dfrac{1}{x}:\dfrac{1}{y}$

3) $\dfrac{2x}{y}:\dfrac{x}{3}$

5) $\dfrac{-2a^2b}{c}:ab^2c$

2) $\dfrac{1}{xy}:xy$

4) $\dfrac{7a^2b}{3c^6}:\dfrac{21ab^3}{c^3}$

6) $\dfrac{-3bx^2}{5ay^3}:\dfrac{-6b^2}{a^3x}$

∇∇∇ EXERCICE 242

1) $\dfrac{8a^2}{3b}:4a$

4) $\left(-\dfrac{64xyz}{60abc}\right):\dfrac{-8x^2y^2z}{-15a^2b}$

2) $\dfrac{-32xy^5}{81}:\dfrac{4y}{3x}$

5) $\dfrac{28a^3bx}{5x^2y^3}:\dfrac{25a^2b^2y}{30xy^2}$

3) $\dfrac{21a^3b}{49x^2yz}:\dfrac{28ay^3}{21b^3x^2}$

6) $\dfrac{4x^2y}{5ab^2}:\dfrac{2ab}{xy^2}$

∇∇∇ EXERCICE 243

Effectuer les divisions suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $\dfrac{13a^4b^4}{7x^4y^7}:\dfrac{169a^7b^6}{49x^{12}y^4}$

4) $\dfrac{1{,}2u^4v^5}{3{,}4w^5}:\left(-\dfrac{0{,}4u^7v^{12}}{1{,}7w^{10}z}\right)$

2) $\dfrac{0{,}4a^5bc^7}{36x^4y^7c^5}:\dfrac{48a^{12}b^4}{42x^7y^{12}b^7}$

5) $-\dfrac{3a^3b^5}{4x^7y^9}:\left(-\dfrac{36a^6b^{10}}{0{,}2x^{12}}\right)$

3) $\dfrac{7a^5b^4}{3x^3y^5}:\left(-\dfrac{7a^5b^4}{9x^3y^7}\right)$

6) $\dfrac{7a^3b^4}{3x^9y^5}:-\dfrac{49a^7b^7}{9x^{12}y^4}$

∇∇∇ EXERCICE 244

Effectuer les divisions suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $(x^2-y^2) : \dfrac{x-y}{x+y}$

2) $\dfrac{a^2-2ab}{x-y} : \dfrac{a^2}{x^2-y^2}$

3) $\dfrac{1-a^2}{3a} : \dfrac{a^2+2a+1}{2a+2}$

4) $\dfrac{a^2-16}{3a+6} : \dfrac{a^2-2a-8}{2a+4}$

5) $\dfrac{4x^2-1}{4x-1} : \dfrac{1-2x}{16x^2-1}$

6) $\dfrac{xy+2y^2}{14x-7y} : \dfrac{2x^2-8y^2}{16x^2-4y^2}$

∇∇∇ EXERCICE 245

Effectuer les divisions suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $\dfrac{a^2-b^2}{(2ab)^2} : \dfrac{a+b}{2a}$

3) $\dfrac{a+1}{a-1} : \dfrac{a^2+2a+1}{a^2-2a+1}$

3) $\dfrac{9x^2-y^4}{a^2-ab} : \dfrac{3x+y^2}{a^3b-a^4}$

4) $\dfrac{a^2+a-2}{a^2+2a-15} : \dfrac{a^2+7a+10}{a^2+10a+25}$

5) $\dfrac{6x-21}{2+5b} : \dfrac{12a^2x-42a^2}{25b^2-4}$

4) $\dfrac{x^3-12x^2y+36xy^2}{x^3-25xy^2} : \dfrac{2x^3-12x^2y}{x^2-10xy+25y^2}$

∇∇∇ EXERCICE 246

Effectuer les opérations suivantes et donner le résultat sous une forme aussi simple que possible

1) $\left(\dfrac{x^2-x-20}{x^2+2x+1} \cdot \dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-12}\right) : \dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x-10}$

2) $\dfrac{x-6}{x^2+6x+9} : \left(\dfrac{x^3-4x}{x^2+4x+4} \cdot \dfrac{x^2-4x-12}{x^3-9x}\right)$

3) $1 : \left(\dfrac{xy-y^2}{x^2-xy} \cdot \dfrac{x^4+x^3y}{xy} \cdot \dfrac{x^2+y^2}{x^4-y^4}\right)$

Exercices récapitulatifs

∇∇∇ **EXERCICE 247**

Réduire:

1) $\frac{4}{3}x^3y^3 \cdot (-3xy^3)^2$

2) $2a-(3b-(-5+3a)-4)-2a$

3) $(2x^3-3y)\cdot(-3x^3+y)$

4) $x+\frac{y}{x}\cdot(-3x^2+4xy)$

5) $(2x-3y)\cdot(3x-y)-(2x-y)\cdot(5x+y)$

6) $4x-y\cdot(x-2)+3x\cdot(5+y)$

∇∇∇ **EXERCICE 248**

Réduire:

1) $\frac{2}{3}z^2-\left(3z-\left(\frac{1}{3}z-\frac{2}{3}\right)\cdot z+z^2\right)$

2) $(2x^2z)^2-(2x^3-1)\cdot(3xz^2-x^4z^2)$

3) $(2a-b)\cdot a-ba$

4) $2a-b\cdot a-ba$

5) $\frac{3x-3}{2}-\frac{x+2}{3}$

6) $\frac{3}{14}\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{7}{9}\cdot\sqrt{x}$

∇∇∇ **EXERCICE 249**

Réduire:

1) $3b-(5a+3ab-(4a-ab)-9b)$

2) $(3x^4-2x^2+2)\cdot(-2x^2+3)$

3) $2x\cdot(3x-x^2+1)-3\cdot(x^2-2x)$

4) $\left(\frac{a}{3}+\frac{1}{4}\right)\cdot(2a-3)-\left(a-\frac{1}{2}\right)\cdot(a+\frac{1}{2})$

5) $2x\cdot((x-3)-(x-2))$

6) $(3x-y)\cdot(3x-2y)+(2x-y)\cdot x$

∇∇∇ **EXERCICE 250**

Réduire:

1) $5x^2y^3\cdot(9x^3-y^4+6)$

3) $a\cdot(a+2)\cdot(2a-1)$

5) $3a\cdot(2a+1)-3\cdot(a^2+5a)-2a^2+a$

3) $4a^2-(6a-a^2)+2a$

4) $a+\frac{1}{2}\cdot a+2a-\frac{1}{2}$

6) $x\cdot(-\frac{4}{5}y)\cdot(-\frac{3}{4}xy)+\frac{2}{3}x^2y^2$

∇∇∇ EXERCICE 251

Réduire:

1) $(-0{,}3x^4y)^3$

2) $2a-(-5a+2b-(-3a-(a-b)-2a))+b$

3) $(3a-2b)\cdot 4-5\cdot(5a-b)$

4) $(2x-3y)\cdot(x-2y)-(-x+y)\cdot(3x-2y)$

5) $3x^2y-7x\cdot(2xy-3y^2)-2xy^2$

6) $\dfrac{2a-b}{4}-\dfrac{5a+b}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 252

Réduire:

1) $\dfrac{2\cdot(2a-b)}{3}-\dfrac{3\cdot(5a-2b)}{5}$

2) $\left(-\dfrac{a^4b^2c^0}{4}\right)^2$

3) $\dfrac{1}{2}c^2-\left(3c-(\dfrac{1}{2}c+3)\cdot c\right)$

4) $(x-3)\cdot(x-3)\cdot(x+3)$

5) $x^2-(x-1)\cdot(2x+1)$

6) $\dfrac{3}{2}x^2y\cdot\left(\dfrac{4}{5}xy^4-\dfrac{10}{21}x^3y^2\right)$

∇∇∇ EXERCICE 253

Réduire:

1) $\left(-\dfrac{2}{3}x^2y^3\right)\cdot\left(-\dfrac{7}{12}y^3\right)\cdot\left(-\dfrac{6}{21x^5}\right)$

2) $\dfrac{7x-2}{14}-\dfrac{x+3}{7}$

3) $(2x)^2\cdot(3x-2)$

4) $2a^3\cdot(a^4-2)-7a^7+4a^3$

5) $(x+3)\cdot(x+5)-3^3$

6) $(2x+3x)^3$

∇∇∇ EXERCICE 254

Réduire:

1) $3v-(4t-v)-6t$

2) $a^3-2a^2\cdot(2a+5)$

3) $a-(b+2a-(3b+a)-2b)-a$

4) $(2a^3+4a^2+8a+16)\cdot(3a-6)$

5) $\left(-(4a^4-5a^2b^3+b^6)\right)\cdot(-5a^3b^5)$

6) $(2ab^3c^2d^5)\cdot(3a^3b^5c^4d)\cdot(-4a^3b^2c^3d)\cdot(-7a^4bc^3d^2)$

∇∇∇ EXERCICE 255

Écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes

1) $(-2x)^2\cdot(7x)$

2) $a-(2b-a-(c-a)-b)+a$

3) $(3x+4)\cdot(3x-4)\cdot(9x^2-16)$

4) $(4x+2)\cdot(4x-4)\cdot(8x^2)$

5) $\dfrac{a^6-a^5}{c^4-c^3}\cdot\dfrac{c^3-c^2}{a^5-a^4}$

6) $\dfrac{x^{100}-x^{99}}{x^{99}}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 256

Écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes:

1) $(b^2+b^2+b\cdot b\cdot b+b\cdot b)^2$

2) $(2a^2-7a^2):(\dfrac{1}{2}a-a)$

3) $\dfrac{a-2}{a^2-4x^2}:\dfrac{1}{2x-a}$

4) $(2x-3)\cdot(x+1)-(x-4)^2$

5) $3x-2y-1-(2x-y+1)$

6) $\dfrac{2x-2}{x^2-6x+5}\cdot\dfrac{x-5}{4x}$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 257

Écrire aussi simplement que possible chacune des expressions suivantes:

1) $\dfrac{x-2}{2}-\dfrac{3x-4}{4}$

3) $\dfrac{x^2-10x+9}{x^2-18x+81}:\dfrac{3x-3}{x^2-81}$

3) $(2x-1)^2\cdot(2x+x)^3$

3) $\left(\dfrac{1}{2}ab^2\right)\cdot(6x^2+\dfrac{1}{2}a)^2$

4) $\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\cdot\dfrac{x^2+2x+1}{x^3+2x^2}$

4) $\dfrac{1}{3}\cdot(2x-5)+\dfrac{1}{5}\cdot(-2x+1)-\dfrac{1}{9}\cdot(4x-6)$

Exercices pour les scientifiques

∇∇∇ EXERCICE 258

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{1}{x}+y$ 3) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ 5) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}-2$

2) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 4) $\dfrac{xy}{3x}+\dfrac{xy}{3y}$ 6) $\dfrac{x}{yz}+\dfrac{y}{xz}+\dfrac{z}{xy}$

∇∇∇ EXERCICE 259

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2y}$ 3) $\dfrac{2x}{x^2}+\dfrac{3y}{y^2}$ 5) $\dfrac{1}{3x}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^2}$

2) $\dfrac{x}{y^2}+\dfrac{y}{x^2}$ 4) $\dfrac{b^2}{a}-ab$ 6) $\dfrac{5x}{2xy}+\dfrac{2y}{3x}-\dfrac{3y}{y^2}$

∇∇∇ EXERCICE 260

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x+y}{x}+\dfrac{x+y}{y}$ 4) $\dfrac{2a+b}{a}+\dfrac{a-2b^2}{2ab}$

2) $\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{b-a}{b}$ 5) $\dfrac{2x-1}{2x}-\dfrac{2x^2-3}{3x^2}-\dfrac{1}{3}$

3) $\dfrac{y-x}{2xz}-\dfrac{y-x}{2yz}$ 6) $\dfrac{a-b}{ab}+\dfrac{b-c}{bc}+\dfrac{c-a}{ac}$

∇∇∇ EXERCICE 261

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x^2-y^2}{2x^2}-\dfrac{2y^2-x^2}{4y^2}$ 4) $\dfrac{2x+y}{2xy}-\dfrac{y+3x}{3xy}$

2) $\dfrac{2a+b}{2a}-\dfrac{b-2a}{b}$ 5) $\dfrac{1}{2xy}-\dfrac{2x-y}{y}-\dfrac{y+2x}{2x}$

3) $\dfrac{2a-c}{4ac}-\dfrac{b-c}{2bc}$ 6) $\dfrac{4x-1}{2x}-\dfrac{8x^2-10}{5x^2}-\dfrac{2}{5}$

∇∇∇ EXERCICE 262

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{y}{x+y}$ 4) $\dfrac{x^2}{x-y}-\dfrac{y^2}{y-x}-\dfrac{2xy}{x-y}$

2) $\dfrac{x^2}{x-y}-\dfrac{y^2}{x-y}$ 5) $\dfrac{5x+y}{2x+2y}+\dfrac{3y-x}{2x+2y}$

3) $\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{b-a}$ 6) $\dfrac{x^2-1}{x-3}-\dfrac{4x+3}{x-3}-\dfrac{1+2x}{3-x}$

∇∇∇ EXERCICE 263

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{y}{x+y}-\dfrac{x}{x+y}$

2) $\dfrac{2b^2+3a^2}{2a+b}+\dfrac{a^2-3b^2}{b+2a}$

3) $\dfrac{4x-y}{2x-y}-\dfrac{2y-5x}{y-2x}-\dfrac{y-x}{2x-y}$

4) $\dfrac{x^2+4x}{x^2-x+6}-\dfrac{4}{x-x^2-6}$

5) $\dfrac{b+b^2}{(a-b)^2}$

6) $\dfrac{2x-1}{x+5}-\dfrac{x-x^2}{5+x}-\dfrac{3x-4}{-x-5}$

∇∇∇ EXERCICE 264

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{x^2}{x-y}-x$

2) $\dfrac{1}{a-b}-\dfrac{1}{a+b}$

3) $\dfrac{4}{x-2}-\dfrac{6}{x-3}$

4) $\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{b-a}$

5) $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}+1$

6) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{x}{2-x}+1$

∇∇∇ EXERCICE 265

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{ab}{a^2-b^2}$

2) $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{2y}{x^2-y^2}$

3) $\dfrac{a^2}{x^2-a^2}+\dfrac{a}{a-x}$

4) $\dfrac{1}{x^2-y^2}-\dfrac{1}{x^2-xy}$

5) $\dfrac{x}{x^2+2xy+y^2}-\dfrac{y}{y^2-x^2}$

6) $\dfrac{5a}{a-x}-\dfrac{a}{a+x}-\dfrac{2ax}{a^2-x^2}$

∇∇∇ EXERCICE 266

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{2a}{x^2-3x+2}+\dfrac{a}{x^2-1}$

2) $\dfrac{4xy}{4x^2-y^2}+\dfrac{2x}{2x+y}$

3) $\dfrac{3}{2x-1}+\dfrac{8x}{4x^2-1}-\dfrac{2}{2x+1}$

4) $\dfrac{4a}{a^2-1}-\dfrac{2}{1-a}-\dfrac{2}{a+1}$

5) $\dfrac{y}{3x-y}+\dfrac{3x}{y+3x}-\dfrac{6xy}{9x^2-y^2}$

6) $\dfrac{1}{(x-2)^2}-\dfrac{16}{(x^2-4)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}$

∇∇∇ EXERCICE 267

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu:

1) $\dfrac{a^2-4}{a^2+6}-\dfrac{a^2-6}{a^2+4}$

2) $\dfrac{2-3x}{2+3x}-\dfrac{2+3x}{2-3x}$

3) $\dfrac{x+3}{x+2}-\dfrac{x+1}{x}$

4) $\dfrac{x-3}{x+3}+\dfrac{x+3}{3-x}$

5) $\dfrac{x-2}{x-3}-\dfrac{x^2-15}{x^2-9}$

6) $\dfrac{1}{x^2+5x+6}+\dfrac{x+1}{x+2}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 268**

Effectuer les opérations suivantes; simplifier le résultat s'il y a lieu

1) $\dfrac{x-1}{x+3}-\dfrac{x-3}{x+1}$

2) $\dfrac{1-4x}{1+4x}+\dfrac{1+4x}{4x-1}$

3) $\dfrac{2x-1}{2x-4}-\dfrac{2x+1}{2x+3}$

4) $\dfrac{x}{x^2-25}-\dfrac{1}{2x+10}$

5) $\dfrac{x-3}{4x^2-1}+\dfrac{3x}{4x^2+2x}+\dfrac{x+2}{8x^3-2x}$

6) $\dfrac{2x}{2x-3}-\dfrac{2x-3}{2x}-\dfrac{9}{4x^2-6x}$

Exercices de développement

▽▽▽ EXERCICE 269

Compléter les tables de multiplication suivantes :

$\cdot$	$\frac{x^2}{2}$	y
$3x$		
x^2		

$\cdot$	$\frac{x^2}{2}$	
$2x$		$2x^5$
		6

$\cdot$		5
	$\frac{a^2}{2}$	
a^5	$2a^8$	

▽▽▽ EXERCICE 270

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche):

H · G	$x+4$	x^2+5
	$3x^3+12x^2$	
		$2x^3+10x$

H · G		$x-3y$
$3x$		
$-x^4$	$-x^6-x^4$	

H · G	$2a-b$	
$4a^2$		$20a^3-4a^2b^2$
	$a^2-\frac{ab}{2}$	

▽▽▽ EXERCICE 271

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche) :

H + G	$4a-2b$	$-5a$
$-\frac{1}{2}a+b$		
$-3a-4b$		

H + G	$4x-5y$	
	$\frac{10}{3}x-4y$	
$5x-\frac{3}{4}y$		$8x-\frac{7}{4}y$

H + G	$\frac{4}{5}x+\frac{1}{2}$	
	1	
	x	$\frac{x+1}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 272

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche) :

H – G	$2x-3y$	$-4y-x$
$-4x+y$		
$-\frac{1}{2}-y$		

H – G	$5b-3a$	
	$2a-7b$	
$-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b$		$-\frac{3}{4}a+\frac{3}{2}b$

H – G		$\frac{a+b}{3}$
$\frac{a-b}{3}$	$\frac{-a+b}{6}$	
		$\frac{a+b}{6}$

∇∇∇ EXERCICE 273

Compléter (H signifie Haut, G signifie Gauche) :

H + G		
$\frac{3}{4}x-4y$	$\frac{-x-9}{2}$	
$\frac{9x-2y}{4}$		$\frac{23x+6y}{12}$

H – G	$\frac{1}{3}a+b$	$a-\frac{1}{3}b$
$\frac{1}{2}a-b$		
		$\frac{5}{6}b$

H · G	$\frac{3}{2}a^2$	
	$a^3+\frac{3}{2}a^2$	
$\frac{3}{2}a^3-2a$		$9a^4x^2-12a^2x^2$

∇∇∇ EXERCICE 274

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(-4a+2b+3a)^2$

2) $(x-2y+4x+y)^2$

3) $(2v-w+4w-v)^2$

4) $(-\frac{1}{3}a+3b+a)^2$

5) $(5a^2-7b^2+2a^2+6b^2)^2$

6) $(2a-5b+a)\cdot(3b+3a-8b)$

∇∇∇ EXERCICE 275

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(a+b+c)^2$
2) $(2a-b-c)^2$
3) $(3x-2y-1)^2$
4) $(a+b-1)^2$
5) $(2a-3b+2c)^2$
6) $(3a-b+c)^2$

∇∇∇ EXERCICE 276

Pour lire le message associé à ce tableau, il faut

- Effectuer le calcul situé dans la case "DÉBUT" et inscrire la lettre qui s'y trouve.
- Chercher la case dont le premier facteur est égal au résultat trouvé.
- Inscrire la lettre qui s'y trouve et effectuer le calcul.
- Chercher la case dont le premier facteur est égal au résultat trouvé.
- Et ainsi de suite.

Début $\boxed{I}$ $x\cdot\frac{1}{y^2}$	$\boxed{C}$ $\frac{x^2}{y^3}\cdot xy$	$\boxed{C}$ $x^2y^3\cdot\frac{1}{x^4y^3}$	$\boxed{C}$ $\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y^2}$	$\boxed{G}$ $\frac{1}{xy^3}\cdot x^4$	$\boxed{T}$ $\frac{x^2}{y^2}\cdot y$
$\boxed{N}$ $\frac{x}{y^3}\cdot\frac{1}{x^2}$	$\boxed{P}$ $xy\cdot\frac{1}{xy^4}$	$\boxed{E}$ $\frac{1}{xy}\cdot\frac{x}{y}$	$\boxed{E}$ $\frac{y}{x^2}\cdot xy$	$\boxed{U}$ $x^2y^2\cdot\frac{1}{x^2}$	$\boxed{H}$ $\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1}{y^2}$
$\boxed{A}$ $\frac{y^3}{x}\cdot\frac{x^2}{y^4}$	$\boxed{T}$ $\frac{y^2}{x^3}\cdot\frac{x}{y}$	$\boxed{L}$ $\frac{x}{y^2}\cdot\frac{y^3}{x^2}$	$\boxed{P}$ $x^2y\cdot\frac{1}{y^3}$	$\boxed{R}$ $\frac{1}{x^3}\cdot x^3y$	$\boxed{U}$ $\frac{y^3}{x^2}\cdot\frac{1}{y^4}$
$\boxed{N}$ $\frac{y^2}{x^2}\cdot x^5$	$\boxed{Q}$ $\frac{1}{y^2}\cdot\frac{y^5}{x^2}$	$\boxed{E}$ $y\cdot x^2y^2$	$\boxed{F}$ $\frac{y}{x}\cdot\frac{x^4}{y}$	$\boxed{E}$ $\frac{1}{y^3}\cdot x^3y^2$	$\boxed{E}$ $\frac{x^3}{y^2}\cdot\frac{y^3}{x}$
$\boxed{A}$ $\frac{1}{x^2y^2}\cdot\frac{x^3}{y}$	$\boxed{A}$ $x^3\cdot\frac{y^2}{x}$	$\boxed{E}$ $x^3y^2\cdot\frac{1}{x^2y}$	$\boxed{I}$ $\frac{1}{x^2y}\cdot y^3$	$\boxed{C}$ $\frac{y}{x^3}\cdot\frac{x^2}{y^2}$	$\boxed{U}$ $\frac{x^3}{y}\cdot\frac{y^3}{x^6}$
$\boxed{R}$ $\frac{1}{y}\cdot\frac{y^2}{x^3}$	$\boxed{T}$ $\frac{y^2}{x}\cdot\frac{1}{x^2y^2}$	$\boxed{E}$ $\frac{x^2}{y}\cdot\frac{1}{x^2}$	$\boxed{L}$ $\frac{1}{x}\cdot x^2y^2$	$\boxed{T}$ $y^2\cdot\frac{y}{x}$	**Fin** $\boxed{E}$ $\frac{x^3}{y^3}\cdot\frac{y^3}{x^3}$

∇∇∇ EXERCICE 277

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(a+b+c+d)^2$
2) $(3x+y+z)\cdot(3x-y-z)$
3) $(3a+b-c)\cdot(3a+b+c)$
4) $(2a-x-y)\cdot(2a+x+y)$
5) $(3b+a-4)^2$
6) $(4x^2-y^2-z^2)\cdot(z^2+y^2+4x^2)$

∇∇∇ EXERCICE 278

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(2x+y-z)\cdot(2x+y+z)$

2) $(3a-b+c)\cdot(3a+b-c)$

3) $(2x-y+3)^2$

4) $(5a-b+c)\cdot(-5a-b+c)$

5) $(3v-2w+z)^2$

6) $(2a^3-4b^3+c^3)^2$

∇∇∇ EXERCICE 279

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $(a^n+b^n)^2$

2) $(x^{2n}-y^n)^2$

3) $(3x^n+y^2)^2$

4) $(4x^{2n}+y^n)^2$

5) $(x^{n-1}+x^{n+1})^2$

6) $(3a^n-2a^{n-2})^2$

∇∇∇ EXERCICE 280

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $\left(\dfrac{1}{y^2}+y^2\right)^2$

2) $(2a^n-a^{n+1})^2$

3) $\left(\dfrac{1}{3}a^{3n}-a^{2n}\right)^2$

4) $(3a^{n-1}-2a^{2n})^2$

5) $(4a^{3n}+3a^{2n})\cdot(4a^{3n}-3a^{2n})$

6) $(0{,}1a^n-0{,}1a^{n+1})\cdot(0{,}1a^{n+1}+0{,}1a^n)$

∇∇∇ EXERCICE 281

Calculer à l'aide des produits remarquables:

1) $\left(\dfrac{1}{2}x^2+1\right)^2\cdot\left(\dfrac{1}{2}x^2-1\right)^2-\dfrac{1}{2}x^4\cdot\left(2-\dfrac{1}{2}x^4\right)$

2) $-2x^2\cdot(y-2x)^2-(x^2+y)\cdot(x^2-y)+\dfrac{x^2y^2}{2}$

3) $(a^7-b^7)^2\cdot(a^7+b^7)^2-(a^{14}+b^{14})^2$

4) $\left(\dfrac{1}{3}a^3-\dfrac{2}{3}b^3\right)^2-\left(\dfrac{2}{3}a^3-2b^3\right)^2+(a^3+b^3)\cdot(b^3-a^3)$

5) $(0{,}1a-0{,}2b)\cdot(3a-0{,}2b-2{,}9a)-(2a-b)^2$

6) $(4x-5y)^2\cdot(5y+4x)^2-(2x^2+3y^2)\cdot(2x^2+3y^2)$

∇∇∇ EXERCICE 282

Mettre en évidence autant de facteurs que possible:

1) $3\cdot(a-b)-5x\cdot(a-b)$

2) $a\cdot(x+y)+b\cdot(x+y)$

3) $a^2\cdot(x-2y)+b^2\cdot(x-2y)$

4) $3a\cdot(2x+y)-5\cdot(2x+y)$

5) $7x^2\cdot(a^2+b)-7x\cdot(a^2+b)$

6) $3b^2\cdot(2x+3y)+2a^2\cdot(2x+3y)$

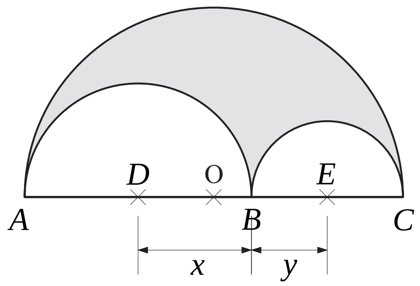
∇∇∇ EXERCICE 283

Exprimer par une formule l'aire de la surface ombrée.

O est le centre de $[AC]$,

D est le centre de $[AB]$,

E est le centre de $[BC]$.



∇∇∇ EXERCICE 284

Mettre en évidence autant de facteurs que possible:

1) $2x\cdot(x-1)-y\cdot(x-1)$

2) $3x\cdot(2x+1)-(2x+1)$

3) $5a^2\cdot(-x+y)+5\cdot(-x+y)$

4) $3x^2\cdot(x^3+1)-(x^3+1)\cdot 4x$

5) $(2a+b)\cdot a^2+b\cdot(b+2a)$

6) $x^2\cdot(x-2y)-y^2\cdot(x-2y)-x+2y$

∇∇∇ EXERCICE 285

Mettre en évidence autant de facteurs que possible:

1) $3\cdot(x-1)-x\cdot(1-x)$

2) $a\cdot(2x-y)+b\cdot(y-2x)$

3) $3\cdot(a-b)-y\cdot(b-a)$

4) $2\cdot(x+3)-a\cdot(-x-3)$

5) $x^2\cdot(-b+a)-y\cdot(a-b)$

6) $2x\cdot(3a-b)+y\cdot(-b+3a)$

∇∇∇ EXERCICE 286

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $a^2 \cdot (x-y) - b^2 \cdot (x-y)$
2) $16 \cdot (a-b) - x^4 \cdot (a-b)$
3) $2ab^2 \cdot (2x+y) - 2ay^2 \cdot (2x+y)$
4) $a^2 \cdot (a-b) + b^2 \cdot (b-a)$
5) $9 \cdot (2x-y) + y^2 \cdot (y-2x)$
6) $a^8 \cdot (x^2-y^2) + (y^2-x^2)$

∇∇∇ EXERCICE 287

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $2x^2 \cdot (a-b) - 2y^2 \cdot (a-b)$
2) $(2x-y) - a^4 \cdot (2x-y)$
3) $y^2 \cdot (a^2+b^2) + 16x^4 \cdot (-a^2-b^2)$
4) $2xy \cdot (a^2-b^2) + y \cdot (b^2-a^2)$
5) $3x^2y^3 \cdot (x^2+4) - (x^2+4) \cdot 12x^2y$
6) $25 \cdot (x^2-2xy+y^2) + a^2 \cdot (2xy-x^2-y^2)$

∇∇∇ EXERCICE 288

Factoriser aussi complètement que possible:

1) $ax+ay+bx+by$
2) $ab+ac+bd+dc$
3) $ad+ac-bd-bc$
4) $21xy-3x-28y+4$
5) $7ac+21ad-2bc-6bd$
6) $5ax-5ay-bx+by$

Dans les exercices 289 à 294, factoriser chaque expression autant que possible

∇∇∇ EXERCICE 289

1) $a^3-3a^2b-ab^3+3b^4$
2) $7a^7+7a^3b^3-3a^4b^4-3b^7$
3) $3x^5+3x^3y^2-x^2y-y^3$
4) $3a^7-3a^3-a^4b+b$
5) $-2x^3+2xy^3-x^2y+y^4$
6) $28a^9-14a^4b^6-48a^5b+24b^7$

∇∇∇ EXERCICE 290

1) $-4x^9y+4x^4y^6-x^8y+x^3y^6$

2) $8x^2y-4x-6xy^2+3y$

3) $a^2-5a^2b+10a^3b^2-15a^5$

4) $7a^4+28a-14a^3b-56b$

5) $15ax+6ay-5bx-2by$

6) $3a^2x-4a^2y^2-3bx+4by^2$

∇∇∇ EXERCICE 291

1) $4a^2\cdot(3-x)-4a\cdot(3-x)+a\cdot(3-x)$

2) $2x\cdot(a+b+c)-7xy\cdot(a+b+c)+x^2\cdot(a+b+c)$

3) $a^2\cdot(2u+1)-2ab\cdot(2u+1)+b^2\cdot(2u+1)$

4) $(5a-b)\cdot x^2-2xy\cdot(5a-b)+y^2\cdot(5a-b)$

5) $(7a-b)^2-4a\cdot(b-7a)+12b\cdot(7a-b)$

6) $a^2\cdot(2x+3)-4a\cdot(2x+3)-21\cdot(2x+3)$

∇∇∇ EXERCICE 292

1) $a^2x\cdot(2x-1)-a^2y\cdot(2x-1)+2\cdot(2x-1)\cdot a$

2) $2x^3\cdot(2a+b)+4x^2y\cdot(2a+b)+6x^2\cdot(2a+b)$

3) $y^2\cdot(b-a)-4xy\cdot(b-a)+(b-a)\cdot 4x^2$

4) $9x\cdot(x+y)+(x+y)\cdot 4x^3+12x^2\cdot(x+y)$

5) $(x^2-y^2)\cdot a^2+2a\cdot(x^2-y^2)\cdot b-b^2\cdot(y^2-x^2)$

6) $x^2\cdot(a-2)-4x\cdot(2-a)-12\cdot(a-2)$

∇∇∇ EXERCICE 293

1) $(x-1)^2-a^2$

2) $(3a-b)^2-25a^2$

3) $(x-1)^2-16y^2$

4) $(2a-b)^2-(a+b)^2$

5) $25x^4-(a+2b)^2$

6) $(2x-y)^2-(x+3y)^2$

∇∇∇ EXERCICE 294

1) $(x+y)^2-b^2$
2) $(a-4b)^2-1$
3) $(2x^2-y)^2-9x^4$
4) $16a^2-(x^2-1)^2$
5) $(x+2y)^2-(2x-y)^2$
6) $(5a-b)^2-(a-2b)^2$

Dans les exercices 295 à 298, factoriser chaque expression autant que possible :

∇∇∇ EXERCICE 295

1) $(2x+y-1)^2-25$
2) $4x^2-(x+y-1)^2$
3) $x^2\cdot(x+1)^2-16$
4) $(x+2y-1)^2-(x-2y)^2$
5) $(3a^2-2)^2-(a^2+1)^2$
6) $(2x+y)^4-1$

∇∇∇ EXERCICE 296

1) $(x^2+2xy+y^2)-a^2$
2) $49x^4-(a^2+2ab+b^2)$
3) $(a-b)^2-(4a^2-4ab+b^2)$
4) $(4y^2-4y+1)-169$
5) $(x^2+6xy+9y^2)-9x^2$
6) $(25a^2+1-10a)-9a^2$

∇∇∇ EXERCICE 297

1) $(x+y)\cdot(x-y)-3x-3y$
2) $3a-2b-4\cdot(3a-2b)$
3) $(2y-1)^2-5y\cdot(2y-1)+2y-1$
4) $3a^3\cdot(2u-v)-2a^2\cdot(2u-v)+4u-2v$
5) $3x-2y-5b\cdot(2y-3x)+6x-4y$
6) $(x-y)^n-4x\cdot(x-y)^{n-1}+y\cdot(x-y)^{n-2}$

∇∇∇ EXERCICE 298

1) $x^2-y^2-3a\cdot(x-y)$
2) $2a-b-(4a^2-b^2)$

3) $(x+2)^2+x^2\cdot(x+2)+x^2-3x-10$

4) $4ax\cdot(3a-b)+2ay\cdot(3a-b)+6a^2-2ab$

5) $y\cdot(y-2x)+3x\cdot(2x-y)+(y^2-4x^2)$

6) $x^2\cdot(a^2-1)+2x\cdot(a^2y-y)+a^2y^2-y^2$

Chapitre 3

Les applications

Théorie

3.1 RAPPELS ET NOTATIONS

Une application est donnée par deux ensembles (l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée) et par une règle.
La règle fait correspondre à **chaque** élément de l'ensemble de départ **un et un seul** élément (appelé son image) de l'ensemble d'arrivée.

On désigne souvent une application par une lettre minuscule (f, g,...).

Dans ce chapitre, l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée seront toujours l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels. On dira dans ce cas que « f est une application définie dans $\mathbb{R}$ ».

Par convention, lorsqu'on représente graphiquement une application :

l'ensemble de départ est placé sur un axe horizontal; c'est l'axe des **abscisses**

l'ensemble d'arrivée est placé sur un axe vertical; c'est l'axe des **ordonnées**.

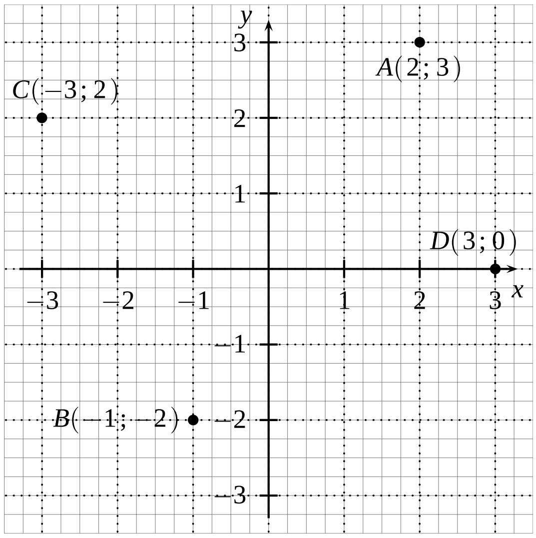
On appelle ces axes les **axes de coordonnées**.

Le point 0, intersection des deux axes, s'appelle l'**origine**.

3.1.1 LE REPÉRAGE D'UN POINT

Par rapport à ces deux axes, on peut indiquer la position d'un point à l'aide de deux nombres. Ces nombres s'appellent les **coordonnées** du point.

Par exemple, sur la figure ci-contre, les coordonnées du point A sont $(2;3)$ $A(2;3)$
les coordonnées du point B sont $(-1;-2)$
les coordonnées de l'origine sont $(0;0)$.
La première coordonnée d'un point s'appelle l'**abscisse** de ce point. On la repère sur l'axe horizontal.
La seconde coordonnée d'un point s'appelle l'**ordonnée** de ce point. On la repère sur l'axe vertical.
L'abscisse du point C est -3. Son ordonnée est 2.
Pour noter un point et ses coordonnées, on écrit $A(2;3)$, comme sur la figure.



3.2 UN EXEMPLE : UNE APPLICATION ET SA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Considérons l'application f définie dans $\mathbb{R}$ par la règle suivante :

« L'image d'un nombre s'obtient en multipliant ce nombre par 2,
puis en soustrayant 3 du produit. »

Autrement dit :

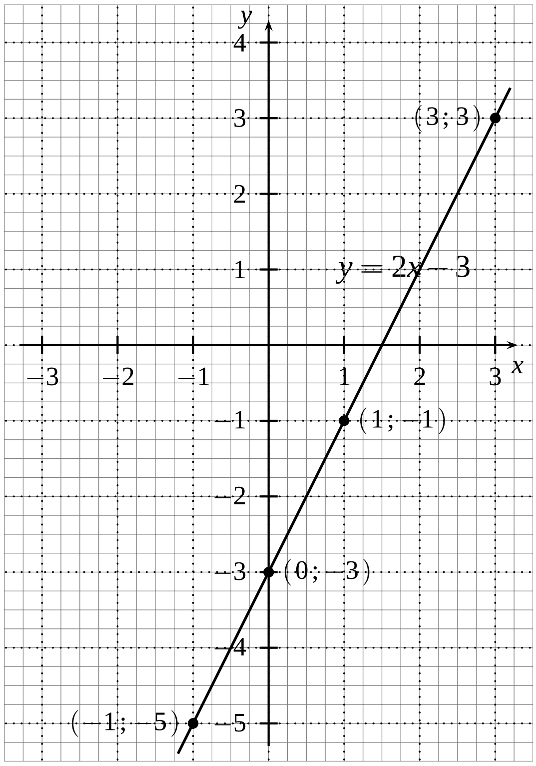
« L'image d'un nombre x est le nombre $2x-3$. »

Calculons quelques images et représentons graphiquement cette application :

Tableau des valeurs

x	$2x-3$	point $(x\,;2x-3)$
-1	$2\cdot(-1)-3=-5$	$(-1\,;-5)$
0	$2\cdot(0)-3=-3$	$(0\,;-3)$
$+1$	$2\cdot(+1)-3=-1$	$(1\,;-1)$
$+3$	$2\cdot(+3)-3=+3$	$(3\,;3)$

Représentation graphique



Remarques

1) L'écriture algébrique de la règle qui définit l'application f est :

$$f : x \longrightarrow 2x-3.$$

On peut aussi l'écrire sous la forme :

$$f(x) = 2x-3.$$

2) La représentation graphique de cette application est une **droite**.

3) La représentation graphique de l'application f passe par le point $(2\,;1)$, puisque $f(2)=1$.

4) Si la représentation graphique de l'application f passe par le point $(x\,;y)$, on doit avoir :

$$y = 2x-3.$$

La représentation graphique de f est donc l'ensemble des points $(x\,;y)$ tels que $y=2x-3$. C'est pourquoi on a mis l'indication « $y=2x-3$ » sur le graphique, à côté de la droite.

On dit : la représentation graphique de l'application

$$f(x) = 2x-3$$

est la droite d'équation

$$y = 2x-3.$$

5) Comme dans cet exemple, on emploiera le vocabulaire et les notations suivants :

<u>Tableau de notations utiles</u>

Soit f une application définie dans $\mathbb{R}$.

$f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$	l'ensemble de départ de f est $\mathbb{R}$ l'ensemble d'arrivée de f est $\mathbb{R}$
$f:x\longmapsto f(x)$	f applique x sur $f(x)$
$f(x)=y$	y est l'image de x par f

3.3 LA DROITE

3.3.1 L'ÉQUATION D'UNE DROITE

Comme dans l'exemple qu'on vient de traiter, la représentation graphique de l'application

$$f(x)=ax+b \qquad \text{(o } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres fixés)}$$

est une droite.

Cette droite est formée de tous les points $(x\,;y)$ tels que $y=ax+b$.

> On dit : la représentation graphique de l'application
>
> $$f(x)=ax+b$$
>
> est la droite d'équation
>
> $$y=ax+b.$$

Pour tracer une droite, il suffit d'en connaître deux points (un troisième point est souvent utile pour vérifier).

Exemples 1) $f(x)=-x+2$

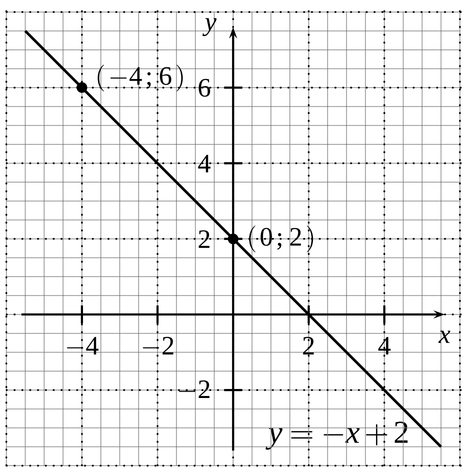
Calculons deux points :

$f(0)=2$ donc la droite passe par le point $(0\,;2)$

$f(-4)=6$ donc la droite passe par le point $(-4\,;6)$

L'équation de la droite est :

$$y=-x+2.$$



2) $g(x)=\dfrac{1}{2}x-4$

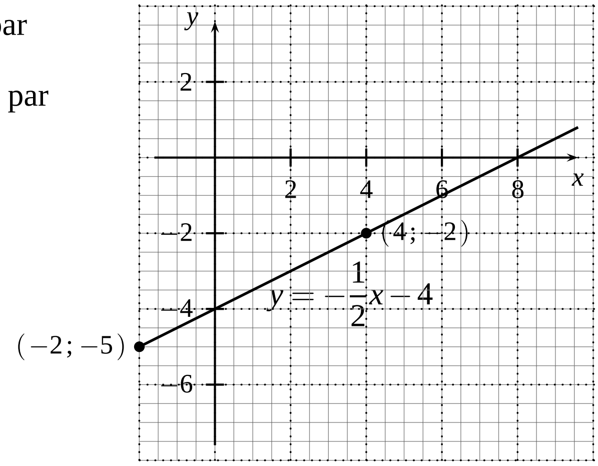
Calculons deux points :

$g(4) = -2$ donc la droite passe par le point $(4\,;-2)$

$g(-2) = -5$ donc la droite passe par le point $(-2\,;-5)$

L'équation de la droite est :

$$y = \frac{1}{2}x - 4.$$



3) $h(x) = 3$

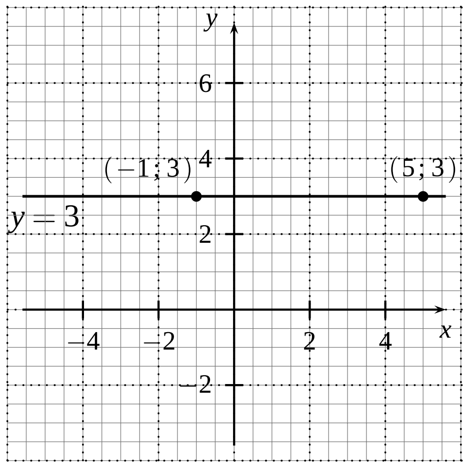
Calculons deux points :

$h(-1) = 3$ donc la droite passe par le point $(-1\,;3)$

$h(5) = 3$ donc la droite passe par le point $(5\,;3)$

L'équation de la droite est :

$$y = 3.$$

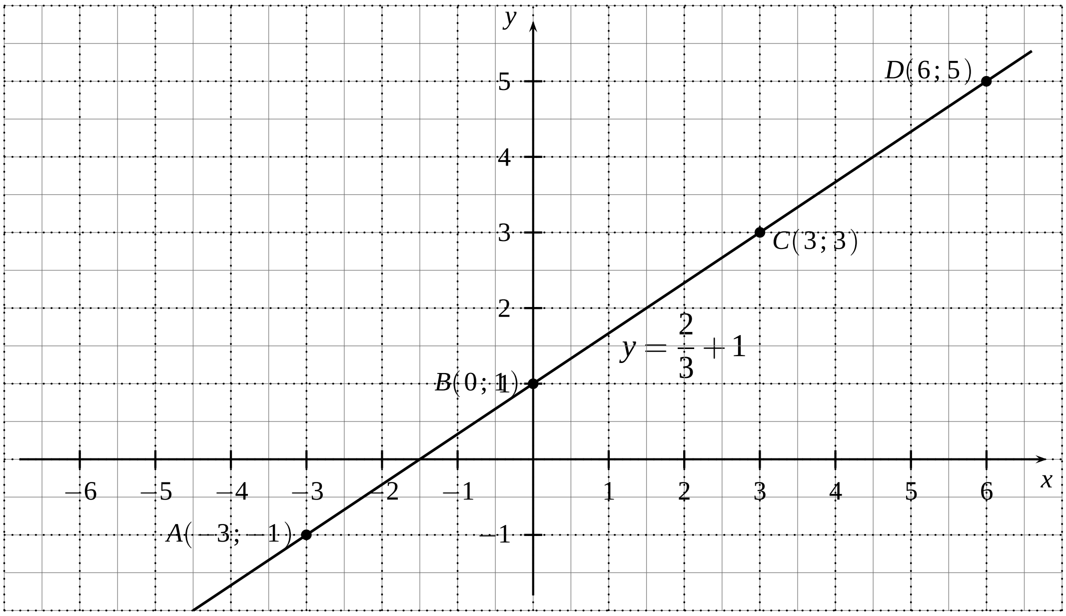


Exercices 299 à 309

3.3.2 LA PENTE D'UNE DROITE

Voici la représentation graphique de l'application $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$.

C'est une droite. L'équation de cette droite est $y = \frac{2}{3}x + 1$.



En regardant ce graphique, on peut dire que cette droite « monte depuis la gauche ».

En choisissant deux points quelconques sur la droite et en calculant le quotient

$$\frac{\text{distance verticale}}{\text{distance horizontale}}$$

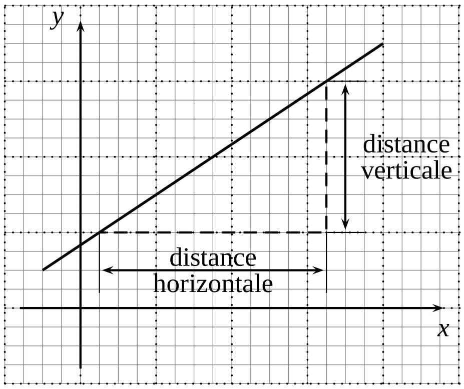
on constate qu'on obtient chaque fois le même résultat.

Par exemple (compter les carreaux !),

en prenant les points A et B, ce quotient est $\frac{2}{3}$,

en prenant les points B et D, ce quotient est $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$,

en prenant les points A et D, ce quotient est $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.



(Dans cet exemple, puisque la droite « monte depuis la gauche », la distance verticale est mesurée « vers le haut ».)

On observe que $\frac{2}{3}$ est aussi le cœfficient de la variable x dans l'équation de la droite :

$$y = \boxed{\frac{2}{3}} \cdot x + 1.$$

On dit : la **pente** de la droite $y = \frac{2}{3}x + 1$ est égale à $\frac{2}{3}$

$$y = \underbrace{\boxed{\frac{2}{3}}}_{\text{pente}} \cdot x + 1.$$

Dans cet exemple, le cœfficient de x dans l'équation de la droite est positif (c'est le nombre $\frac{2}{3}$).

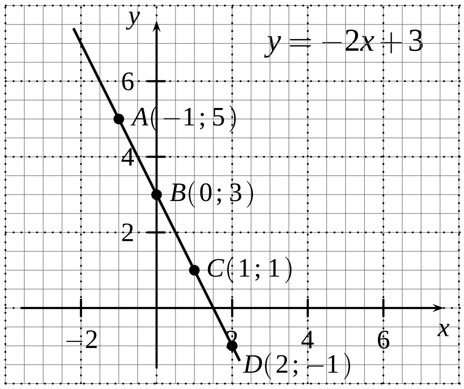
Prenons un autre exemple : la droite d'équation

$$y = -2x + 3.$$

Ici, le cœfficient de x est négatif (c'est le nombre -2).

Voici le graphique correspondant :

En regardant ce graphique, on peut dire que cette droite « descend depuis la gauche ».



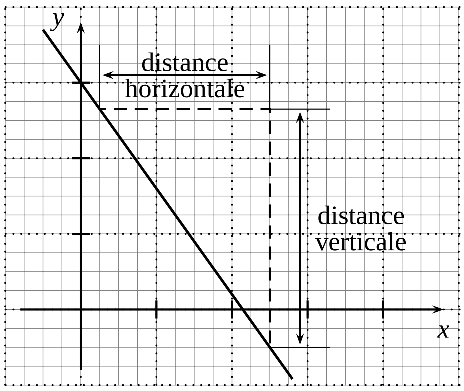
Calculons le quotient

$$\frac{\text{distance verticale}}{\text{distance horizontale}}$$

En prenant les points A et B,
on trouve $\dfrac{2}{1} = 2$,

en prenant les points B et D, on trouve $\dfrac{4}{2} = 2$,

en prenant les points A et D, on trouve $\dfrac{6}{3} = 2$.



(Dans cet exemple, puisque la droite « descend depuis la gauche », la distance verticale est mesurée « vers le bas ».)

On remarque que ce rapport 2 est l'opposé du coefficient de la variable x dans l'équation de la droite :

$$y = \boxed{-2} \cdot x + 3.$$

On dit : la **pente** de la droite d'équation $y = -2x + 3$ est égale à -2

$$y = \underbrace{\boxed{-2}}_{\text{pente}} \cdot x + 3.$$

.

Plus généralement, si a et b sont deux nombres fixés, on dit : la **pente** de la droite $y = ax+b$ est le cœfficient de la variable x

$$y = \underbrace{\boxed{a}}_{\text{pente}} \cdot x + b.$$

Si la pente est positive, la droite « monte depuis la gauche ».

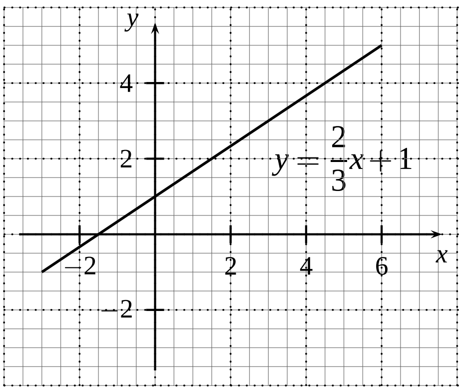
Si la pente est négative, la droite « descend depuis la gauche ».

Pour deux points quelconques de la droite, le quotient

$$\frac{\text{distance verticale}}{\text{distance horizontale}}$$

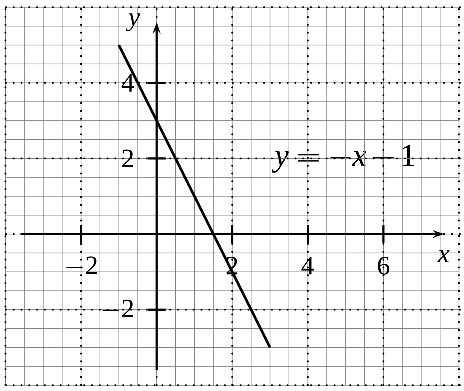
est égal à la **valeur absolue** de la pente.

Résumé : la pente d'une droite



$$y = \underbrace{\boxed{\frac{2}{3}}}_{\text{pente}} \cdot x + 1.$$

La pente est **positive** :
la droite « **monte** depuis la gauche ».



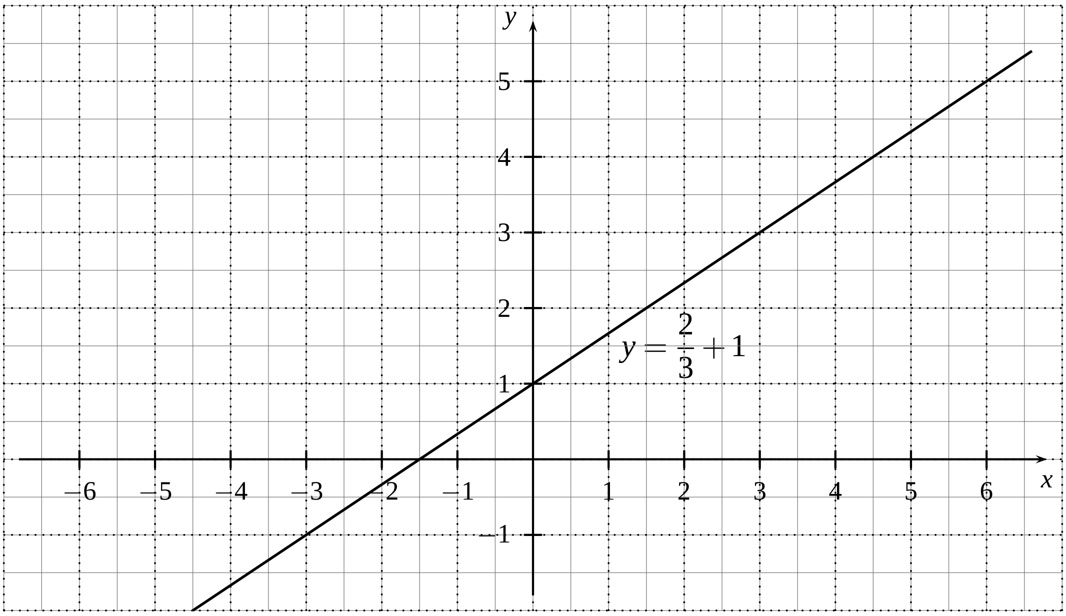
$$y = \underbrace{\boxed{-2}}_{\text{pente}} \cdot x + 3.$$

La pente est **négative** :
la droite « **descend** depuis la gauche ».

3.3.3 L'ORDONNÉE À L'ORIGINE

Reprenons notre exemple :

$$y = \frac{2}{3}x + 1.$$



Si $x = 0$, alors $y = \frac{2}{3} \cdot 0 + 1 = 1$.

On dit que 1 est l'**ordonnée à l'origine** (de la droite) :

$$y = \frac{2}{3} \cdot x + \boxed{1}.$$

ordonnée à l'origine

La droite d'équation $y = \frac{2}{3}x + 1$ coupe l'axe vertical au point de coordonnées $(0;1)$.

D'une manière générale, dans l'équation d'une droite :

$$y = \boxed{a} \cdot x + \boxed{b}.$$

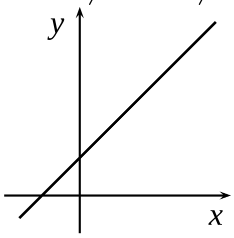
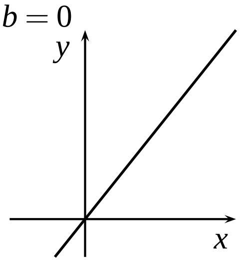
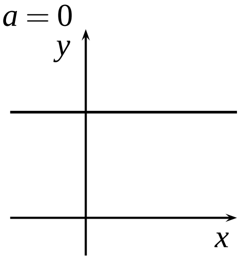
pente ordonnée à l'origine

La droite d'équation $y = ax + b$ coupe l'axe vertical au point de coordonnées $(0;b)$.

Exercices 310 à 314

3.4 LES APPLICATIONS AFFINES

Une application de la forme $f : x \longmapsto ax + b$ (où a et b sont deux nombres fixés) s'appelle une **application affine**. Sa représentation graphique est la droite d'équation $y = ax + b$.

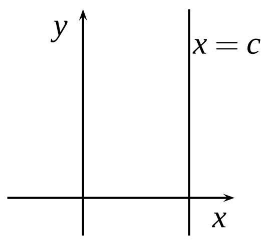
représentation graphique	**équation de la droite**	**remarques**
de l'application **affine** $f : x \longmapsto ax+b$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$ 	$y = ax+b$ $(a \neq 0 \quad \text{et} \quad b \neq 0)$	La droite ne passe pas par l'origine, et coupe les deux axes.
de l'application **linéaire** $f : x \longmapsto ax$ $b = 0$ 	$y = ax$ $(b = 0)$	(Une application linéaire est une application affine particulière : $b = 0$). La droite passe par l'origine.
de l'application **constante** $f : x \longmapsto b$ $a = 0$ 	$y = b$ $(a = 0)$	(Une application constante est une application affine particulière : a = 0). La droite est horizontale.

Remarque

L'équation d'une droite verticale est

$$x = c.$$

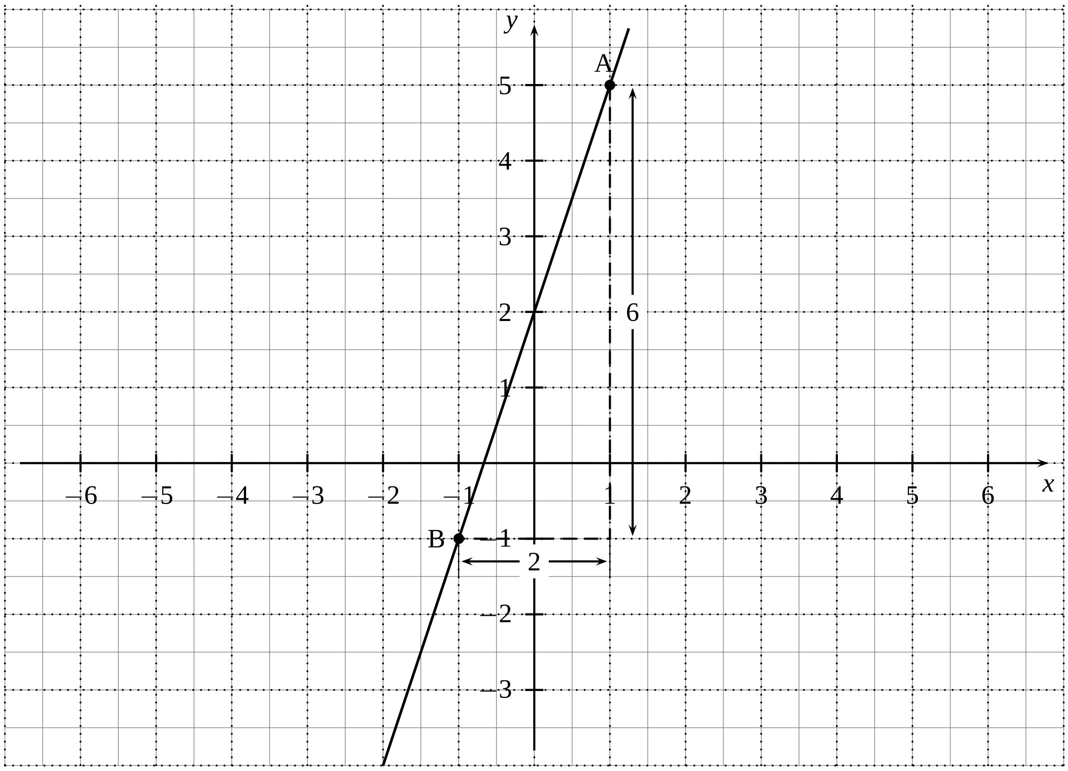
Une telle droite *n'est pas* la représentation graphique d'une application.



3.5 EXERCICES RÉSOLUS

Exercice 1 Déterminer à l'aide d'un graphique l'équation de la droite qui passe par les points $A(1\,;5)$ et $B(-1\,;-1)$.

Solution Traçons la droite qui passe par ces deux points :



L'équation d'une droite est de la forme : $y = ax + b$.

Il faut déterminer les valeurs de l'ordonnée à l'origine b et de la pente a.

On lit sur le graphique que l'ordonnée à l'origine est $+2$.

L'équation qu'on cherche est donc de la forme : $y = ax + 2$.

Il faut encore déterminer a.

Considérons pour cela les points A et B et calculons la pente :

$$\left.\begin{array}{l}\text{distance verticale : } 6\\ \text{distance horizontale : } 2\end{array}\right\}\text{la pente est } \frac{6}{2} = 3.$$

(La pente est positive car la droite « monte depuis la gauche ».)

L'équation de cette droite est donc : $y = 3x + 2$.

Exercice 2 Déterminer à l'aide d'un graphique l'équation de la droite de pente $-\frac{2}{3}$, qui passe par le point $C(3\,;1)$.

Solution L'équation qu'on cherche est de la forme : $y = ax + b$.

La pente est donnée : $a = -\frac{2}{3}$.

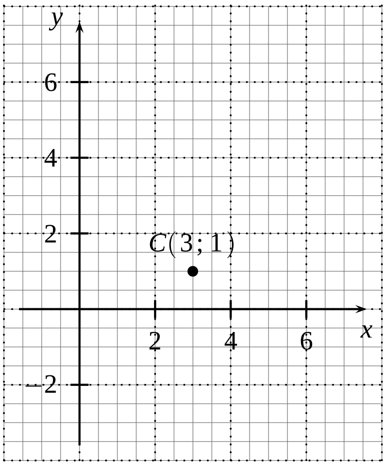
L'équation est donc de la forme : $y = -\frac{2}{3}x + b$.

Il faut encore déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine b.

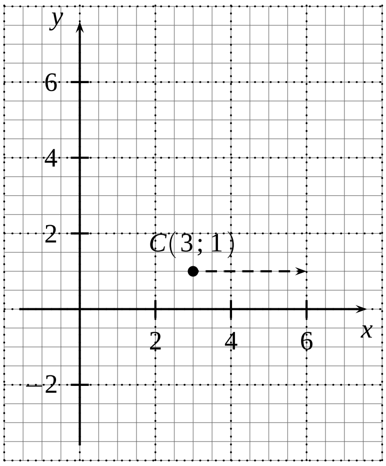
Traçons la droite passant par C et de pente $-\dfrac{2}{3}$ (c'est-à-dire $\dfrac{-2}{+3}$).

Puisque la pente est négative, on sait que la droite « descend depuis la gauche ».

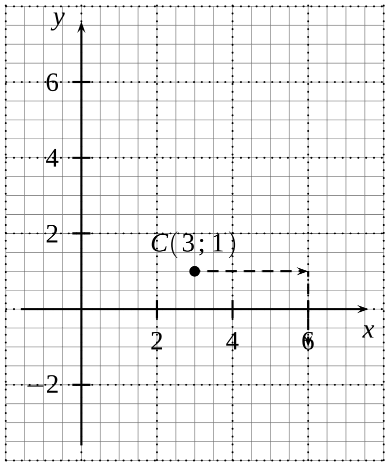
La distance verticale est donc mesurée vers le bas.



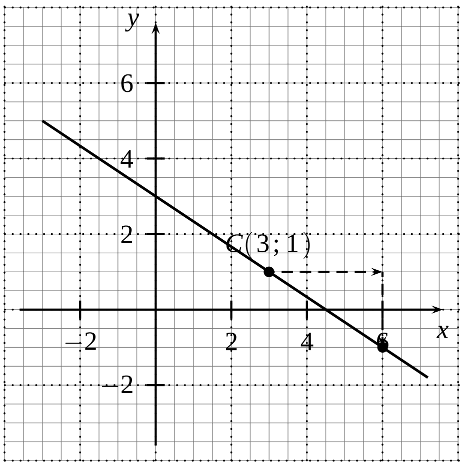
plaçons le point C



distance horizontale $+3$



distance verticale -2



distance verticale -2

On voit sur le graphique que l'ordonnée à l'origine est $+3$.

L'équation cherchée est donc : $y = -\dfrac{2}{3}x + 3$.

Exercices 315 à 330

Exercices écrits

Dans les exercices 299 à 304, on considère des applications définies dans $\mathbb{R}$. On demande chaque fois de les représenter graphiquement en utilisant le même système d'axes.

∇∇∇ EXERCICE 299

1) $f(x) = 2x$
3) $g(x) = 2x - 1$
3) $h(x) = 2x + 2$
4) $i(x) = 2x - 4$

∇∇∇ EXERCICE 300

1) $f : x \longmapsto \frac{1}{2}x + 1$
3) $g : x \longmapsto \frac{1}{2}x - 1$
3) $h : x \longmapsto \frac{1}{2}x$
4) $i : x \longmapsto 2 + \frac{1}{2}x$

∇∇∇ EXERCICE 301

1) $f(x) = -\frac{1}{3}x$
3) $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$
3) $h(x) = 1 - \frac{1}{3}x$
4) $i(x) = -\frac{1}{3}x - 2$

∇∇∇ EXERCICE 302

1) $f : x \longmapsto \frac{3}{2}x + 1$
3) $g : x \longmapsto \frac{3}{2}x$
3) $h : x \longmapsto 1$
4) $i : x \longmapsto \frac{3}{2}x - 2$

∇∇∇ EXERCICE 303

1) $f(x) = \frac{1}{3}x$
3) $g(x) = -3x$
3) $h(x) = 3$
4) $i(x) = -0{,}5x + 5$

∇∇∇ EXERCICE 304

1) $f : x \longmapsto -1 + \frac{3}{4}x$
3) $g : x \longmapsto \frac{4}{3}x$
3) $h : x \longmapsto -4$
4) $i : x \longmapsto -4x$

∇∇∇ EXERCICE 305

Représenter graphiquement l'application f définie dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$.

∇∇∇ EXERCICE 306

Représenter graphiquement la droite d'équation $y = -x$.

∇∇∇ EXERCICE 307

On considère la droite d'équation $y = 3x - 1$. Par lesquels des points suivants cette droite passe-t-elle ?

1) $A(1\,;2)$
2) $B(\frac{1}{3}\,;0)$
3) $C(\frac{1}{3}\,;1)$
4) $D(0\,;1)$
5) $E(0\,;-1)$
6) $F(0{,}5\,;2)$.

∇∇∇ EXERCICE 308

On considère les applications suivantes, toutes définies dans $\mathbb{R}$:

1) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
3) $g(x) = 3x - 3$
3) $h(x) = x^3 + 2$
4) $k(x) = |x|$.

1) Trouver parmi ces applications celles dont la représentation graphique passe par le point $P(-1\,;1)$.
2) Même question avec $R(-1\,;0)$, puis $S(1\,;0)$.

∇∇∇ EXERCICE 309

Représenter graphiquement les applications suivantes :

1) f, définie sur $\mathbb{N}$ par $f(x) = x + 1$
2) g, définie sur $\mathbb{Z}$ par $g(x) = x + 1$
3) h, définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x + 1$.

∇∇∇ EXERCICE 310

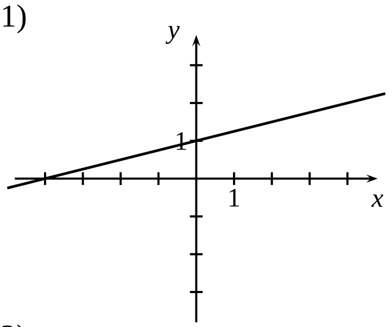
Tracer dans un même système d'axes les huit droites dont les équations sont données ci-dessous. Certaines sont parallèles; lesquelles ?

1) $y = -\frac{1}{2}x + 1$
2) $y = 0{,}5x - 1$
3) $y = -\frac{2}{3}x - 4$
4) $y = \frac{3}{2}x - 4$
5) $y = 2 - \frac{2}{3}x$
6) $y = 2x - 1$
7) $y = -\frac{2}{3}$
8) $y = -\frac{2}{3}x$

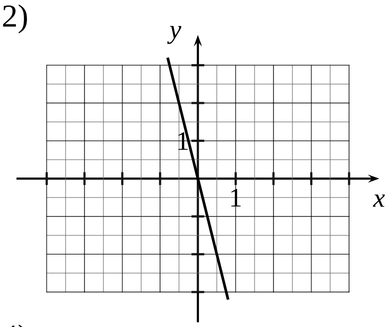
∇∇∇ **EXERCICE 311**

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites ci-dessous :

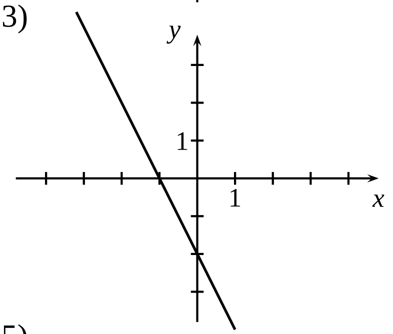
1)



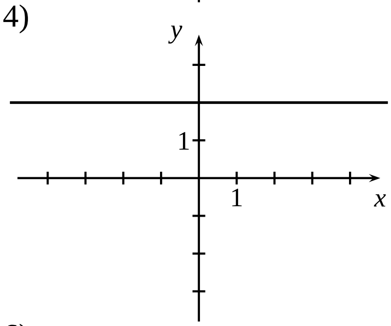
2)



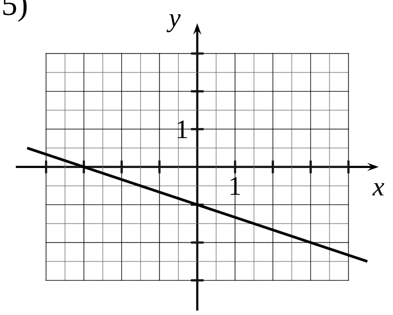
3)



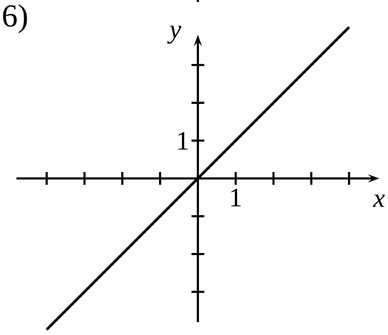
4)



5)

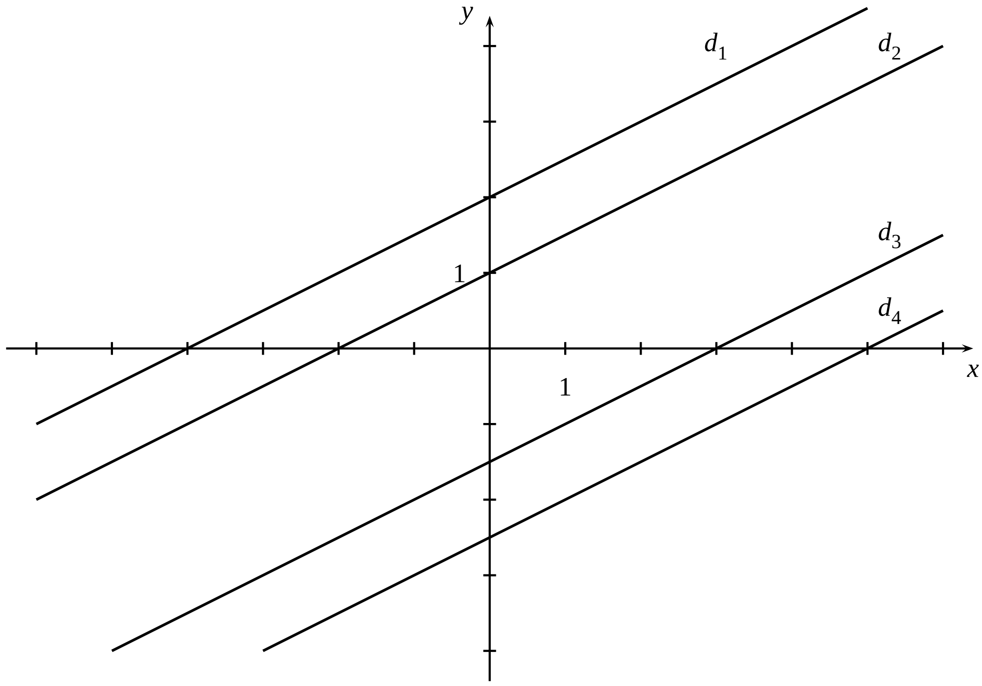


6)



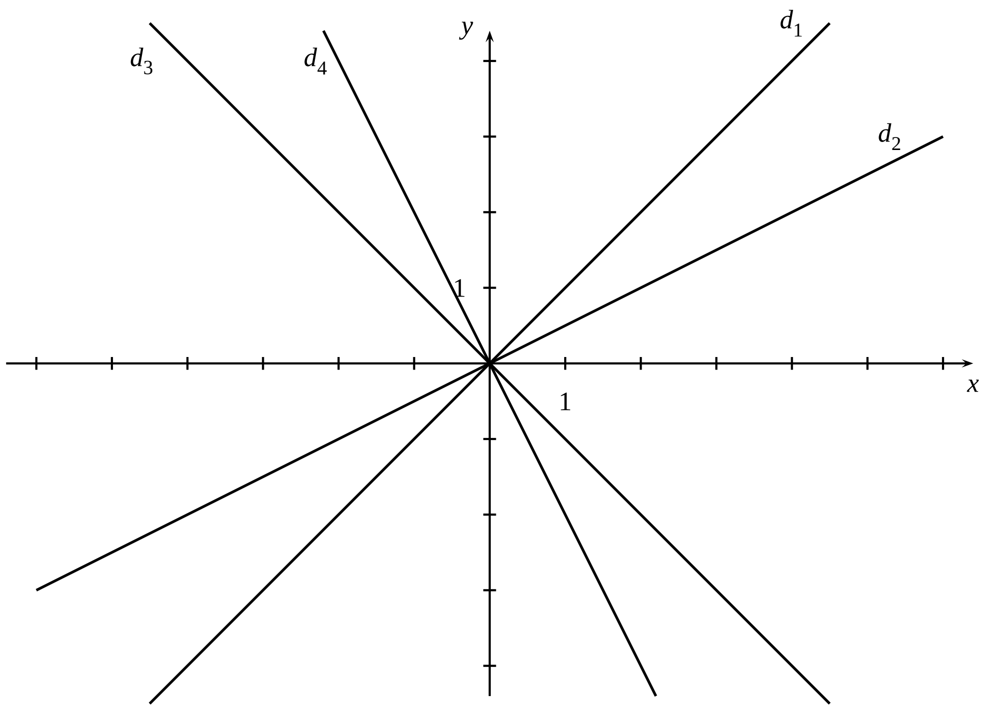
∇∇∇ EXERCICE 312

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites ci-dessous :



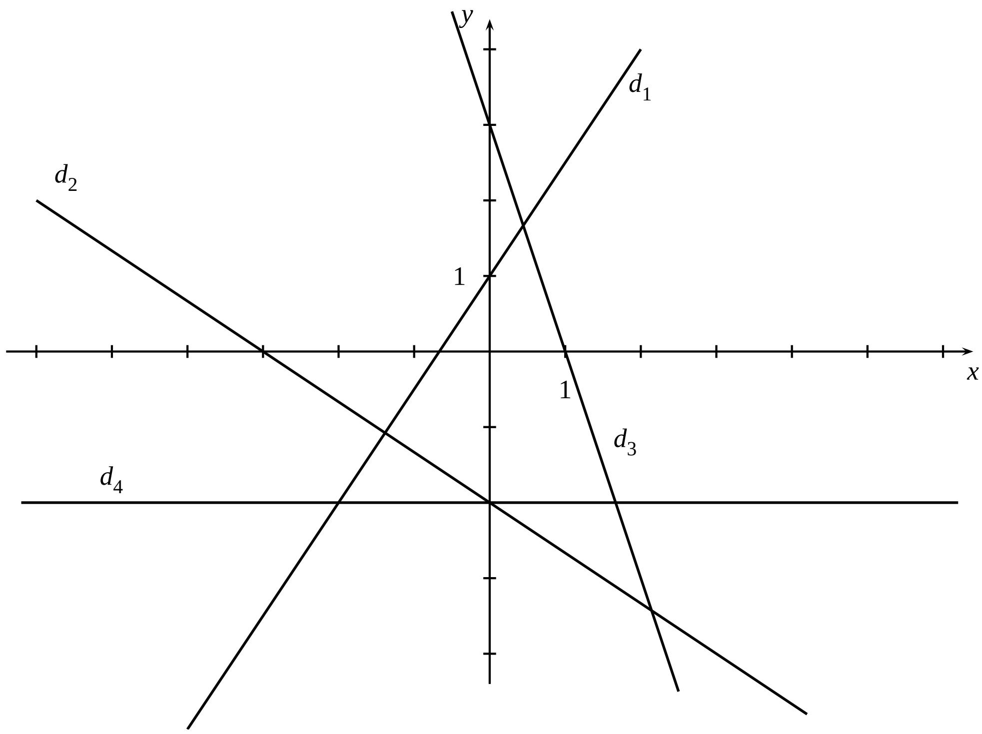
∇∇∇ EXERCICE 313

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites ci-dessous :



∇∇∇ EXERCICE 314

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites ci-dessous :



∇∇∇ EXERCICE 315

À l'aide d'un graphique, trouver l'équation de la droite qui passe par les points $A(-4;+4)$ et $B(+6;-1)$.

∇∇∇ EXERCICE 316

À l'aide d'un graphique, trouver l'équation de la droite dont la pente est $-\dfrac{1}{4}$ et qui passe par le point $A(4;-2)$.

∇∇∇ EXERCICE 317

À l'aide d'un graphique, trouver l'équation de la droite dont la pente est -2 et qui passe par le point $A(+\dfrac{1}{2};0)$.

∇∇∇ EXERCICE 318

Tracer une droite sachant que sa pente est $\dfrac{2}{3}$ et que son ordonnée à l'origine est -3.

∇∇∇ EXERCICE 319

Tracer, dans un même système d'axes :

- une droite d_1, de pente $-\dfrac{1}{2}$, passant par le point $A(-3;0)$,
- une droite d_2, parallèle à d_1 et dont l'ordonnée à l'origine est $+1$,
- une droite d_3, perpendiculaire à d_2 et qui a la même ordonnée à l'origine que d_2.

Donner l'équation de chacune de ces trois droites.

∇∇∇ EXERCICE 320

Tracer dans un même système d'axes :

- la droite d_1 qui passe par les points $A(0;0)$ et $B(-2;4)$,
- la droite d_2, parallèle à d_1 et passant par le point $C(0;+4)$.

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de d_1 et de d_2.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 321**
Tracer dans un même système d'axes :

- la droite d_1 d'équation $y = 2x - 1$,
- la droite d_2, parallèle à d_1 et passant par le point $A(2;5)$,
- la droite d_3, perpendiculaire à d_1 et dont l'ordonnée à l'origine est -1.

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de d_2 et de d_3.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 322**
Tracer dans un même système d'axes :

- la droite d_1 qui passe par les points $A(0;2)$ et $B(2;0)$,
- la droite d_2 qui passe par les points B et $C(0;-2)$.

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de d_1 et de d_2.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 323**
Représenter dans un même système d'axes :

- la droite d_1 qui passe par les points $A(0;-4)$ et $B(3;0)$,
- la droite d_2 qui passe par le point $C(0;5)$ et dont la pente est $-\dfrac{5}{3}$.

1) Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de d_1 et de d_2.

2) Calculer l'aire du triangle ABC.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 324**
Représenter dans un même système d'axes :

- la droite d_1 qui passe par les points $A(-3;2)$ et $B(1;0)$,
- la droite d_2, perpendiculaire à d_1 et dont l'ordonnée à l'origine est -2,
- le point $C(-1;-4)$.

1) Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites d_1 et d_2.

2) Calculer l'aire du triangle ABC.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 325**
Tracer dans un même système d'axes :

- la droite d_1 passant par le point $A(3;0)$, et de pente $-\dfrac{1}{4}$,
- la droite d_2, parallèle à d_1 et passant par le point $B(4;-2)$,
- la droite d_3, qui passe par les points $C(0;3)$ et $D(8;-5)$.

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites d_1, d_2 et d_3.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 326**

Tracer dans un même système d'axes les droites d_1, d_2 et d_3, sachant que :

- d_1 et d_2 passent par le point $(1;3)$,
- d_1 et d_3 passent par le point $(0;0)$,
- d_2 et d_3 passent par le point $(3;2)$.

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des trois droites.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 327**

1) Tracer dans un même système d'axes les droites d_1, d_2 et d_3, sachant que :
   - d_1 et d_2 passent par le point $(1;3)$,
   - d_1 et d_2 passent par le point $(1;3)$,
   - d_2 et d_3 passent par le point $(4;0)$.
2) Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des trois droites.
3) Calculer l'aire du polygone formé par ces trois droites.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 328**

Tracer dans un même système d'axes :

- la droite d_1 qui passe par l'origine et par le point $A(-1;4)$,
- la droite d_2 qui passe par les points $B(-4;4)$ et $C(1000;4)$.

Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune de ces deux droites.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 329**

Placer dans un même système d'axes les points $A(3;10)$ et $B(9;2)$.

1) Trouver graphiquement les coordonnées du sommet C du triangle isocèle ABC ($AC = BC$), sachant que le point C est sur l'axe des abscisses.
2) Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de la droite AC.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 330**

Placer dans un même système d'axes les points $A(-6;2)$, $B(2;8)$, $C(5;5)$ et $D(7;-3)$.

1) Construire le milieu M du segment AB et le milieu N du segment CD.
2) Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de la droite MN.

Exercices de développement

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 331**

Placer les points $A(4;2)$ et $B(12;4)$ dans un même système d'axes.

1) Tracer la droite d d'équation $y=\frac{4}{3}x+3$.

2) Trouver graphiquement les coordonnées du sommet C du triangle isocèle ABC ($AC=BC$), sachant que le point C est sur la droite d.

3) Déterminer la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de la droite AB.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 332**

Placer les points $A(-1;6)$ et $B(8;3)$ dans un même système d'axes.

1) Dessiner le rectangle $ABCD$, sachant que le point C est sur l'axe des abscisses.

2) Effectuer les mesures nécessaires et calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

3) Donner la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de la droite BD.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 333**

Placer dans un même système d'axes les points $A(2;2)$, $B(8;0)$ et $C(12;3)$. -Déterminer graphiquement les coordonnées du sommet D du parallélogramme $ABCD$. -Effectuer les mesures nécessaires et calculer l'aire de ce parallélogramme.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 334**

Placer dans un même système d'axes les points $A(-4;3)$, $B(4;-5)$ et $C(6;3)$.

1) Déterminer graphiquement les coordonnées du sommet D du trapèze $ABCD$, rectangle en A.

2) Effectuer les mesures nécessaires et calculer l'aire du trapèze $ABCD$.

3) Déterminer la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des quatre droites formant ce trapèze.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 335**

Placer dans un même système d'axes les points $A(10;4)$ et $B(0;10)$.

1) Tracer la droite d d'équation $y=\frac{1}{3}x+6$.

2) Déterminer graphiquement les coordonnées des sommets C et D du rectangle ABCD, sachant que C est sur la droite d.

3) Effectuer les mesures nécessaires et calculer l'aire du rectangle ABCD.

4) Déterminer la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de la droite AB.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 336**

Représenter dans un même système d'axes les droites dont voici les équations :

- $y=\frac{1}{2}x+4$,

- $y = -x + 7$,
- $y = 2x - 11$.

Déterminer graphiquement les coordonnées des sommets du triangle formé par ces trois droites. Calculer l'aire de ce triangle.

∇∇∇ EXERCICE 337
Placer les points $A(2\,;3)$ et $B(11\,;3)$ dans un même système d'axes.

1) Tracer la droite d d'équation $y = 9$.
2) Déterminer graphiquement les coordonnées du sommet C du triangle ABC, rectangle en A, sachant que C est sur la droite d.
3) Effectuer les mesures nécessaires et calculer l'aire du triangle ABC.
4) Déterminer la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de la droite AC.

∇∇∇ EXERCICE 338
Placer dans un même système d'axes les points $A(-2\,;2)$, $B(8\,;-2)$ et $C(12\,;6)$.

1) Calculer l'aire du triangle ABC.
2) On appelle M le point d'intersection des médiane du triangle ABC. Déterminer les coordonnées de M.
3) Déterminer la pente, l'ordonnée à l'origine et l'équation de chacune des droites AM, BM et CM.

∇∇∇ EXERCICE 339
Placer les points $A(1\,;-2)$, $B(9\,;2)$ et $C(4\,;7)$ dans un même système d'axes. Déterminer graphiquement les coordonnées de l'orthocentre du triangle ABC.

∇∇∇ EXERCICE 340
Les applications f et g suivantes sont définies dans $\mathbb{R}$:

$$f : x \longmapsto x^2 \qquad g : x \longmapsto -x^2.$$

Représentez-les graphiquement pour $-3 \leq x \leq 3$.

∇∇∇ EXERCICE 341
Les applications f et g suivantes sont définies dans $\mathbb{R}$:

$$f(x) = x^2 + 1 \qquad g(x) = -x^2 - 1.$$

Représentez-les graphiquement pour $-3 \leq x \leq 3$.

∇∇∇ EXERCICE 342
L'application suivante est définie dans $\mathbb{R}$: $f : x \longmapsto x^2 - 2x + 3$.
Représentez-la graphiquement pour $-2 \leq x \leq 4$.

∇∇∇ EXERCICE 343
L'application suivante est définie dans $\mathbb{R}$: $g : x \longmapsto -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.
Donnez la représentation graphique de g pour $-2 \leq x \leq 6$.

∇∇∇ EXERCICE 344
L'application suivante est définie dans $\mathbb{R}$: $h(x) = -2x^2 + 4x - \frac{1}{2}$. Donnez la représentation graphique de h pour $-1 \leq x \leq 3$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 345**

Représenter graphiquement l'application f, définie pour $-2 \leq x \leq 2$ par $f(x) = -x^3$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 346**

Représenter graphiquement l'application g, définie pour $-2 \leq x \leq 2$ par $g(x) = \frac{1}{2}x^3 + 1$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 347**

Représenter l'application $f : x \longmapsto \frac{1}{x}$ de $\mathbb{R}^*$ dans $\mathbb{R}$ sur papier millimétré. Prendre 2 cm comme unité sur les axes.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 348**

L'aire d'un rectangle est de 12 m^2 . On désigne l'une de ses dimensions par x, l'autre par y.

- Exprimer y en fonction de x.
- Représenter graphiquement y en fonction de x.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 349**

Un rectangle a un périmètre de 16 cm. On désigne une de ses dimensions par x.

- Exprimer l'aire de ce rectangle en fonction de x .
- Représenter graphiquement cette aire en fonction de x .

Chapitre 4

Les équations

Théorie

4.1 INTRODUCTION

Considérons l'égalité

$$\boxed{2x-\frac{1}{2}\cdot(1-x)=x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)}$$

Pour quelles valeurs de x cette égalité est-elle vérifiée ?

C'est le genre de problème que nous allons résoudre dans ce chapitre.

4.2 LES ÉQUATIONS

L'égalité $boxed2x-\frac{1}{2}\cdot(1-x)=x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ est une équation.

Une équation est une égalité qui n'est vérifiée qu'en donnant certaines valeurs aux lettres qu'elle contient.

Une équation est composée :

- d'une ou de plusieurs variables (désignées par des lettres), qu'on appelle les **inconnues**;
- d'un signe d'égalité;
- d'un membre de gauche et d'un membre de droite.

$$\boxed{\text{inconnue}}$$

$$\underbrace{2x-\frac{1}{2}\cdot(1-x)}_{\boxed{\text{membre de gauche}}} \underset{\boxed{\text{signe d'égalité}}}{=} \underbrace{x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)}_{\boxed{\text{membre de droite}}}$$

4.3 LES SOLUTIONS D’UNE ÉQUATION

Résoudre une équation, c’est trouver toutes les valeurs de l’inconnue pour lesquelles l’égalité est vérifiée.

Ces valeurs sont appelées les **solutions** de l’équation.

On désignera par S l’ensemble des solutions de l’équation.

Exemple Soit l’équation $x^2+2=3x$.

Si $x=0$	$0^2+2\neq 3\cdot 0$	0 n’est pas solution de cette équation ;
	$2\neq 0$	on écrit : $0\notin S$.
Si $x=1$	$1^2+2=3\cdot 1$	1 est solution de cette équation ;
	$3=3$	on écrit : $1\in S$.
Si $x=2$	$2^2+2=3\cdot 2$	2 est solution de cette équation ;
	$6=6$	on écrit : $2\in S$.
Si $x=3$	$3^2+2\neq 3\cdot 3$	3 n’est pas solution de cette équation ;
	$11\neq 9$	on écrit : $3\notin S$.

On peut montrer que 1 et 2 sont les seules solutions de cette équation.

On peut donc écrire

$$S=\{1;2\}.$$

Exercices 350 à 359

4.4 L'ÉQUATION DU 1er DEGRÉ À UNE INCONNUE

4.4.1 DEUX PROPRIÉTÉS DES ÉQUATIONS

Pour trouver les solutions d'une équation, on peut appliquer les deux propriétés suivantes:

Première propriété Si on ajoute (ou si on retranche) un même nombre à chaque membre d'une équation, on obtient une équation qui a les mêmes solutions que l'équation dont on est parti.

Seconde propriété Si on multiplie (ou si on divise) chaque membre d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une équation qui a les mêmes solutions que l'équation dont on est parti.

4.4.2 ÉQUATIONS ÉQUIVALENTES

On dit que deux équations sont **équivalentes** si elles admettent le même ensemble de solutions.

Les deux propriétés ci-dessus permettent de transformer une équation en une autre qui lui est équivalente.

Exemples

1) Les équations

   1 $\boxed{x+5=7}$ $S_1=\{2\}$ et 2 $\boxed{x+8=10}$ $S_2=\{2\}$ sont équivalentes.

   On obtient 2 à partir de 1 en appliquant la première propriété :

   si $x+5=7$ alors $x+5+3=7+3$.

2) Les équations

   1 $\boxed{x+5=7}$ $S_1=\{2\}$ et 2 $\boxed{2x+10=14}$ $S_2=\{2\}$ sont équivalentes.

   On obtient 2 à partir de 1 en appliquant la seconde propriété :

   si $x+5=7$ alors $2\cdot(x+5)=2\cdot 7$.

Exercices 360 à 364

4.4.3 LA RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU 1er DEGRÉ

Pour résoudre une équation du 1er degré, on utilise les propriétés des équations afin d'obtenir des équations équivalentes de plus en plus simples.

Exemple 1 Résoudre l'équation

$$4\cdot(x-1)=3x-(x-6).$$

Marche à suivre :

1re étape :	Développer le membre de gauche et le membre de droite, puis réduire les termes semblables dans chaque membre.

	$4 \cdot (x-1) = 3x - (x-6)$
Développons chaque membre :	$4x - 4 = 3x - x + 6$
Réduisons dans chaque membre :	$4x - 4 = 2x + 6$

2e étape :	En utilisant les propriétés des équations, regrouper tous les termes contenant l'inconnue dans un membre, toutes les constantes dans l'autre membre.

	$4x - 4 = 2x + 6$
Regroupons toutes les constantes	$4x - 4 + 4 = 2x + 6 + 4$
dans le membre de droite :	$4x = 2x + 10$
Regroupons tous les termes contenant	$4x - 2x = 2x + 10 - 2x$
l'inconnue dans le membre de gauche :	$2x = 10$
Divisons chaque membre par 2 :	$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$
C'est l'équation équivalente la plus simple.	$x = 5$
Elle livre la solution : la solution est 5.	

3e étape :	Écrire l'ensemble des solutions de l'équation.

On écrit : $S = \{5\}$.

4e étape :	Vérifier la (ou les) solutions à partir de l'énoncé.

En remplaçant x par 5 dans le membre de gauche, on trouve $4 \cdot (5-1)$, et

$$4 \cdot (5-1) = 16.$$

En remplaçant x par 5 dans le membre de droite, on trouve $3 \cdot 5 - (5-6)$, et

$$3 \cdot 5 - (5-6) = 16.$$

Les deux membres sont égaux quand on remplace x par 5.

Donc 5 est bien solution de l'équation.

Exemple 2 Résoudre l'équation

$$\frac{2x+1}{3}+\frac{x+3}{2}=x-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-3}{2}\right)+1$$

Marche à suivre :

1$^{\text{re}}$ étape :	Développer $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-3}{2}\right)$.

$$\frac{2x+1}{3}+\frac{x+3}{2}=x-\frac{x-3}{4}+1$$

2$^{\text{e}}$ étape :	Mettre au même dénominateur.

$$\begin{aligned}\frac{8x+4+6x+18}{12}&=\frac{12x-3x+9+12}{12}\\ \frac{14x+22}{12}&=\frac{9x+21}{12}\end{aligned}$$

3$^{\text{e}}$ étape :	Multiplier chaque membre par le dénominateur commun.

$$\begin{aligned}12\cdot\frac{14x+22}{12}&=12\cdot\frac{9x+21}{12}\\ 14x+22&=9x+21\end{aligned}$$

Pour la suite, on procède comme dans l'exemple 1.

$$\begin{aligned}14x+22&=9x+21\\ 14x+22-22&=9x+21-22\\ 14x&=9x-1\\ 14x-9x&=9x-1-9x\\ 5x&=-1\\ \frac{5x}{5}&=\frac{-1}{5}\\ x&=-\frac{1}{5}\\ \text{donc}\quad S&=\{-\frac{1}{5}\}\end{aligned}$$

On fera la vérification à partir de l'énoncé.

Exercices 365 à 383

4.4.4 DEUX ÉQUATIONS PARTICULIÈRES DU 1er DEGRÉ

Exemple 1 Résoudre l'équation

$$3 \cdot (2x-3) - 6 = 2 \cdot (3x-1).$$

En résolvant comme dans les exemples précédents, on trouve :

$$\begin{aligned} 6x-9-6 &= 6x-2 \\ 6x-15 &= 6x-2 \\ 6x-6x &= -2+15 \\ 0 \cdot x &= 13 \end{aligned}$$

Or

$$\boxed{0 \cdot x = 0, \text{ quelle que soit la valeur qu'on donne à } x.}$$

Donc, si cette équation avait une solution, on aurait : $0 = 13$, ce qui est faux.

On écrira : cette équation n'a pas de solution.

Pour l'ensemble des solutions, on écrira : $S = \emptyset$ (ce qui se lit: l'ensemble des solutions est vide).

Exemple 2 Résoudre l'équation

$$5 - 2 \cdot (3x-1) = 3 \cdot (1-2x) + 4.$$

En résolvant comme dans les exemples précédents, on trouve:

$$\begin{aligned} 5-6x+2 &= 3-6x+4 \\ -6x+7 &= -6x+7 \\ -6x+6x &= 7-7 \\ 0 \cdot x &= 0 \end{aligned}$$

Or

$$\boxed{0 \cdot x = 0, \text{ quelle que soit la valeur qu'on donne à } x.}$$

On peut donc écrire: cette équation est vérifiée par n'importe quel nombre x.

Pour l'ensemble des solutions, on écrira: S = $\mathbb{R}$.

4.4.5 ÉQUATIONS PARTICULIÈRES DE DEGRÉ SUPÉRIEUR À 1

Exemple Résoudre l'équation

$$(2x-1) \cdot (\frac{1}{2}x+1) \cdot 3x = 0.$$

Pour résoudre cette équation, on emploie la propriété suivante :

$$\boxed{\text{Si un produit est égal à 0, un de ses facteurs doit être égal à 0.}}$$

Donc, pour que $(2x-1)\cdot(\frac{1}{2}x+1)\cdot 3x=0$, il faut que

$$2x-1=0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}x+1=0 \qquad \text{ou} \qquad 3x=0$$

c'est-à-dire que

$$2x=1 \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}x=-1 \qquad \text{ou} \qquad 3x=0$$

donc que

$$x=\frac{1}{2} \qquad \text{ou} \qquad x=-2 \qquad \text{ou} \qquad x=0$$

L'ensemble des solutions de cete équation est donc $S=\left\{4\,;\,-2\,;\,0\,;\,\frac{1}{2}\right\}$.

Certaines équations de degré supérieur à 1 peuvent être résolues de la manière suivante:

1) Récrire l'équation de telle sorte qu'un des membres soit 0.

2) Écrire l'autre membre sous la forme d'un produit de facteurs de degré 1.

3) Continuer comme dans l'exemple précédent.

Exemple 1 Résoudre l'équation $x^2=16$

$$\begin{aligned} x^2&=16\\ x^2-16&=0\\ (x-4)\cdot(x+4)&=0 \end{aligned}$$

Pour que $(x-4)\cdot(x+4)=0$, il faut que

$$x-4=0 \qquad \text{ou} \qquad x+4=0$$

c'est-à-dire que

$$x=4 \qquad \text{ou} \qquad x=-4.$$

L'ensemble des solutions est donc $S=\{-4;4\}$.

Exemple 2 Résoudre l'équation $x^2=6-x$

$$\begin{aligned} x^2&=6-x\\ x^2+x-6&=0\\ (x+3)\cdot(x-2)&=0 \end{aligned}$$

Pour que $(x+3)\cdot(x-2)=0$, il faut que

$$x+3=0 \qquad \text{ou} \qquad x-2=0$$

c'est-à-dire que

$$x=-3 \qquad \text{ou} \qquad x=2.$$

L'ensemble des solutions est donc $S=\{-3;2\}$.

Exercices 384 à 394

4.5 LA MISE EN ÉQUATION D'UN PROBLÈME

Pour résoudre un problème, il faut:

1) Lire attentivement l'énoncé pour savoir à quelles questions on doit répondre.
2) Choisir l'inconnue et exprimer les données en fonction de cette inconnue.
3) Écrire l'équation qui correspond au problème.
4) Résoudre cette équation.
5) Donner la réponse au problème.
6) Vérifier cette réponse.

Exemple On multiplie un nombre par 2, puis on retranche 4 à ce produit. Le résultat obtenu est égal au nombre de départ augmenté de sa moitié. Quel est le nombre de départ?

Lecture	je cherche un nombre
Inconnue	un nombre: appelons-le x
Données	on multiplie ce nombre par 2, puis on retranche 4 : on obtient 2x - 4 ce nombre augmenté de sa moitié : c'est $x+\frac{1}{2}x$
Équation	$2x-4=x+\frac{1}{2}x$
Résolution	$2x-4=\frac{3}{2}x$ $2x-\frac{3}{2}x=4$ $\frac{1}{2}x=4$ $x=8$
Réponse	le nombre cherché est 8.
Vérification	Si on multiplie 8 par 2, puis on retranche 4 du produit, on obtient $2\cdot 8-4=16-4=12.$ Et 8 augmenté de sa moitié, c'est $8+\frac{1}{2}\cdot 8=8+4=12.$ Donc 8 est bien solution du problème.

Exercices 395 à 475

4.6 LA TRANSFORMATION D'UNE FORMULE

Il est utile de savoir transformer une formule pour exprimer une des grandeurs en fonction des autres. Pour cela, on utilise les propriétés de l'égalité.

Exemple 1 En physique, on définit la vitesse moyenne par

$$\boxed{V = \frac{d}{t}}$$

V : vitesse moyenne
d : distance parcourue
t : temps mis pour parcourir cette distance

Exprimons la distance

$$\begin{aligned} V &= \frac{d}{t} \\ t\cdot V &= t\cdot \frac{d}{t} \\ t\cdot V &= d \\ d &= V\cdot t \end{aligned}$$

On a ainsi : $\boxed{v = V\cdot t}$

Exprimons le temps

$$d = V\cdot t \quad \frac{1}{V}\cdot d = \frac{1}{V}\cdot V\cdot t$$

$$\frac{d}{V} = t$$

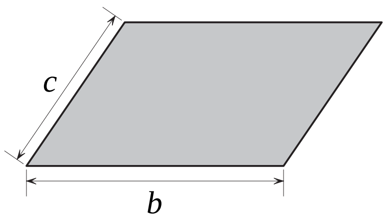
$$t = \frac{d}{V}$$

On a ainsi : $\boxed{t = \frac{d}{V}}$

Exemple 2

Le périmètre d'un parallélogramme se calcule avec la formule

$$\boxed{p = 2\cdot(b+c)}$$



Exprimons le côté c

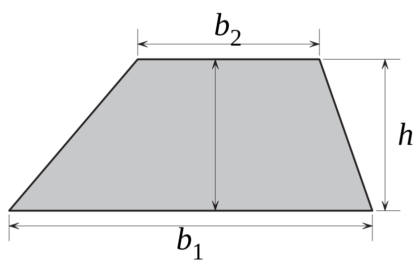
$$\begin{aligned} \frac{p}{2} &= \frac{2\cdot(b+c)}{2} \\ \frac{p}{2} &= b+c \\ \frac{p}{2} - b &= b+c-b \\ \frac{p}{2} - b &= c. \end{aligned}$$

$$\boxed{c = \frac{p}{2} - b}$$

Exemple 3

L'aire d'un trapèze se calcule avec la formule

$$\boxed{\frac{(b_1+b_2)}{2}\cdot h}$$



Exprimons la hauteur h

$$A = \frac{(b_1+b_2)}{2}\cdot h$$

$$\frac{2}{b_1+b_2}\cdot A = \frac{2}{b_1+b_2}\cdot\frac{(b_1+b_2)}{2}\cdot h$$

$$\frac{2}{b_1+b_2}\cdot A = h$$

$$\boxed{h = \frac{2A}{b_1+b_2}}$$

Application numérique

Calculer la hauteur d'un trapèze dont les bases mesurent 8,5 cm et 3,5 cm et dont l'aire est de 24 cm^2 .

$$h = \frac{2A}{b_1+b_2}$$

$$h = \frac{2\cdot 24}{8{,}5+3{,}5} = \frac{48}{12} = 4$$

Réponse : la hauteur du trapèze mesure 4 cm.

Exercices 476 à 494

4.7 LES ÉQUATIONS LITTÉRALES (Section S - NA)

Dans ce paragraphe, les lettres a et b désignent des nombres. La lettre x désigne l'inconnue dans une équation.

L'équation $3x = -1$ est une **équation numérique**; x est l'inconnue.

L'équation $ax = b$ est une **équation littérale**; x est l'inconnue.

Pour résoudre une équation littérale, on procède comme pour une équation numérique, en étant attentif à ne jamais multiplier ou diviser par 0.

4.7.1 EXEMPLES DE RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS LITTÉRALES

Exemple 1 Résoudre l'équation $\boxed{ax = b}$

$$x = \frac{b}{a} \quad (\text{si } a \neq 0)$$

$$S = \left\{\frac{b}{a}\right\} \quad (\text{si } a \neq 0)$$

Exemple 2 Résoudre l'équation $\boxed{ax - x = b}$

$$\begin{aligned} x\cdot(a-1) &= b \\ x &= \frac{b}{a-1} \quad (\text{si } a-1\neq 0) \\ S &= \left\{\frac{b}{a-1}\right\} \quad (\text{si } a-1\neq 0) \end{aligned}$$

Exemple 3 Résoudre l'équation $\boxed{ax - b = bx + a}$

$$\begin{aligned} ax-bx &= a+b \\ x\cdot(a-b) &= a+b \\ x &= \frac{a+b}{a-b} \quad (\text{si } a-b\neq 0) \\ S &= \left\{\frac{a+b}{a-b}\right\} \quad (\text{si } a-b\neq 0) \end{aligned}$$

Exemple 4 Résoudre l'équation $\boxed{a\cdot(x-b) = b\cdot(x+a)}$

$$\begin{aligned} ax-ab &= bx+ab \\ ax-bx &= ab+ab \\ x\cdot(a-b) &= 2ab \\ x &= \frac{2ab}{a-b} \quad (\text{si } a-b\neq 0) \\ S &= \left\{\frac{2ab}{a-b}\right\} \quad (\text{si } a-b\neq 0) \end{aligned}$$

Exemple 5 Résoudre l'équation $\boxed{\frac{x}{a} = 1 - \frac{x}{b}}$

$$\begin{aligned} \frac{bx}{ab} &= \frac{ab-ax}{ab} \\ bx &= ab-ax \\ ax+bx &= ab \\ x\cdot(a+b) &= ab \\ x &= \frac{ab}{a+b} \quad (\text{si } a+b\neq 0) \\ S &= \left\{\frac{ab}{a+b}\right\} \quad (\text{si } a+b\neq 0) \end{aligned}$$

4.7.2 DISCUSSION DES SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION LITTÉRALE DU 1$^{\text{er}}$ DEGRÉ

Considérons l'équation

$\boxed{a\cdot x = b}$, où x est l'inconnue.

On distingue trois cas, selon le choix des nombres a et b :

1) Si $a \neq 0$

on a une équation avec une solution unique et $S = \left\{ \frac{b}{a} \right\}$.

Exemple: si $a = 2$ et $b = 5$

$\boxed{2 \cdot x = 5}$ $x = \frac{5}{2}$ et $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$

2) Si $a = 0$ et $b \neq 0$

on a une équation de la forme $0x = b$ et $S = \emptyset$

Exemple: si a = 0 et b = 5

$\boxed{0 \cdot x = 5}$ et $S = \emptyset$

3) Si $a = 0$ et $b = 0$

on a l'équation

$\boxed{0 \cdot x = 0}$ et $S = \mathbb{R}$.

Considérons encore deux exemples d'équations littérales.

Premier exemple Discutons les solutions de l'équation $\boxed{(a-1) \cdot x = a+1}$, selon la valeur de a.

1. Si $a - 1 \neq 0$, c'est-à-dire si $a \neq 1$

   on a une équation avec une solution unique et $S = \left\{ \frac{a+1}{a-1} \right\}$.

2. Si $a - 1 = 0$, c'est-à-dire si $a = 1$

   on a l'équation $0 \cdot x = 2$ et $S = \emptyset$.

Second exemple Discutons les solutions de l'équation $\boxed{(a-2) \cdot x = b+1}$, selon les valeurs de a et de b.

1. Si $a - 2 \neq 0$, c'est-à-dire si $a \neq 2$,

   on a une équation avec une solution unique et $S = \left\{ \frac{b+1}{a-2} \right\}$.

2. Si $a - 2 = 0$, c'est-à-dire si $a = 2$, et si $b + 1 \neq 0$, donc si $b \neq -1$,

   on a une équation de la forme $0 \cdot x = b + 1$ et $S = \emptyset$.

3. Si $a - 2 = 0$, c'est-à-dire si $a = 2$, et si $b + 1 = 0$, donc si $b = -1$,

   on a l'équation $0 \cdot x = 0$ et $S = \mathbb{R}$.

Exercices 495 à 509

Exercices écrits

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 350**

Montrer que 2 est une solution de l'équation $5x+1=2x+7$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 351**

Montrer que $\frac{3}{2}$ est une solution de l'équation $3x-8=5x-11$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 352**

Montrer que 3 est une solution de l'équation

$$\frac{x+1}{2}-\frac{5x+1}{4}=\frac{x+2}{5}-\frac{4x-3}{3}.$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 353**

Montrer que -1 est une solution de l'équation

$$3x-(\frac{1}{2}x+1)=\frac{7x+4}{2}-2.$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 354**

Montrer que $\frac{5}{2}$ est une solution de l'équation

$$x^2-\frac{3}{2}x+4=2x^2-2x-1.$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 355**

La fraction $-\frac{1}{2}$ est-elle une solution de l'équation

$$x^3+\frac{5}{2}x^2=\frac{1}{2}+2x-x^2 \quad ?$$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 356**

Voici des équations :

- $4x-7=8x-9$
- $-8x=-6$
- $8x=-32$
- $x=-4$
- $4x+7=1+12x$
- $x=\frac{3}{4}$
- $12x+43=4x+1$
- $4x=-2$
- $x=\frac{2}{3}$
- $9x+1=9-3x$
- $x=\frac{1}{2}$
- $12x=8$

1) Quelles sont les équations qui ont $\frac{3}{4}$ comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

2) Quelles sont les équations qui ont -4 comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

3) Quelles sont les équations qui ont $\dfrac{2}{3}$ comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

4) Quelles sont les équations qui ont $\dfrac{1}{2}$ comme solution ?

Classer ces équations de la plus compliquée à la plus simple en les écrivant les unes sous les autres.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 357**

Quelle doit être la valeur de a pour que l'équation $a+x=x+1$ admette -3 comme solution ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 358**

Quelle valeur faut-il donner à b pour que l'équation $x-b=3x$ admette $\dfrac{5}{2}$ comme solution ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 359**

Quelle valeur faut-il donner à c pour que l'équation $2x-\dfrac{x}{3}=c-x$ ait $-\dfrac{3}{4}$ comme solution ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 360**

Écrire 5 équations différentes ayant 2 comme solution.
m31;>$-2*>$
m32;>$-3*>$
f3;

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 361**

Écrire 5 équations différentes ayant $-\dfrac{3}{2}$ comme solution.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 362**

Écrire 5 équations différentes ayant $\sqrt{3}$ comme solution.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 363**

Compléter les équations 2) et 3) de manière à obtenir des équations équivalentes à l'équation

1) $3x+6=x+3$ 2) $-2x+3=\ldots..$ 3) $\ldots..=\dfrac{x}{3}-1$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 364**

Compléter les équations 2) et 3) de manière à obtenir des équations équivalentes à l'équation

1) $2x-5=3x+2$ 2) $x+1=\ldots..$ 3) $\ldots..=6x+1$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 365**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x+1=5+x$

4) $x+4=5x-8$

2) $x-4=2x+1$

5) $5x-5=-4+3x$

3) $15-2x=-4x+3$

6) $9-15x=-6x+21$

∇∇∇ EXERCICE 366

Résoudre les équations suivantes :

1) $4x-3=3x+5$
2) $-4-3x=-2x-3$
3) $3x-5=19-5x$
4) $-8x+12=12-4x$
5) $5x+2=5-2x$
6) $-6x+5=3x-1$

∇∇∇ EXERCICE 367

Résoudre les équations suivantes :

1) $-3x+18=5-4x$
2) $4x-7=5x-16$
3) $-6x-12=36-12x$
4) $-9x-16=19-4x$
5) $7-2x=12-5x$
6) $3x-7=3+15x$

∇∇∇ EXERCICE 368

Résoudre les équations suivantes :

1) 3,3x + 0,4 = 2,3x - 2,6
2) 1,1x - 3,4 = 2,1x - 10,4
3) 5,6 - 2,1x = -8,1x - 6,4
4) -3,3x - 7,2 = 0,7x + 8,8
5) -23,2x - 19,8 = 10,2 + 12,8x
6) x + 0,7 = 1 - 1,1x

∇∇∇ EXERCICE 369

Résoudre les équations suivantes :

1) 5,24 + 0,88x = -2,76 - 0,12x
2) 2,9x - 5,8 = 3,9x - 4,6
3) 3,8 - 1,9x = 2,8 - 3,1x
4) 5,4x - 4,8 = -11,1 + 7,5x
5) 4,34x - 3,2 = 4,7x - 3,08
6) 7,2x - 1 = 5,7x - 0,55

∇∇∇ EXERCICE 370

1) Résoudre les équations suivantes:

$6F-4=3F+11$	$F=$
$D+*D=2D-5$	$D=$
$3M+7=6M+7$	$M=$
$2E-1=4E-13$	$E=$
$4B-2=3B+1$	$B=$
$5N+1=12N-6$	$N=$
$2R+4=3R$	$R=$
$3L-7=L+11$	$L=$
$A+7=3A-7$	$A=$
$3-4T=T-7$	$T=$

2) Chaque chiffre du message

3641748 372 96 396 86 97 56406

correspond à une lettre dans la liste ci-dessus. Déchiffrer ce message.

∇∇∇ EXERCICE 371

Résoudre les équations suivantes:

1) $\dfrac{x-3}{4}=x+3$

2) $\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{-5-x}{4}$

3) $\dfrac{2x-3}{4}=\dfrac{3x-1}{2}$

4) $\dfrac{1}{2}x+2=\dfrac{1}{3}x-1$

5) $\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{6}$

6) $\dfrac{3}{8}x-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 372

Résoudre les équations suivantes:

1) $2-3x=\dfrac{1-9x}{5}$

2) $\dfrac{4x-3}{6}=\dfrac{3x-4}{4}$

3) $\dfrac{2x-3}{4}=\dfrac{3x-2}{3}$

4) $\dfrac{3}{4}x-5=\dfrac{3}{5}x-8$

5) $\dfrac{2}{5}x-\dfrac{3}{4}=\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{10}$

6) $\dfrac{5}{6}x-\dfrac{2}{3}=\dfrac{5}{4}x-\dfrac{1}{12}$

∇∇∇ EXERCICE 373

Résoudre les équations suivantes:

1) $\dfrac{5x-3}{4}=2x-1$

2) $\dfrac{3x+2}{12}=\dfrac{x-4}{18}$

3) $\dfrac{x}{2}-1=\dfrac{7x-4}{8}$

4) $\dfrac{5}{6}x-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{2}$

5) $\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{9}x-\dfrac{1}{6}$

6) $\dfrac{4}{3}x-1=\dfrac{1}{6}x+\dfrac{1}{2}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 374**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x-3-5x=1-x+5$

2) $12-5x-2=-4x+2-5x$

3) $3x-(4x-8)=2x+3-(x-2)$

4) $5\cdot(3-x)-4\cdot(2-x)=3\cdot(x+4)-6$

5) $1-(7-2x)-x=5x-2\cdot(x-4)$

6) $x-((3x+2)-2\cdot(2-x))=1-(2x-3\cdot(2x-1))$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 375**

Résoudre les équations suivantes :

1) $1-2x+3-5x=-x-1+2-4x$

2) $-5x+1-x+3-4x+1=0$

3) $(2x+1)-3\cdot(5x+1)=2\cdot(x-4)-(3x-6)$

4) $3x-4\cdot(x+2)=x+3-(7-6x)$

5) $7-(2x-3)+x=x-1-3\cdot(2x+1)$

6) $4-(-2x-(5+4x))=5x-(3-2\cdot(4x-1))$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 376**

Résoudre les équations suivantes :

1) $12-(3x+2)-2x+2\cdot(3x+5)+3x=0$

2) $2\cdot(-x+3)-5\cdot(3-2x)=-(2x+5-x)+(5x+4)$

3) $7-(2x+1)=3x-2\cdot(4x+5)-2x+1$

4) $12-2\cdot(x-4)=5x-3\cdot(2x+5)$

5) $4x-(4x-(2x-7))=5x-(8x-(4x-8))$

6) $(2x-3)-\{(3x-5)-(x-(2-3x))+1\}=0$

∇∇∇ EXERCICE 377

Premiere partie

1) Résoudre les équations suivantes:

$$3\cdot(5I-3)-(I-9)=0 \qquad I=$$
$$3X\cdot(X-2)=X\cdot(3X-5)-5 \qquad X=$$
$$5\cdot(2S-4)-2\cdot(S+5)=4S+2 \qquad S=$$
$$4\cdot(U-5)-5\cdot(3-2U)=U+4 \qquad U=$$
$$4L+5=3\cdot(L+4) \qquad L=$$
$$5\cdot(A-3)-3\cdot(A-1)=6\cdot(3A-5)+2 \qquad A=$$
$$(2B+3)\cdot 7=12B+33 \qquad B=$$
$$E\cdot(2E-4)-3\cdot(E+2)=2E\cdot(E-3)-10 \qquad E=$$
$$(2C-5)\cdot 6-(C-3)\cdot 13=0 \qquad C=$$
$$3\cdot(2T-5)+6\cdot(3T-5)=2T-1 \qquad T=$$

2) Remplacer chaque chiffre du message

71 642084 482 459381674...

par la lettre qui lui correspond dans la liste ci-dessus.

Deuxième partie

1) Résoudre les équations suivantes:

$$(2E+5)\cdot 3=4\cdot(3E-2)-1 \qquad E=$$
$$8S-6=2\cdot(3-S)+3\cdot(2S+4) \qquad S=$$
$$(2R+4)\cdot 3-R\cdot(5R+2)=5R\cdot(2-R)R \qquad =$$
$$2\cdot(8I-5)-9\cdot(2I-3)=3 \qquad I=$$
$$5\cdot(3P-1)-4\cdot(P+2)=P-3 \qquad P=$$
$$6M+5=9+5\cdot(2M-8) \qquad M=$$
$$3\cdot(2N+4)=5\cdot(N+3)-3 \qquad N=$$
$$A\cdot(A-3)=A^2-5A+16 \qquad A=$$
$$3L+5=2\cdot(L+4) \qquad L=$$
$$T\cdot(3T-4)=3T\cdot(T-2)+10 \qquad T=$$

2) Déchiffrer le message

...9876 38 1824664 04 3 465 186

en remplaçant chaque chiffre par la lettre qui lui correspond.

∇∇∇ EXERCICE 378

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}=\dfrac{x}{6}+1$

2) $\dfrac{x+3}{2}-\dfrac{6x+7}{8}=\dfrac{9-3x}{5}-\dfrac{1}{8}$

3) $\dfrac{1+x}{14}+\dfrac{x-6}{7}+1=0$

4) $\dfrac{4}{7}\cdot(x-1)=\dfrac{3}{5}\cdot(x-\dfrac{2}{3})$

5) $3x-\dfrac{1}{2}\cdot(\dfrac{x}{5}+6)=25+\dfrac{3}{2}x$

6) $x-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{x-2}{4}\right)=\dfrac{2+4x}{3}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 379**

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{5x+35}{6}-2=\dfrac{x+2{,}5}{3}+3$

2) $\dfrac{4+x}{4}-(x-4)=\dfrac{x-3}{2}-\dfrac{5x+1}{6}$

3) $\dfrac{3}{5}\cdot(x-1)=\dfrac{2}{3}\cdot(x-\dfrac{1}{2})$

4) $\dfrac{3+2x}{5}-\dfrac{x-1}{2}=x$

5) $2\cdot\left(\dfrac{x-1}{2}-x)-\dfrac{1}{2}\cdot(x-\dfrac{5}{3}\right)=0$

6) $4x-\dfrac{1}{2}\cdot(4-x)=2x-\dfrac{1}{3}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 380**

Résoudre les équations suivantes :

1) $-\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-3}{2}=-x$

2) $\dfrac{10x+11}{6}-\dfrac{14x-13}{3}=\dfrac{7-6x}{4}+4$

3) $\dfrac{3x-5}{6}=\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{x-5}{4}\right)$

4) $\dfrac{5x-5}{3}-\dfrac{2x+3}{4}=\dfrac{3x-1}{6}-(x+1)$

5) $2\cdot(x-3)+\dfrac{x-3}{2}=3\cdot(1-x)-\dfrac{3-2x}{2}$

6) $3\cdot(\dfrac{1}{2}x-1)+4\cdot(\dfrac{3x}{2}-2)=5\cdot(3x-8)-1$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 381**

Résoudre les équations suivantes :

1) $(x-5)\cdot(x+4)-(x-8)\cdot(x+8)=7x$

2) $(x-1)\cdot(2x+1)=(x-1)\cdot(x+2)+x^2$

3) $(2x+3)^2=(3-x)^2+3x\cdot(x-1)$

4) $(x-1)\cdot(x+1)-(2x+1)\cdot(x-3)=4-x^2$

5) $(2x+1)^2+(x+2)\cdot(x-3)=(3x-1)\cdot(3x+1)-(2x+3)^2$

6) $(x-2)\cdot(x-1)+(x-3)\cdot(x-4)=2x\cdot(x-3)-4$

∇∇∇ EXERCICE 382

Résoudre les équations suivantes :

1) $(x-1)\cdot(x+1)-(x-3)\cdot(x+5)-7=0$

2) $(3x-2)^2+(2x+1)^2=7x\cdot(x-1)-2x\cdot(2-3x)-4$

3) $(x-1)\cdot(x-2)-(2x-3)\cdot(2x+3)=(x-4)^2-(2x)^2$

4) $(2x-3)^2-5=(2+x)^2+3x\cdot(x-1)$

5) $(\frac{1}{2}x-1)\cdot(\frac{1}{2}x+1)-(x-2)\cdot(x-1)=(\frac{1}{2}x-2)^2-x^2$

6) $(0{,}2x-1)\cdot(0{,}2x-2)+0{,}6x^2=(0{,}8x-3)^2-1$

∇∇∇ EXERCICE 383

1. Résoudre les équations suivantes :

$$(t+3)\cdot(2t-6)=t\cdot(2t-2)-2 \qquad t=$$
$$\frac{3+n}{5}-\frac{3-4n}{10}=n-\frac{n-1}{2} \qquad n=$$
$$\frac{5+u}{3}-\frac{u-6}{4}=\frac{u+1}{6}+3 \qquad u=$$
$$\frac{i\cdot(3i-10)}{3}=\frac{(2i-5)^2}{4}+\frac{4i+5}{12} \qquad i=$$
$$(r+7)\cdot(2r-5)=r\cdot(2r-3)+1 \qquad r=$$
$$\frac{p+5}{7}-2=\frac{4p-1}{7}-(p-4) \qquad p=$$
$$\frac{2e+5}{3}-\frac{e-5}{2}=\frac{e+5}{2}-\frac{2e-9}{3} \qquad e=$$
$$\frac{2a-5}{3}=\frac{a+5}{4} \qquad a=$$
$$\frac{7+d}{4}-\frac{9-d}{2}=\frac{1-d}{4}-2 \qquad d=$$
$$\frac{s}{2}-\frac{s+2}{4}=\frac{s}{3}-\frac{s-4}{2} \qquad s=$$

2. Déchiffrer le message

6726 466756, 976 14 34066584

en remplaçant chaque chiffre par la lettre qui lui correspond dans la liste ci-dessus.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 384**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2\cdot(x-3)-4\cdot(x+2)-1=5\cdot(3-2x)-2\cdot(5$

2) $4x)$

3) $(x+1)\cdot 4-3\cdot(2-x)=6-(4-5x)+2\cdot(x-2)$

4) $5\cdot(x-4)-(2x-7)=5x-2\cdot(4-3x)-5$

5) $x-\dfrac{x}{2}+5=\dfrac{x-2}{2}$

6) $\dfrac{x-10}{2}-x=5-\dfrac{1}{2}x$

7) $\dfrac{5x-5}{5}+\dfrac{3-3x}{3}=0$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 385**

Résoudre les équations suivantes :

1) $(2x-3)^2-4=(2x-5)\cdot(2x-1)$

2) $3\cdot(4x-3)-4\cdot(3x-2)=-1$

3) $\dfrac{x}{2}+3-\dfrac{1}{2}\cdot(1+x)=0$

4) $\dfrac{2x-12}{3}-x=4-\dfrac{1}{3}x$

5) $\dfrac{1}{3}x-3\cdot(x-\dfrac{1}{2})=2x-(\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}x)+2$

6) $\dfrac{x-3}{5}-1{,}5=\dfrac{x}{5}-2{,}1$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 386**

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{5}{3}x\cdot(x-2)\cdot(x+7)=0$

2) $\left(\dfrac{x}{2}-3)\cdot(2x-1)\cdot(x-\dfrac{3}{4}\right)=0$

3) $(2x-\dfrac{1}{2})\cdot(\dfrac{x}{3}+1)\cdot(5-x)=0$

4) $(x-\dfrac{1}{2})\cdot(2x+3)\cdot(-x-5)=0$

5) $(3x-1)\cdot\left(\dfrac{1}{2}x+1)\cdot(\dfrac{2x+3}{3}\right)=0$

6) $(x^2+1)\cdot 2x\cdot(0{,}5x-3)=0$

∇∇∇ EXERCICE 387

Résoudre les équations suivantes :

1) $3x\cdot(x-2)\cdot(3x-\frac{1}{2})=0$

2) $\left(\frac{1}{2}x+3)\cdot(4x-1)\cdot(x+\frac{1}{2}\right)=0$

3) $(3x-2)\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{x+3}{2}\right)=0$

4) $(4x-3)\cdot(3+\frac{x}{2})\cdot(2x-\frac{2}{3})=0$

5) $(1-3x)\cdot\left(\frac{2}{5}x+\frac{5}{2}\right)\cdot\left(-\frac{x-2}{3}\right)=0$

6) $(x^2-1)\cdot\frac{1}{2}x\cdot(2x-0{,}1)=0$

∇∇∇ EXERCICE 388

Résoudre les équations suivantes :

1) $(3x+4)\cdot(x-\frac{3}{2})\cdot\frac{x}{2}=0$

2) $(4x-2)\cdot\left(\frac{x}{3}+1)\cdot(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right)=0$

3) $(3x+\frac{1}{3})\cdot(x^2-4)\cdot(6-\frac{3}{4}x)=0$

4) $(4x^2-1)\cdot\left(\frac{5x-6}{3}\right)\cdot(-2x)=0$

5) $(x^2+9)\cdot(-3x-1)\cdot\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}\right)=0$

6) $(0{,}1x+1)\cdot(x^2-3)\cdot(10x-\frac{1}{2})=0$

∇∇∇ EXERCICE 389

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x-5x-[2x-(1-x)+8]=(2x-1)-[(3-5x)-(7x-2)+x]$

2) $0{,}5x+5=\frac{x}{3}-0{,}5$

3) $0{,}4x\cdot(5x-1)=0{,}6x\cdot(2{,}5x+2)$

4) $x-\frac{x-8}{4}=\frac{3}{4}x-2$

5) $2x-\frac{x+7}{5}=\frac{1}{10}\cdot(x-4)-1$

6) $\dfrac{x}{6}\cdot 0{,}05+\dfrac{x}{4}\cdot 0{,}02-32=0$

∇∇∇ **EXERCICE 390**

Résoudre les équations suivantes :

1) $(2x+1)\cdot(x^2+9)\cdot\left(\dfrac{x}{3}-1)\cdot(\dfrac{x-2}{3}\right)=0$

2) $(\dfrac{1}{2}x-1)^2-3x=(x-3)^2-\dfrac{3}{4}x\cdot(x-2)$

3) $1-\dfrac{1}{4}(12-x)=-\dfrac{1}{3}\cdot(8+\dfrac{3}{4}x)$

4) $3\cdot(x-2)+\dfrac{x-3}{2}=2\cdot(x-2)-\dfrac{7-3x}{2}$

5) $\dfrac{2+x}{5}-\dfrac{x-1}{2}=-\left(\dfrac{4}{5}x+\dfrac{1}{10}\right)$

6) $\dfrac{5x+4}{2}=\dfrac{1}{3}\cdot(1-\dfrac{15}{2}x)$

∇∇∇ **EXERCICE 391**

Résoudre les équations suivantes :

1) $-(2x-1)-[3x-(2-5x)]=-4x-5x-[3-(7x-1)]+2x$

2) $\dfrac{1}{4}x-0{,}1=0{,}2x-5$

3) $1{,}5\cdot(4x-3)=0{,}8\cdot(7x-5)$

4) $4-\dfrac{1}{6}\cdot(x-3)=3x-\dfrac{2x-6}{3}$

5) $4\cdot(x-3)-\dfrac{1-x}{3}=\dfrac{4x-1}{3}+3\cdot(x-4)$

6) $(x-4)^2-\dfrac{7}{2}x\cdot(\dfrac{x}{8}-2)=(\dfrac{3}{4}x-2)^2+12$

∇∇∇ **EXERCICE 392**

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x+\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{5x-3}{2}-\dfrac{1}{4}x$

2) $(x^2-25)\cdot\dfrac{1}{2}x\cdot(\dfrac{2}{3}x-5)\cdot(1-4x)=0$

3) $\dfrac{x}{2}\cdot 0{,}08+\dfrac{x}{3}\cdot 0{,}06-24=0$

4) $-\dfrac{1}{2}\cdot(5+\dfrac{2}{3}x)=2-\dfrac{1}{3}\cdot(9-x)$

5) $\frac{2}{3} \cdot (2 - \frac{9}{4}x) = \frac{7-5x}{4}$

6) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-2}{6} = -\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{4}\right)$

∇∇∇ **EXERCICE 393**

On considère les applications suivantes, définies dans $\mathbb{R}$

1) $f(x) = -3$

3) $g(x) = \frac{3}{2}x + 3$

3) $h(x) = \frac{3x-14}{2}$

4) $k(x) = \frac{3}{2}x - 7$

1) Représenter graphiquement ces quatre applications dans un même système d'axes.

2) À l'aide de cette représentation, résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{3}{2}x + 3 = -3$

b) $\frac{3}{2}x + 3 = \frac{3}{2}x - 7$

c) $\frac{3}{2}x - 7 = \frac{3x-14}{2}$

∇∇∇ **EXERCICE 394**

On considère les applications suivantes, définies dans $\mathbb{R}$

1) $f(x) = -\frac{2}{3}x$

3) $g(x) = \frac{13-2x}{3}$

3) $h(x) = \frac{3-2x}{3} - 1$

4) $k(x) = \frac{3x+13}{2}$

1) Représenter graphiquement ces quatre applications dans un même système d'axes.

2) À l'aide de cette représentation, résoudre les équations suivantes :

a) $-\frac{2}{3}x = \frac{13-2x}{3}$

b) $\frac{3x+13}{2} = -\frac{2}{3}x$

c) $-\frac{2}{3}x = \frac{3-2x}{3} - 1$

∇∇∇ **EXERCICE 395**

Exprimer algébriquement :

1) le nombre a augmenté de 124,

2) le nombre b diminué de 87,

3) le triple du nombre m,

4) les trois quarts du nombre x,

5) 30 % du nombre k,

6) le nombre p augmenté de sa moitié,

7) le double du nombre q diminué de 6,

8) le tiers du nombre t, augmenté de 6,

9) 4 % du nombre y, diminués de 12,

10) 5 % du nombre v augmenté de 12.

∇∇∇ **EXERCICE 396**
Traduire chaque expression algébrique en une expression française :

1) $a - 56$

2) $4 \cdot b$

3) $\frac{1}{2} \cdot x$

4) $\frac{25}{100}k$

5) $3 \cdot (p - 5)$

6) $\frac{1}{4}y - 5$

∇∇∇ **EXERCICE 397**
Le quadruple d'un nombre, diminué de 7, est égal au double de ce nombre, augmenté de 19. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 398**
Si on ajoute 6 à la moitié d'un nombre, on trouve son triple diminué de 14. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 399**
En multipliant un nombre par 12, on l'augmente de 253. Quel est ce nombre?

∇∇∇ **EXERCICE 400**
On obtient le même résultat en ajoutant 5 aux deux tiers d'un nombre qu'en retranchant 2 aux trois quarts de ce nombre. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 401**
Si on retranche 76 aux cinq huitièmes d'un nombre, on trouve les deux septièmes de ce nombre. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 402**
La longueur d'un rectangle est le double de sa largeur. Quelle est la largeur si le périmètre du rectangle est de 27 cm ?

∇∇∇ **EXERCICE 403**
Deux triangles ont même aire. Le premier a une base de 80 cm et une hauteur de 90 cm. Le second a une base de 1 m; quelle est sa hauteur ?

∇∇∇ **EXERCICE 404**
Le périmètre d'un losange est de 27 cm et son aire de 43,76 cm^2. Une de ses diagonales mesure 10,8 cm. Calculer la longueur de l'autre diagonale.

∇∇∇ **EXERCICE 405**
L'aire d'un trapèze est de 85,5 cm^2. Sa hauteur est de 4,5 cm. Une de ses bases mesure 15 cm. Calculer la longueur de l'autre base.

∇∇∇ **EXERCICE 406**

On multiplie un nombre par 5, on retranche 24 à ce produit et on divise cette différence par 6. Si on ajoute 13 à ce quotient, on retrouve le nombre dont on est parti. Quel est ce nombre?

∇∇∇ **EXERCICE 407**

Trouver trois nombres consécutifs dont la somme est 624.

∇∇∇ **EXERCICE 408**

Trouver trois nombres pairs consécutifs dont la somme est 426.

∇∇∇ **EXERCICE 409**

Trouver deux nombres, sachant que l'un est le double de l'autre et que leur somme est 108.

∇∇∇ **EXERCICE 410**

Partager 8400 fr. entre deux personnes de telle manière que la part de la première soit le quart de la part de la seconde.

∇∇∇ **EXERCICE 411**

Partager 1500 fr. entre trois personnes de telle manière que la deuxième ait 150fr. de plus que la première et que la troisième ait 30 fr. de plus que la deuxième.

∇∇∇ **EXERCICE 412**

Quelles sont les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est de 220 m et dont la longueur est le quadruple de la largeur ?

∇∇∇ **EXERCICE 413**

Le périmètre d'un rectangle mesure 240 m. Sa longueur mesure 26 m de plus que sa largeur. Calculer ses dimensions.

∇∇∇ **EXERCICE 414**

J'ai dépensé la moitié, puis le tiers de mon argent et il me reste 120 fr. Combien avais-je ?

∇∇∇ **EXERCICE 415**

La moitié d'un nombre dépasse de 10 le sixième de ce nombre. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 416**

Le sixième d'un piquet est enfoncé en terre, les deux cinquièmes sont dans la neige et le reste mesure 3,25 m. La température de l'air est de 4^{o}C. Quelle est la longueur du piquet ?

∇∇∇ **EXERCICE 417**

Les deux tiers d'un nombre diminué de 11, sont inférieurs de 34 au double de ce nombre. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ **EXERCICE 418**

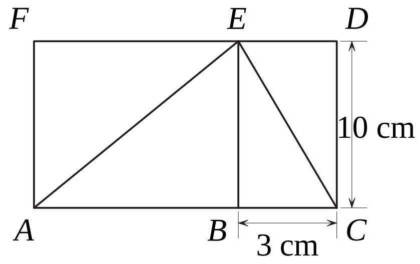
Trouver trois nombres impairs consécutifs tels que le quintuple du plus petit diminué du triple du plus grand dépasse de 5 le moyen.

∇∇∇ **EXERCICE 419**

Trois personnes ont ensemble 110 ans. La deuxième a 15 ans de plus que la première. L'âge de l'aînée est égal à la somme des âges des deux autres. La deuxième a deux filles âgées de 11 et 14 ans. Trouver l'âge de ces trois personnes.

∇∇∇ **EXERCICE 420**

Calculer la longueur AB, sachant que l'aire du rectangle $ACDF$ est plus grande de 55 cm^2 que l'aire du triangle ACE.



∇∇∇ **EXERCICE 421**

Partager 77 fr. entre trois personnes de manière que la part de la première représente les quatre cinquièmes de la part de la deuxième et que la troisième reçoive 7 fr. de plus que la deuxième.

∇∇∇ **EXERCICE 422**

Partager 2800 fr. entre trois personnes de manière que la première personne ait 350 fr. de plus que la deuxième et celle-ci 800 fr. de moins que la troisième.

∇∇∇ **EXERCICE 423**

Partager 2225 fr. entre trois personnes de manière que la première personne ait les trois quarts de la part de la deuxième et que celle-ci ait les sept dixièmes de la part de la troisième.

∇∇∇ **EXERCICE 424**

Partager 2340 fr. entre trois personnes de manière que la part de la deuxième soit les quatre neuvièmes de la part de la troisième et que la part de la première soit les cinq treizièmes de la somme des deux autres parts.

∇∇∇ **EXERCICE 425**

On partage une somme entre trois personnes. La première en reçoit les deux cinquièmes; la deuxième reçoit les deux tiers de la part de la première; la troisième a 100 fr. de moins que la première. Quelle est la part de chaque personne?

∇∇∇ **EXERCICE 426**

Une brique pèse 1 kg plus le poids d'une demi-brique. Quel est le poids d'une brique et demie?

∇∇∇ **EXERCICE 427**

L'hypoténuse d'un triangle rectangle mesure 10 cm. Un côté de l'angle droit mesure les trois quarts de l'autre. Calculer la longueur des côtés de l'angle droit.

∇∇∇ **EXERCICE 428**

Combien mesure le côté d'un triangle équilatéral dont une hauteur mesure 6 cm?

∇∇∇ **EXERCICE 429**

Soit l'équation $a \cdot (x-2) = x + a - 1$ où x est l'inconnue et a est un nombre réel. Déterminer la valeur de a pour que cette équation admette 4 comme solution.

∇∇∇ **EXERCICE 430**

Soit l'équation $2x - \frac{x+a}{5} = a \cdot (x-2) + 1$ où x est l'inconnue et a est un nombre réel. Déterminer la valeur de a pour que cette équation admette 2 comme solution.

∇∇∇ **EXERCICE 431**

Une droite de pente $-\frac{1}{2}$ passe par le point $(2\,;3)$. Écrire l'application affine dont cette droite est la représentation graphique.

∇∇∇ **EXERCICE 432**

Donner l'équation de la droite qui passe par le point $(-2\,;1)$ et qui est parallèle à une autre droite de pente $\frac{3}{4}$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 433**

Soit la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{6}$. Cette droite coupe l'axe des abscisses en un point A. Donner les coordonnées de ce point.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 434**

Soit l'application

$$m : x \longmapsto \frac{-2x+3}{4}$$

définie dans $\mathbb{R}$. Sa représentation graphique coupe l'axe des ordonnées en un point B. Donner les coordonnées de ce point.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 435**

Soit un triangle rectangle. Un côté de l'angle droit mesure 8 cm et l'autre mesure les trois cinquièmes de l'hypoténuse. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 436**

Trouver deux nombres, sachant que l'un est supérieur de 12 à l'autre et que la différence de leurs carrés est de 504.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 437**

La somme de deux nombres est 174 et leur différence est 56. Quels sont ces nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 438**

Trouver deux nombres dont la somme est 45, sachant que, si on additionne l'un des nombres aux deux tiers de l'autre, on obtient 39.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 439**

Partager le nombre 460 en deux parties telles qu'en divisant la première par 12 et la seconde par 8, la différence des quotients soit 10.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 440**

Partager 119 cm en deux parties telles que le quart de l'une égale les trois cinquièmes de l'autre.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 441**

Pour payer une facture de 1190 fr., je donne autant de billets de 20 fr. que de billets de 50 fr. Combien ai-je donné de billets de 50 fr. ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 442**

Une personne a un certain montant en pièces de 2 fr. Elle l'échange à la poste contre des pièces de 5 fr. Elle a alors 102pièces en moins. Combien de pièces de 2 fr. avait-elle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 443**

M. Durand a dépensé 455 fr. pour acheter des cassettes et des disques compacts. Un disque coûte 27 fr. et une cassette 19 fr. Il a acheté deux fois autant de cassettes que de disques. Combien a-t-il acheté de disques, et combien de cassettes ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 444**

On empile 26 livres. La pile est haute de 1m. Certains livres ont 5 cm d'épaisseur, d'autres 3 cm. Combien de livres de chaque sorte la pile contient- elle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 445**

Sur un fil de 60 cm de long, on enfile bout à bout 50 perles pour faire un collier. Certaines perles ont 7 mm de longueur, d'autres 12 mm. On laisse 10cm pour le noeud. Combien a-t-on enfilé de perles de chaque sorte ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 446**

Combien de kg de riz à 3,20 fr. le kg faut-il mélanger à 24 kg de riz à 2,85fr. le kg pour obtenir du riz à 3 fr. le kg ?

∇∇∇ **EXERCICE 447**
Mon café préféré est un mélange de deux sortes: l'expresso et le mocca. Je mélange 500 g de café expresso à 17,40 fr. le kg avec 700 g de café mocca. Le mélange me coûte 19,50 fr. le kg. Quel est le prix de la livre de café mocca?

∇∇∇ **EXERCICE 448**
Un rectangle a 15 m de largeur. Si on diminuait sa longueur de 14 m et si on augmentait sa largeur de 6 m, l'aire ne varierait pas. Calculer la longueur de ce rectangle.

∇∇∇ **EXERCICE 449**
Une piscine rectangulaire contient 720 000 litres d'eau. Sa largeur est la moitié de sa longueur. Elle est bordée d'une allée large de 2 m. L'aire de l'allée est de 160m^2. Quelles sont les dimensions de cette piscine?

∇∇∇ **EXERCICE 450**
Dans un losange, la grande diagonale mesure 7 cm de plus que la petite. Si on diminuait la longueur de la grande diagonale de 9 cm et si on augmentait la longueur de la petite diagonale de 5 cm, l'aire diminuerait de 82 cm^2. Calculer la longueur de chaque diagonale.

∇∇∇ **EXERCICE 451**
Le périmètre d'un rectangle est de 72 m. Si on augmentait sa largeur de 2m et si on diminuait sa longueur de 2 m, l'aire augmenterait de 20 m^2. Quelles sont les dimensions de ce rectangle?

∇∇∇ **EXERCICE 452**
Le petit côté d'un parallélogramme mesure 16 cm de moins que le grand côté. Si on augmente le petit côté de sa moitié et si on diminue le grand côté de 4cm, on obtient un losange. Quelles sont les dimensions du parallélogramme?

∇∇∇ **EXERCICE 453**
Aline et Jean ont ensemble 40 billes. Aline dit à Jean: "Si tu me donnes 5billes, j'en aurai trois fois autant que toi." Combien de billes ont-ils chacun?

∇∇∇ **EXERCICE 454**
M. Blanc a 7500 fr. de plus que M. Durant. M. Durant dépense 2500 fr. tandis que M. Blanc augmente sa fortune de 5000 fr. La fortune de M. Durant représente alors les quatre septièmes de la fortune de M. Blanc. Combien possédaient-ils initialement?

∇∇∇ **EXERCICE 455**
Un père a 44 ans. Sa fille a 10 ans. Dans combien de temps l'âge du père sera-t-il le triple de l'âge de sa fille?

∇∇∇ **EXERCICE 456**
Un père a 46 ans et son fils a 20 ans. Quand l'âge du père était-il le triple de l'âge de son fils?

∇∇∇ **EXERCICE 457**
L'âge d'un père est le quadruple de celui de son fils. Quel est l'âge du père, sachant que, dans 20 ans, il ne sera plus que le double de celui de son fils?

∇∇∇ **EXERCICE 458**
Deux soeurs ont ensemble 32 ans. Il y a 4 ans, l'âge de la plus jeune était les trois cinquièmes de l'âge de l'aînée. Quels sont leurs âges?

∇∇∇ **EXERCICE 459**
Laurent a le double de l'âge de Sébastien. Il y a 10 ans, Laurent avait quatre fois l'âge de Sébastien. Quels sont les âges de Laurent et de Sébastien?

∇∇∇ EXERCICE 460

L'âge d'une fille est le cinquième de l'âge de son père. Il y a cinq ans, l'âge de la fille n'était que le neuvième de l'âge de son père. Quels sont les âges du père et de sa fille ?

∇∇∇ EXERCICE 461

Il y a 55 ans, l'âge d'un père dépassait de 25 ans l'âge de son fils. Dans 14ans, l'âge du fils sera égal aux trois quarts de l'âge de son père. Quels sont les âges du père et du fils ?

∇∇∇ EXERCICE 462

Nicolas et Chloé vont en ville faire des achats. Nicolas a 115 fr. et Chloé a 169fr. Les dépenses de Chloé sont le triple de celles de Nicolas. Quand ils rentrent, il leur reste la même somme. Calculer la dépense de chacun.

∇∇∇ EXERCICE 463

Deux personnes ont ensemble 1166 fr. L'une dépense les trois septièmes de sa part, tandis que l'autre dépense les cinq huitièmes de la sienne. Il leur reste alors la même somme. Combien chaque personne avait-elle avant ces dépenses ?

∇∇∇ EXERCICE 464

On vend les deux cinquièmes d'une pièce de tissu, puis le tiers du reste. Il reste alors 30 m. Quelle était la longueur de la pièce ?

∇∇∇ EXERCICE 465

Une personne dépense le tiers de son argent, puis le quart du reste et enfin les cinq sixièmes du second reste. Il lui reste alors 8fr. Combien possédait-elle avant ces dépenses ?

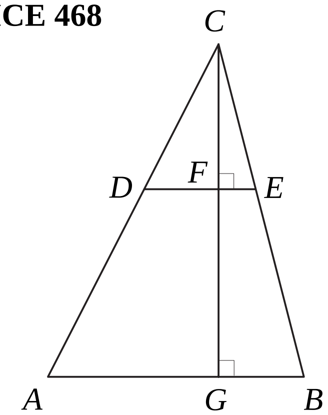
∇∇∇ EXERCICE 466

Une personne dépense les trois septièmes de ce qu'elle a dans son portefeuille, puis elle dépense les trois quarts de ce qui lui reste. Lors d'un troisième achat, elle dépense encore les quatre cinquièmes du second reste. Il lui reste alors 15,25 fr. Quelle somme avait-elle avant de faire ses achats ?

∇∇∇ EXERCICE 467

Une personne dépense chaque jour la moitié de son argent plus 5 fr. Au bout de deux jours, elle n'a plus d'argent. Quelle somme avait-elle au début du premier jour ?

∇∇∇ EXERCICE 468



Unité : le cm $AB = 25$
$DE = 15$
$FG = 8$
Calculer CF.

∇∇∇ EXERCICE 469

Calculer la hauteur d'un losange dont les diagonales mesurent 24 cm et 32cm.

∇∇∇ EXERCICE 470

Un cycliste a roulé pendant six heures. S'il avait roulé une heure de moins en augmentant de 3 km/h sa vitesse moyenne, il aurait parcouru 10 km de moins. Quelle était sa vitesse moyenne ?

∇∇∇ EXERCICE 471

Deux voitures partent en même temps, l'une de Genève vers Lausanne, l'autre de Lausanne en direction de Genève. Celle qui est partie de Genève roule à 70km/h; l'autre, partie de Lausanne, roule à 50 km/h. A quelle distance de Genève se rencontreront-elles ? (distance Genève-Lausanne: 60 km)

∇∇∇ **EXERCICE 472**

Deux frères marchent à la rencontre l'un de l'autre; 500 m les séparent. La vitesse du premier est de 6 km/h et celle du second est de 4 km/h. Pendant ce temps, leur chienne Tina court sans arrêt de l'un à l'autre à une vitesse de 15 km/h. Au moment où les deux frères se rencontreront, quelle distance Tina aura-t-elle parcourue ?

∇∇∇ **EXERCICE 473**

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que le chiffre des unités est le triple de celui des dizaines et que le nombre est inférieur de 9 au quadruple de la somme de ses chiffres.

∇∇∇ **EXERCICE 474**

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que la somme des chiffres est 10 et que, si on ajoute 36 au nombre, on obtient le nombre renversé.

∇∇∇ **EXERCICE 475**

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que la somme des chiffres du nombre renversé vaut 13 et que le nombre renversé est supérieur de 27 au nombre cherché.

∇∇∇ **EXERCICE 476**

En 8^e^ , on apprend les formules suivantes:

$$\boxed{\text{pente} = \frac{\text{distance verticale}}{\text{distance horizontale}}} \qquad \boxed{\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance sur le terrain}}}$$

1) Exprimer la distance verticale en fonction des autres grandeurs.

2) Exprimer la distance sur le terrain en fonction des autres grandeurs.

∇∇∇ **EXERCICE 477**

L'intérêt d'un capital peut être calculé à l'aide de la formule suivante:

$$\boxed{I = C \cdot t \cdot n}$$

I : intérêt
C : capital
t : taux de placement
n : durée du placement en années

1) Trouver la formule exprimant C.

2) Trouver la formule exprimant t.

3) Trouver la formule exprimant n.

∇∇∇ **EXERCICE 478**

En physique, la loi d'Ohm s'exprime par la formule suivante :

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$

I : intérêt
I : intensité en ampères
U : tension en volts
R : résistance en ohms

1) Trouver la formule exprimant U.

2) Trouver la formule exprimant R.

∇∇∇ EXERCICE 479

En physique, la pression est définie par la formule suivante :

$$\boxed{P = \frac{F}{S}}$$

I : intérêt
P : pression en Newton/m^2
F : force en Newton
S : aire de la surface en m^2

1) Trouver la formule exprimant F.

2) Trouver la formule exprimant S.

∇∇∇ EXERCICE 480

En physique, la loi des moments s'exprime par la formule suivante :

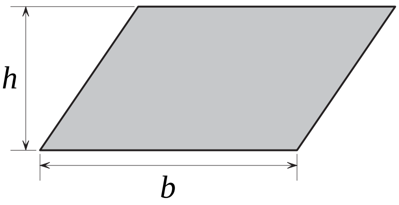
$$\boxed{F \cdot L = F' \cdot L'}$$

I : intérêt
F, F' : forces en Newton
L, L' : longueurs en m

1) Trouver la formule exprimant F.

2) Trouver la formule exprimant L'.

∇∇∇ EXERCICE 481



L'aire du parallélogramme se calcule avec la formule

$$\boxed{A = b \cdot h}$$

1) Trouver la formule exprimant b.

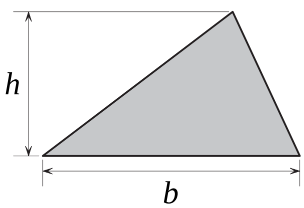
2) Trouver la formule exprimant h.

3) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants:

   (a) Calculer la base d'un parallélogramme dont la hauteur correspondante mesure 8,1 cm et dont l'aire est de 45,36 cm^2 .

   (b) Calculer la hauteur d'un parallélogramme dont le côté correspondant mesure 0,72 cm et dont l'aire est de 133,128 cm^2 .

∇∇∇ EXERCICE 482



L'aire du triangle se calcule avec la formule

$$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2}}$$

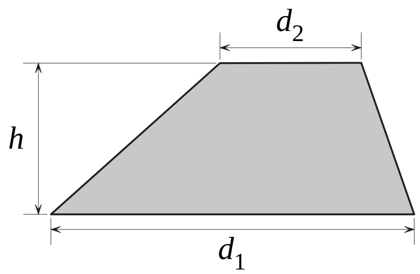
1) Trouver la formule exprimant b.

2) Trouver la formule exprimant h.

3) Utiliser une de ces formules pour résoudre le problème suivant :

   Calculer la base d'un triangle dont la hauteur correspondante mesure 3,8cm et dont l'aire est de 13,49 cm^2 .

∇∇∇ EXERCICE 483

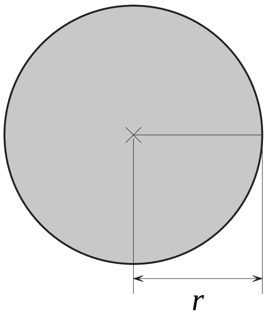


L'aire du trapèze se calcule avec la formule

$$\boxed{A = \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot h}$$

1) Trouver la formule exprimant h.
2) Trouver la formule exprimant d_1.
3) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants :
   (a) Calculer la hauteur d'un trapèze de 30,15 cm^2 d'aire dont les bases mesurent 5,6 cm et 7,8 cm.
   (b) Un trapèze a 101,92 cm^2 d'aire et 10,4 cm de hauteur. Une de ses bases mesure 7,1 cm. Calculer la longueur de l'autre base.

∇∇∇ EXERCICE 484



Le périmètre du disque se calcule avec la formule

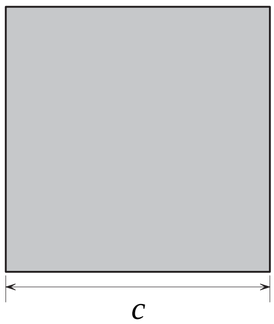
$$\boxed{P = 2r\pi}$$

L'aire du disque se calcule avec la formule

$$\boxed{A = r^2\pi}$$

1) Trouver la formule exprimant r en fonction de P.
2) Quelle est la formule qui permet de calculer l'aire du disque si on connaît son périmètre?

∇∇∇ EXERCICE 485



L'aire du carré se calcule avec la formule

$$\boxed{A = c^2}$$

Le périmètre du carré se calcule avec la formule

$$\boxed{P = 4 \cdot c}$$

1) Exprimer c en fonction de A.

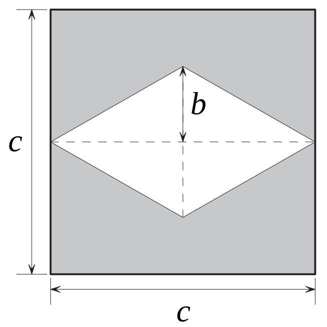
2) Exprimer c en fonction de P.

3) Quelle relation peut-on établir entre le périmètre du carré et son aire, en comparant les réponses à 1) et à 2) ?

4) Exprimer le périmètre du carré en fonction de son aire.

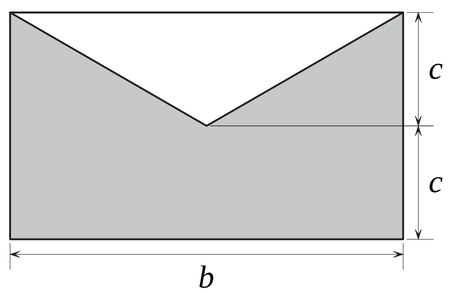
5) Quel est le périmètre d'un carré qui a une aire de 338,56 cm^2 ?

∇∇∇ EXERCICE 486



1. Expliquer pourquoi l'aire A de la surface ombrée peut être calculée avec la formule
$$A = c^2 - bc$$
2. Trouver la formule qui exprime b.

∇∇∇ EXERCICE 487

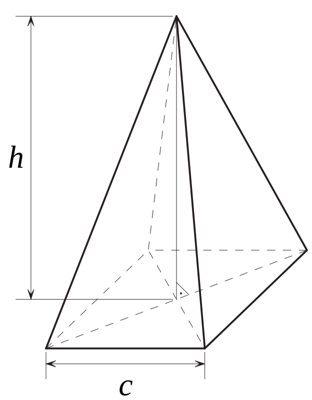


1) Expliquer pourquoi l'aire A de la surface ombrée peut être calculée avec la formule
$$A = 2bc - \frac{bc}{2}$$

2) Trouver la formule exprimant c.

3) Trouver la formule exprimant b.

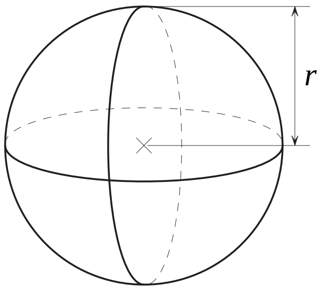
∇∇∇ EXERCICE 488



Le volume de la pyramide à base carrée se calcule avec la formule
$$V = \frac{c^2 \cdot h}{3}$$

1. Trouver la formule exprimant h.
2. Trouver la formule exprimant c.

∇∇∇ EXERCICE 489

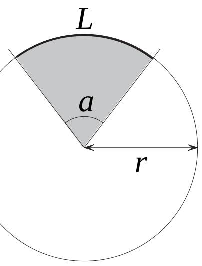


Le volume de la sphère se calcule avec la formule

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Trouver la formule exprimant r.

∇∇∇ EXERCICE 490



L: longueur de l'arc de cercle
A: aire du secteur
α : mesure de l'angle au centre

r : rayon du cercle

On a les proportions

$$\boxed{\frac{\alpha}{360} = \frac{L}{2\pi r}} \qquad \boxed{\frac{\alpha}{360} = \frac{A}{\pi r^2}}$$

1) Trouver la formule exprimant L.

2) Trouver la formule exprimant r.

3) Trouver la formule exprimant A.

4) Trouver la formule exprimant α.

5) En comparant les deux proportions, écrire une proportion dans laquelle figurent A et L, c'est-à-dire

   (a) exprimer A en fonction de L et de r,

   (b) exprimer L en fonction de A et de r,

   (c) exprimer r en fonction de A et de L.

6) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants:

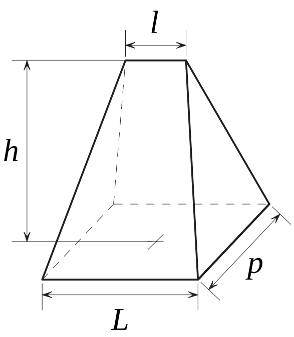
   (a) Soit un cercle de 18 cm de rayon. Calculer la longueur de l'arc de cercle et l'aire du secteur déterminés par un angle au centre de 30°.

   (b) Quel est le rayon du cercle sur lequel un arc de 15,7 cm est intercepté par un angle au centre de 45°?

   (c) Calculer l'angle au centre qui intercepte, sur un disque de 12 cm de rayon, un secteur de 43,96 cm^2 d'aire.

   (d) Calculer l'aire d'un secteur dont l'arc de cercle mesure 9,42 cm et dont le rayon est de 18 cm.

∇∇∇ EXERCICE 491



Le volume du coin se calcule avec la formule

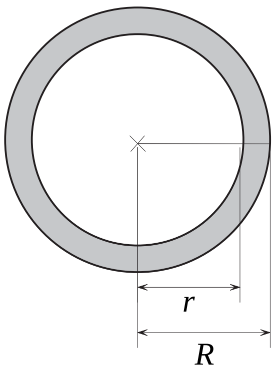
$$\boxed{V = (2L + l) \cdot \frac{h}{6} \cdot p}$$

1) Trouver la formule exprimant h.

2) Trouver la formule exprimant l.

3) Trouver la formule exprimant L.

∇∇∇ EXERCICE 492



L'aire de la couronne se calcule avec la formule

$$\boxed{A = \pi(R^2 - r^2)}$$

1) Trouver la formule exprimant R.

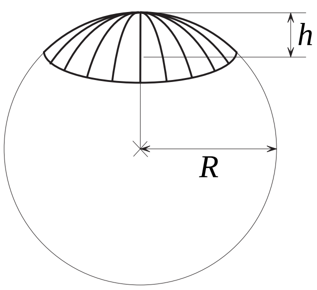
2) Trouver la formule exprimant r.

3) Utiliser ces formules pour résoudre les problèmes suivants :

a) Combien mesure le rayon intérieur d'une couronne de 414,48cm^2 d'aire, si le rayon extérieur est de 14cm ?

b) Combien mesure le rayon extérieur d'une couronne de 373,66 cm^2 d'aire, si le rayon intérieur est de 5cm ?

∇∇∇ EXERCICE 493

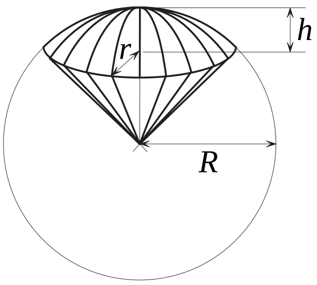


Le volume d'une calotte de sphère se calcule avec la formule

$$\boxed{V = (3 \cdot R - h) \cdot \frac{h^2 \cdot \pi}{3}}$$

Trouver la formule exprimant R.

∇∇∇ EXERCICE 494



La surface totale d'un secteur sphérique se calcule avec la formule

$$\boxed{S = \frac{1}{2}\pi R \cdot (4h + 2r)}$$

1) Trouver la formule exprimant R.

2) Trouver la formule exprimant h.

3) Trouver la formule exprimant r.

Exercices écrits (section S)

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 495**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $ax = a - 1$
2) $(a-b)\cdot x = a$
3) $ax - bx = c$
4) $ax + b = c$
5) $bx - a = cx + b$
6) $a\cdot(x-a) = x - 2$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 496**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $bx = a + b$
2) $(a+b)\cdot x = b$
3) $ax - x = a$
4) $a + bx = b$
5) $ax - b = bx + a$
6) $x - b = (x+a)\cdot a$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 497**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $ax + b = cx + d$
3) $ax - b = bx - a$
5) $aa^2x - a = x - 1$
3) $ax - a = x - 1$
4) $ax + 1 = a^2 + x$
6) $a\cdot(x-a) + ab = b\cdot(x+b) - ab$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 498**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $ax - c = bx + a$
3) $bx - 2ax = 2a - bx$
5) $x - 1 = b + b^2x$
3) $bx + a = b + ax$
4) $ax - a^2 = b^2 - bx$
6) $a\cdot(ax-1) - b^2x = b\cdot(1-2ax) - 2b^2x$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 499**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $a^2x - a = a^2 - ax$ 3) $a^2x + 1 = a^2 - x$

3) $4x - a^2 = ax - 16$ 4) $4a^2 - x = 4ax$

5) $abx + ab = b + a^2bx$ 6) $bx \cdot (a-b) + a^2x = a \cdot (1-bx) + b \cdot (1-2bx)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 500**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $a \cdot (x-b) = b \cdot (x+a)$

2) $2a \cdot (x-1) = a \cdot (x-1) + b \cdot (x+1)$

3) $2b^2 \cdot (x-1) - a^2 = x \cdot (3b^2 - a^2) - b^2$

4) $a \cdot (b-3a) + abx = b \cdot (2a - bx) - 2a^2$

5) $3b^2x - b \cdot (1+4bx) = 4a - a \cdot (ax+3)$

6) $-3x \cdot (a+b) - a^2 = -2ax - b \cdot (b+4x)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 501**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $bx \cdot (2+a) - b \cdot (a-2) = b \cdot (x+1)$

2) $a \cdot (ax - a - 2b) - bx \cdot (2a-b) - b^2 = 0$

3) $2abx - ab \cdot (2b-a) = bx \cdot (a-b) - ab \cdot (b-2a)$

4) $a^2 \cdot (x+1) + b = x \cdot (2b - a^2) + 2a^2$

5) $a \cdot (x+2) - 2bx = ax - 2 \cdot (bx - a)$

6) $b^2 \cdot (a-x) - 3a^2b = abx - 2b \cdot (a^2 + bx)$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 502**

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue) :

1) $(a+b) \cdot (x+1) = 3a - bx$

2) $(x-a) \cdot (x-b) - x \cdot (x-2a) = a^2$

3) $(a+bx) \cdot (bx+b) = a \cdot (b+1) + b \cdot (1+bx^2)$

4) $x \cdot (a+b)^2 - b \cdot (x+a)^2 = bx \cdot (2b-x) + ab^2$

5) $(x-a) \cdot (x+b) + a \cdot (a+b) = (x+a)^2 - a \cdot (2x-1)$

6) $(x+a)\cdot(x-a)-2b\cdot(b-x)=(x+a)^2$

∇∇∇ EXERCICE 503

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue; $a\neq 0$ et $b\neq 0$):

1) $\dfrac{x}{b}-\dfrac{x}{a}=1$

2) $\dfrac{x}{a}-a=\dfrac{x}{b}-b$

3) $\dfrac{x-a}{b}=\dfrac{x-b}{a}$

4) $\dfrac{x}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a}-\dfrac{x}{b}$

5) $\dfrac{x+a}{a}-\dfrac{x+b}{b}=1$

6) $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{b}$

∇∇∇ EXERCICE 504

Résoudre les équations littérales suivantes (x est l'inconnue; $a\neq 0$ et $b\neq 0$):

1) $\dfrac{x}{ab}-\dfrac{x}{a}=\dfrac{1}{b}-1$

2) $\dfrac{bx}{a}-1=\dfrac{a}{b}-x$

3) $\dfrac{x-a}{a^2b}=\dfrac{x+b}{ab^2}$

4) $\dfrac{ax}{b}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a}{b^2}+\dfrac{2-bx}{b}$

5) $\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{b}{x}+\dfrac{b}{a}$

6) $\dfrac{x+b}{a}+\dfrac{b^2x}{2}=\dfrac{(a+b)^2}{2a^2}+\dfrac{x}{a}$

∇∇∇ EXERCICE 505

Quelles valeurs doit prendre a pour que l'équation $2ax=a+2$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

∇∇∇ EXERCICE 506

Quelles valeurs doit prendre a pour que l'équation $x\cdot(a-5)=a+1$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

∇∇∇ EXERCICE 507

Quelles valeurs doit prendre a pour que l'équation $3a=x\cdot(4-a)$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

∇∇∇ EXERCICE 508

Quelles valeurs doivent prendre a et b pour que l'équation $x\cdot(2a-1)=2b+1$

1) ait une solution unique?

2) n'ait aucune solution?

3) ait une infinité de solutions ?

∇∇∇ **EXERCICE 509**

Quelles valeurs doivent prendre a et b pour que l'équation $2x\cdot(3a+1)=2\cdot(b-\frac{1}{2})$

1) ait une solution unique ?

2) n'ait aucune solution ?

3) ait une infinité de solutions ?

Exercice de développement

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 510**

Soient les applications f et g définies dans $\mathbb{R}$ par

- $f : x \longmapsto -x^2 + 4$
- $g : x \longmapsto 2x + 1.$

Représenter graphiquement ces applications et chercher pour quels x on a : $f(x) = g(x)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 511**

Soient les applications h et k définies dans $\mathbb{R}$ par

- $h(x) = x^2 - 9$
- $k(x) = 0$

Représenter graphiquement ces applications et chercher pour quels x on a : $h(x) = k(x)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 512**

Soient les applications m et n définies dans $\mathbb{R}$ par

- $m : x \longmapsto (x-2)^2$
- $n : x \longmapsto (2-x)\cdot(x+8).$

Représenter graphiquement ces applications et chercher pour quels x on a : $m(x) = n(x)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 513**

Résoudre les équations suivantes :

1) $\dfrac{2x-3}{3} = \dfrac{3x+1}{2}$

2) $\dfrac{4}{2x-4} = \dfrac{3}{x-5}$

3) $\dfrac{x-1}{2x-1} = -\dfrac{1}{2}$

4) $\dfrac{x}{x-1} = \dfrac{x-1}{x-4} - \dfrac{2x-1}{2x+3} = \dfrac{2x+5}{2x+1}$

5) $\dfrac{5}{2x-1} = \dfrac{2x+1}{3}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 514**

Quel est le nombre qu'il faut ajouter au numérateur et au dénominateur de la fraction $\dfrac{5}{8}$ pour que la nouvelle fraction soit égale à 4 ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 515**

Le dénominateur d'une fraction dépasse de 4 son numérateur. Si on ajoute 3 au numérateur et au dénominateur, on obtient une fraction égale à $\dfrac{2}{3}$. Quelle est la fraction dont on est parti ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 516**

Trouver deux nombres, sachant que l'un est le double de l'autre et que, si on retranche 12 à chacun de ces nombres, le quotient est égal à 6. Combien existe-t-il de solutions ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 517**

La différence de deux nombres est 51. En faisant la division euclidienne de l'un par l'autre, on obtient 5 pour quotient, avec un reste de 3. Quels sont ces nombres?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 518**

Au camp de ski, si on fait des groupes de 8 élèves, il reste 3 élèves. Si on fait des groupes de 11, il reste 7 élèves. Le nombre de groupes de 8élèves est supérieur de 2 au nombre de groupes de 11 élèves. Trouver le nombre d'élèves participant à ce camp de ski.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 519**

Résoudre ces équations :

1) $x^2 - 2x = 0$
2) $2x^2 + 3x = 0$
3) $x^2 + 2x + 1 = 0$
4) $4x^2 - 12x + 9 = 0$
5) $x^2 + x - 6 = 0$
6) $x^2 - 4x - 5 = 0$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 520**

Résoudre ces équations :

1) $2x^2 = 6x$
2) $5x = 3x^2$
3) $9x^2 + 4 = -12x$
4) $25x^2 = 10x - 1$
5) $x^2 + 12x = 7x$
6) $x^2 = 12x - 4x$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 521**

Résoudre ces équations :

1) $3x^2 + 7x + 1 = 1 - 5x$
2) $2x^2 + x - 5 = 2x - 5$
3) $16x^2 - 12x + 5 = 12x - 4$
4) $x^2 - 8x - 2 = -3x^2 - 6$
5) $-x^2 + 2x + 4 = 7x - 2x^2$
6) $4x^2 - 9x + 4 = 1 - x$

∇∇∇ EXERCICE 522

1) Résoudre les équations suivantes :

• $A^2-3A-4=0$	$A=$	ou	$A=$
• $G^2-6G=16$	$G=$	ou	$G=$
• $S^2-15=-2S$	$S=$	ou	$S=$
• $R^2+R=5R+12$	$R=$	ou	$R=$
• $2D^2+6D-1=-1$	$D=$	ou	$D=$
• $I^2+I-81=I$	$I=$	ou	$I=$
• $U^2-2U+1=7-3U$	$U=$	ou	$U=$
• $4E^2-18E-10=0$	$E=$	ou	$E=$
• $m^2+1=2M$	$M=$	ou	$M=$
• $2N^2-15=N^2+2N+20$	$N=$	ou	$N=$

2) Déchiffrer ce message en remplaçant chaque chiffre par la lettre qui lui correspond dans la liste ci-dessus :

856460 4915 153 5798153

∇∇∇ EXERCICE 523

Soit l'application $f(x)=x^2+5x+6$ définie dans $\mathbb{R}$. En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

1) l'axe des abscisses ?

2) l'axe des ordonnées ?

∇∇∇ EXERCICE 524

Soit l'application $g \longmapsto x^2+2x-35$ définie dans $\mathbb{R}$. En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

1) l'axe des abscisses ?

2) l'axe des ordonnées ?

∇∇∇ EXERCICE 525

Soit l'application $h \longmapsto -x^2+8x-12$ définie dans $\mathbb{R}$. En quels points le graphique de cette application coupe-t-il

1) l'axe des abscisses ?

2) l'axe des ordonnées ?

∇∇∇ EXERCICE 526

Trouver les trois côtés d'un triangle rectangle, sachant que l'hypoténuse mesure 4cm de plus qu'un des côtés de l'angle droit et que ce côté mesure 4cm de plus que l'autre côté de l'angle droit.

∇∇∇ EXERCICE 527

Katia va faire des achats en ville. Lors d'un premier achat, elle dépense 10fr. de moins que la moitié de ce qu'elle a dans son porte-monnaie. Son deuxième achat lui coûte 30 fr. de plus que le tiers de son avoir initial. En rentrant, elle constate qu'il lui reste le dixième de la somme qu'elle avait en partant. Combien avait-elle ?

∇∇∇ EXERCICE 528

Dans une équipe de football, un joueur reçoit 100 fr. pour un match gagné, 70fr. pour un match nul et 40 fr. pour un match perdu. Après 28 parties, il n'y a pas eu de résultat nul. Sachant qu'un joueur qui a disputé toutes les rencontres a gagné 2380 fr., trouver le nombre de parties gagnées, nulles et perdues.

∇∇∇ EXERCICE 529

La largeur d'un rectangle est égale à la moitié de sa longueur. Si on augmentait les dimensions de ce rectangle de 5 m, l'aire augmenterait de 25 m^2. Calculer les dimensions du rectangle.

∇∇∇ EXERCICE 530

Trouver un nombre de deux chiffres sachant que le chiffre des dizaines est supérieur de 3 au chiffre des unités et que si on enlève 27 au nombre, on obtient le nombre renversé. Combien existe-t-il de solutions ?

∇∇∇ EXERCICE 531

Écrire un énoncé pour chacun des problèmes dont voici la mise en équation :

1) Un nombre : x

$$\frac{4}{5}x + 15 = x - \frac{1}{10}x$$

2) Longueur du rectangle : x

Largeur du rectangle : $\frac{2}{3}x$

$$2 \cdot (x + \frac{2}{3}x) = 180$$

3) Une somme d'argent : x

$$70 = x - (\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x)$$

4) Part de la 1re personne : $\frac{2}{5}x$

Part de la 2e personne : x

Part de la 3e personne : $x - 150$

$$\frac{2}{5}x + x + (x - 150) = 4650$$

5) Âge de Vincent : x

Âge de François : $5x$

$$3 \cdot (x + 10) = 5x + 10$$

6) Nombre de spectateurs au parterre : x

Nombre de spectateurs au balcon : $360 - x$

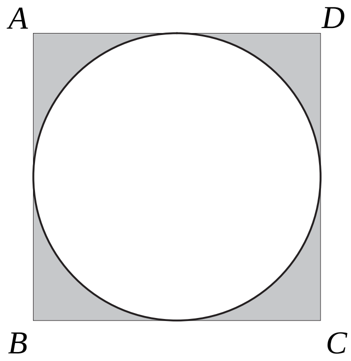
$$3760 = 10x + 12 \cdot (360 - x)$$

7) Rayon : x

$\pi \simeq 3{,}14$

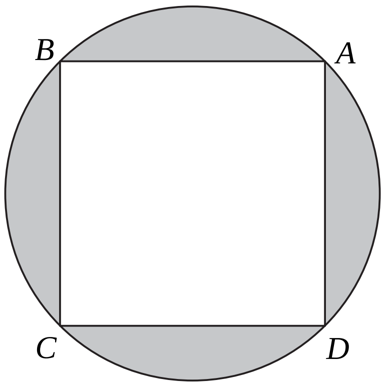
$$(x+3)^2 \cdot 3{,}14 - x^2 \cdot 3{,}14 = 348{,}56$$

∇∇∇ EXERCICE 532



Calculer le périmètre du disque inscrit dans le carré *ABCD*, sachant que l'aire de la surface ombrée est de 123,84cm^2.
(On prendra l'approximation $\pi \simeq 3{,}14$.)

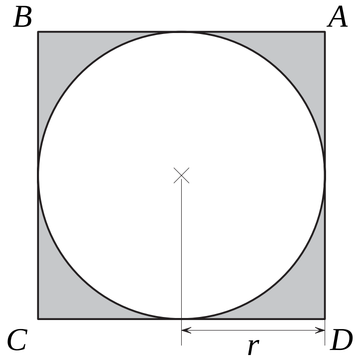
∇∇∇ EXERCICE 533



Calculer l'aire du carré *ABCD*, sachant que l'aire de la surface ombrée est de 54,72cm^2.
(On prendra l'approximation $\pi \simeq 3{,}14$.)

∇∇∇ EXERCICE 534

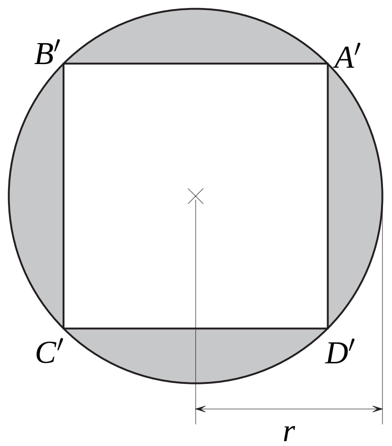
<u>1re partie</u>



ABCD est un carré.
Désignons par A_1 l'aire de la surface ombrée.

1) Trouver une formule qui permette de calculer A_1 en fonction de r.
2) Calculer A_1 si $r = 10$ cm.
3) Exprimer r en fonction de A_1.
4) Trouver une formule qui permette de calculer le périmètre du disque en fonction de A_1.

<u>2e partie</u>



$A'B'C'D'$ est un carré.
Désignons par A_2 l'aire de la surface ombrée.

1) Trouver une formule qui permette de calculer A_2 en fonction de r.

2) Calculer A_2 si $r = 10$ cm.

3) Trouver une formule qui permette de calculer l'aire du carré $A'B'C'D'$ en fonction de A_2.

Quelle approximation de π faudrait-il prendre pour que A_1 et A_2 aient la même valeur approximative ?

Chapitre 5

Les systèmes d'équations du 1^er^ degré

Théorie

5.1 L'ÉQUATION DU 1er DEGRÉ À 2 INCONNUES

Considérons l'équation $\boxed{2x - y = 4}$.

Cherchons des couples de nombres $(x; y)$ qui vérifient cette égalité.

Exemple Si $\boxed{x = 0}$ alors $\boxed{y = -4}$ car

si $2x - y = 4$ et $x = 0$,

alors
$$\begin{aligned} 2 \cdot 0 - y &= 4, \\ -y &= 4, \\ y &= -4. \end{aligned}$$

Le couple $(0; -4)$ vérifie donc l'équation 2x - y = 4.

De même, si $\boxed{x = -1}$ alors $\boxed{y = -6}$.

Le couple $(-1; -6)$ vérifie donc l'équation $2x - y = 4$.

Si $\boxed{x = \frac{1}{2}}$ alors $\boxed{y = -3}$.

Le couple $(\frac{1}{2}; -3)$ vérifie donc l'équation $2x - y = 4$.

Chaque fois qu'on remplace x par un nombre dans l'équation, on obtient une valeur correspondante pour y.

On voit ainsi qu'il existe une infinité de couples qui vérifient cette équation.

Ces couples forment l'**ensemble des solutions**, qu'on peut noter

$$\boxed{S = \{(x; y) \quad \text{tel que} \quad 2x - y = 4\}}.$$

ATTENTION Dire que cette équation a une infinité de solutions ne signifie pas qu'elle soit vérifiée par tout couple de nombres.

Exemple Le couple $(0;0)$ ne vérifie pas l'équation $2x-y=4$.
En effet : $2\cdot 0-0\neq 4$.

Interprétation géométrique

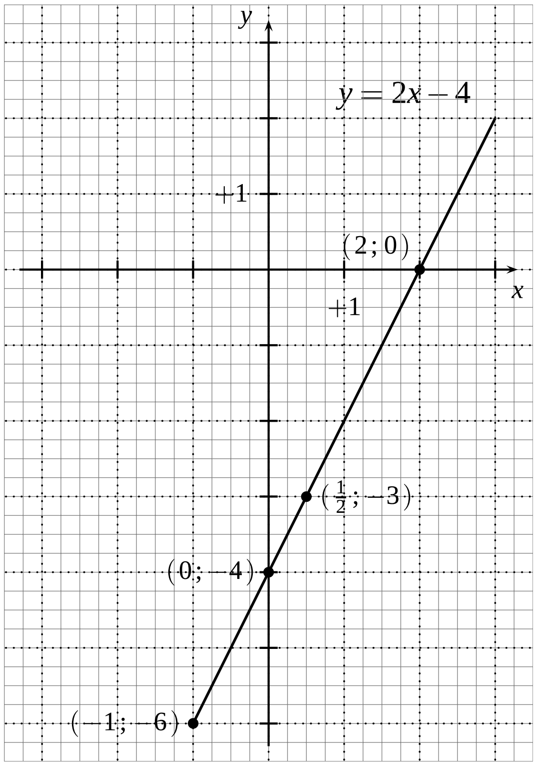
L'équation

$$2x-y=4$$

peut aussi s'écrire :

$$y=2x-4.$$

On reconnaît là l'équation d'une droite (voir le Chapitre 3).
On voit ainsi que les couples de nombres $(x;y)$ qui sont solutions de l'équation $2x-y=4$ peuvent être représentés graphiquement par les points de la droite d'équation $y=2x-4$.
L'ensemble des solutions de l'équation $2x-y=4$ peut donc être représenté graphiquement par la droite d'équation $y=2x-4$, comme ci-contre.



Plus généralement :
Une équation du 1er degré à deux inconnues x et y s'écrit :

$$\boxed{ax+by=c}\,,\quad \text{où}\quad a,b,c\quad \text{sont des nombres donnés.}$$

Si $a\neq 0$ ou $b\neq 0$, cette équation admet une infinité de solutions. Graphiquement, l'ensemble de ses solutions peut être représenté par une droite.

Exercices 535 à 538

5.2 LES SYSTÈMES D'ÉQUATION DU 1er DEGRÉ À 2 INCONNUES

Considérons maintenant deux équations du 1er degré à deux inconnues (x et y) :

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\begin{cases} 2x - \ \ y = 4 \\ \ \ x + 2y = 2. \end{cases}$$

On se demande s'il existe des couples de nombres $(x; y)$ qui vérifient à la fois ① et ②.

On dit qu'il s'agit d'un **système** de deux équations du 1er degré à deux inconnues.

Une **solution** de ce système est un couple de nombres $(x; y)$ qui vérifie chacune des deux égalités.

Résoudre ce système, c'est trouver toutes ses solutions.

L'ensemble

$$S = \{(x; y) \mid \quad 2x - y = 4 \quad \text{et} \quad x + 2y = 2\}$$

s'appelle l'ensemble des solutions du système.

Comment fait-on pour résoudre un tel système ? Nous allons voir une méthode graphique et deux méthodes algébriques.

5.2.1 RÉSOLUTION GRAPHIQUE

On veut résoudre le système

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\begin{cases} 2x - \ \ y = 4 \\ \ \ x + 2y = 2. \end{cases}$$

Considérons d'abord l'ensemble S_1 des solutions de la première équation. Il peut être représenté graphiquement par une droite.

Pour trouver deux points de cette droite, on cherche deux couples vérifiant l'équation

$$① \qquad 2x - y = 4.$$

Si x = 0, alors y = -4; donc le couple $(0; -4)$ vérifie ①.

Si y = 0, alors x = 2; donc le couple $(2; 0)$ vérifie ①.

La droite qui représente l'ensemble S_1 des solutions de ① passe donc par les points $(0; -4)$ et $(2; 0)$.

Considérons maintenant l'ensemble S_2 des solutions de la seconde équation,

$$② \quad x + 2y = 2.$$

Cet ensemble aussi peut être représenté graphiquement par une droite.

On voit facilement que les couples $(0; 1)$ et $(2; 0)$ vérifient ②.

La droite qui représente l'ensemble S_2 des solutions de ② passe donc par les points $(0; 1)$ et $(2; 0)$.

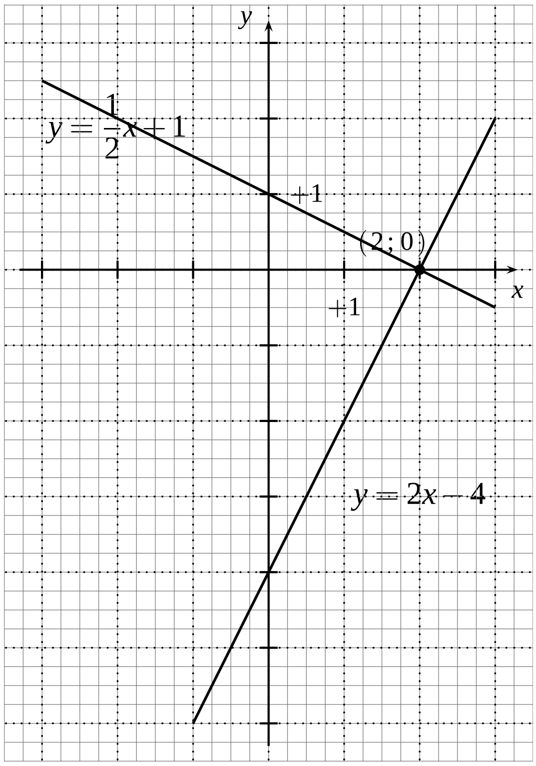
Remarque

- L'équation ① 2x - y = 4 peut s'écrire $y = 2x - 4$.

- L'équation ② x + 2y = 2 peut s'écrire $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

Ce sont là les équations des droites qui représentent graphiquement les solutions de ① et de ②.

Traçons ces deux droites en utilisant le même système d'axes :



Le point d'intersection des deux droites est le point $(2;0)$.

Ceci nous indique que la solution du système d'équations est le couple $(2;0)$.

Autrement dit, pour vérifier l'égalité dans chacune des équations ① et ②, il faut prendre $x = 2$ et $y = 0$.

On dira : la solution du système d'équations est le couple $(2;0)$.

Si S désigne l'ensemble des solutions du système d'équations, on peut écrire :

$$S = \{(2;0)\}.$$

Exercices 539 à 541

5.2.2 RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE

Nous avons le choix entre deux méthodes.

Chacune de ces méthodes nous ramène à deux équations, chacune à une inconnue (équations qu'on sait résoudre).

Première méthode : la résolution par addition

On multiplie les deux membres de chaque équation par un facteur approprié, de sorte qu'en **additionnant** ensuite membre à membre les équations, on obtienne une équation à une inconnue.

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{rl} 2x - y = 4 & \mid \cdot 2 \\ x + 2y = 2 & \mid \cdot 1 \end{array}\right. \qquad \begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\left\{\begin{array}{r} 4x - 2y = 8 \\ x + 2y = 2 \\ \hline 5x = 10 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

En remplaçant maintenant x par 2 dans ① (ou dans ②), on obtient une équation pour y .

Remplaçons x par 2 dans ①:
$$\begin{aligned} 2x-y&=4\\ 4-y&=4\\ y&=0 \end{aligned}$$
La solution du système est donc le couple $(2\,;0)$.

Seconde méthode : la résolution par substitution

On emploie une des équations pour exprimer une des inconnues en fonction de l'autre. Puis on **substitue** le résultat dans l'autre équation.

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\begin{cases} 2x-\;\;y=4 \\ \;\;x+2y=2 \longrightarrow \boxed{x=2-2y} \end{cases}$$

Substituons cette expression de x dans ①:

$$\begin{aligned} 2x-y&=4\\ 2\cdot(2-2y)-y&=4\\ 4-4y-y&=4\\ 4-5y&=4\\ -5y&=0\\ y&=0 \end{aligned}$$

Remplaçons maintenant y par 0 dans ① : on trouve
$$\begin{aligned} 2x-0&=4\\ x&=2 \end{aligned}$$

La solution du système est donc le couple $(2\,;0)$.

5.2.3 DEUX EXEMPLES

Exemple 1 Résoudre par <u>addition</u> le système d'équations suivant :

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\begin{cases} 2x+3y=5 & |\cdot 3 \\ 3x-4y=-1 & |\cdot(-2) \end{cases} \qquad \begin{matrix} ①' \\ ②' \end{matrix}\begin{cases} 6x+9y=15 \\ -6x+8y=2 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} 17y&=17\\ y&=1 \end{aligned}$$

Substituons cette valeur de y dans ①:

$$\begin{aligned} 2x+3y&=5\\ 2x+3&=5\\ 2x&=2\\ x&=1 \end{aligned}$$

La solution de ce système d'équations est le couple $(1;1)$.

L'ensemble des solutions peut s'écrire : $S = \{(1\ ;\ 1)\}$.

Vérification en prenant $x = 1$ et $y = 1$, on a bien :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2\cdot 1+3\cdot 1=5 \\ 3\cdot 1-4\cdot 1=-1. \end{cases}$$

Exemple 2 Résoudre par substitution| le système d'équations suivant :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} x+2y=9 \\ 2x-y=8 \longrightarrow \boxed{y=2x-8} \end{cases}$$

Substituons cette expression de y dans ① :

$$\begin{aligned} x+2(2x-8) &= 9 \\ x+4x-16 &= 9 \\ 5x &= 25 \longrightarrow \boxed{x=5} \end{aligned}$$

Ensuite, puisque $y = 2x-8$, on a :

$$y = 2\cdot 5-8 \longrightarrow \boxed{y=2}$$

La solution de ce système d'équations est le couple $(5;2)$.

Vérification en prenant $x = 5$ et $y = 2$, on a bien :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 5+2\cdot 2=9 \\ 2\cdot 5-2=8. \end{cases}$$

5.3 LA FORME GÉNÉRALE D'UN SYSTÈME DE 2 ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ À 2 INCONNUES

Un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues peut s'écrire :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

où x et y sont les deux inconnues et a, b, c, a', b', c' sont des nombres donnés.

Dans les exemples que nous avons traités, l'ensemble des solutions d'un tel système peut être représenté graphiquement par l'intersection de deux droites.

En fait, trois cas peuvent se présenter.

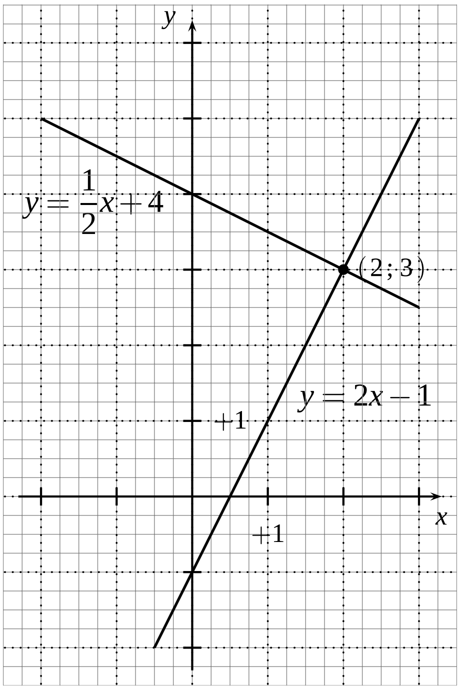
1er cas

Le système admet une <u>solution unique</u>. Les deux droites se coupent en un seul point.

Exemple

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

<u>Graphiquement</u>



<u>Algébriquement</u>

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2x - y = 1 & \mid \cdot 2 \\ x + 2y = 8 & \mid \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$5x = 10$$
$$x = 2$$

Dans ② : $\quad 2 + 2y = 8$

$$2y = 6$$
$$y = 3$$

Pour l'ensemble des solutions, on peut écrire :

$$\boxed{S = \{(2 ; 3)\}}.$$

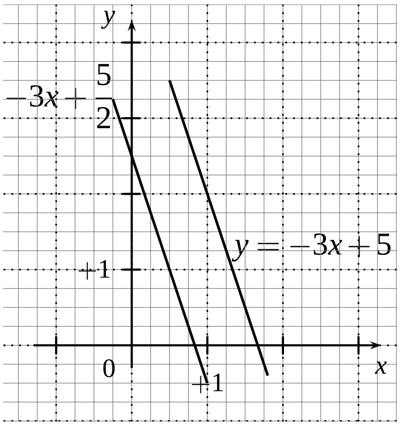
la solution est unique

<u>2^e cas</u>

Le système n'admet <u>aucune solution</u>. Les deux droites sont parallèles et distinctes.

Exemple $\quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + 2y = 5 \end{cases}$

<u>Graphiquement</u>



pas de point d'intersection

<u>Algébriquement</u>

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 3x + y = 5 & \mid \cdot(-2) \\ 6x + 2y = 5 & \mid \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} -6x - 2y = -10 \\ 6x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$0x + 0y = -5$$

Cette égalité n'est jamais vérifiée.
On peut écrire, pour l'ensemble des solutions,

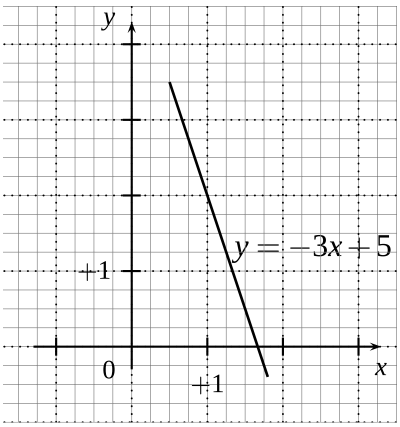
$$\boxed{S = \emptyset}$$

pas de solution

3e cas Le système admet une infinité de solutions. Les deux droites sont confondues.

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 3x+y=5 \\ 6x+2y=10 \end{array}\right.$$

Graphiquement



une infinité de points d'intersection

Algébriquement

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{rl} 3x+\ \ y=5 & \mid \cdot(-2) \\ 6x+2y=10 & \mid \cdot 1 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{l} ①' \\ ②' \\ \\ \end{array}\left\{\begin{array}{r} -6x-2y=-10 \\ 6x+2y=10 \\ \hline 0x+0y=0 \end{array}\right.$$

Ceci nous indique que le système répète deux fois la même équation (ce qu'on peut voir en multipliant l'équation ① par 2).
On peut écrire, pour l'ensemble des solutions,

$$\boxed{S=\{(x\ ;\ y)|\ 3x+y=5\}}$$

une infinité de solutions

Exercices 542 à 554

5.4 LA MISE EN ÉQUATIONS D'UN PROBLÈME

Problème Nora dit à Adrien : « Si tu me donnes 5 disques, j'en aurai autant que toi. » Adrien lui répond : « Si c'est toi qui m'en donnes 5, j'en aurai le double de toi. » Combien ont-ils de disques chacun ?

Réslution Choix des inconnues

$x =$ nombre de disques de Nora

$y =$ nombre de disques d'Adrien

Expression des données en fonction des inconues

$x+5 =$ nombre de disques de Nora si le 1er échange a lieu

$y-5 =$ nombre de disques d'Adrien si le 1er échange a lieu

$x-5 =$ nombre de disques de Nora si le 2e échange a lieu

$y+5 =$ nombre de disques d'Adrien si le 2e échange a lieu

Écriture et résolution du système d'équations

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x+5=y-5 \\ 2\cdot(x-5)=y+5 \end{array}\right.$$

Regroupons dans chaque équation les inconnues dans le membre de gauche, les constantes dans le membre de droite. Le système s'écrit alors :

$$\begin{array}{c} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} x-y=-10 & |\cdot(-1) \\ 2x-y=15 & |\cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} -x+y=+10 \\ 2x-y=15 \end{cases}$$
$$x=25$$

Substituons cette valeur de x dans ①' :

$$\begin{aligned} 25-y&=-10 \\ -y&=-35 \\ y&=35 \end{aligned}$$

Réponse Nora a 25 disques et Adrien en a 35.

Exercices 555 à 579

5.5 LES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU 1^er DEGRÉ À PLUS DE 2 INCONNUES (Section S - NA)

Première méthode : la résolution par addition

Considérons le système suivant :

$$\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x-y+2z=0 \\ x-2y+3z=1 \\ 2x-y+z=3 \end{cases}$$

En multipliant certaines des équations par un nombre judicieusement choisi, puis en les additionnant membre à membre, on obtient un système de deux équations à deux inconnues (qu'on sait résoudre).

On trouve ainsi les valeurs qu'il faut donner à ces deux inconnues pour vérifier le système.

En reportant ensuite ces deux valeurs dans une des équations du système, on trouve la valeur qu'il faut donner à la troisième inconnue.

Voici les coefficients par lesquels nous multiplierons les équations :

$$\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x-y+2z=0 & |\cdot(+1) & |\cdot(-2) \\ x-2y+3z=1 & |\cdot(-1) & | \\ 2x-y+z=3 & | & |\cdot(+1) \end{cases}$$

Effectuons les calculs indiqués :

$$\begin{array}{r} ① \\ ②' \\ ④ \end{array}\begin{cases} x-y+2z=-1 \\ -x+2y-3z=-1 \end{cases} \quad \overline{\qquad y-z=-1} \qquad\qquad \begin{array}{r} ①' \\ ③ \\ ⑤ \end{array}\begin{cases} -2x+2y-4z=0 \\ 2x-y+z=3 \end{cases} \quad \overline{\qquad y-3z=3}$$

On obtient ainsi les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{r} ④ \\ ⑤ \end{array}\begin{cases} y-z=-1 & \mid \cdot(+1) \\ y-3z=3 & \mid \cdot(-1) \end{cases} \qquad\qquad \begin{array}{r} ④ \\ ⑤' \\ ⑥ \end{array}\begin{cases} y-z=-1 \\ -y+3z=-3 \end{cases} \quad \overline{\qquad 2z=-4} \quad z=-2$$

Calculons maintenant y en remplaçant z par -2 dans ④ :

$$y-(-2)=-1 \qquad\qquad \boxed{y=-3}$$

Calculons enfin x en remplaçant y par -3 et z par -2 dans ① :

$$\begin{aligned} x-(-3)+2\cdot(-2)&=0 \\ x+3-4&=0 \qquad\qquad \boxed{x=1} \end{aligned}$$

On dira : la solution du système est le triplet $(\ 1\ ;\ -3\ ;\ -2\ )$.

Seconde méthode : la résolution par substitution

Cette méthode procède par quatre étapes que nous allons décrire en résolvant le système

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+3y+z=3 \\ 2x+2y+z=8 \\ x+2y-z=0 \end{cases}$$

<u>Marche à suivre</u> :

1re étape :	Exprimer une des inconnues en fonction des autres, à partir d'une des équations.

Avec ③, on a : $z=x+2y$.

2e étape :	Remplacer dans les autres équations cette inconnue par l'expression qu'on vient d'obtenir.

Dans ① :
Dans ② :

$$\begin{array}{r} ①' \\ ②' \end{array}\begin{cases} x+3y+(x+2y)=3 \\ 2x+2y+(x+2y)=8 \end{cases}$$

3e étape :	Réduire les termes semblables. Résoudre ensuite le système de deux équations à deux inconnues ainsi obtenu.

$$\begin{array}{r} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2x+5y=3 & \mid \cdot(+3) \\ 3x+4y=8 & \mid \cdot(-2) \end{cases}$$

Solution : par addition, on trouve $\boxed{y=-1}$, puis $\boxed{x=4}$.

4e étape :	Trouver la valeur de la troisième inconnue en remplaçant, dans une des équations du système à résoudre, les valeurs qu'on vient de trouver.

Dans ① : si on remplace x par 4 et y par -1, on trouve :

$$\begin{aligned} 4+3\cdot(-1)+z &= 3 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

Solution : la solution du système proposé est le triplet $(\ 4\ ;\ -1\ ;\ 2\ )$.

Exercices 580 à 601

Exercices écrits

∇∇∇ EXERCICE 535

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\{(x;y) |\ 2x-5y=5\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 536

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\{(x;y) |\ 5x+2y=7\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 537

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\left\{(x;y) |\ \frac{1}{2}x+4y=6\right\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 538

Représenter graphiquement l'ensemble

$$\{(x;y) |\ x+2y=0\}.$$

∇∇∇ EXERCICE 539

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 2x-3y=4 \\ 3x-y=6 \end{array}\right.$

4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 5x-y=3 \\ x-y=3 \end{array}\right.$

2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} -3x+y=2 \\ x-5y=-10 \end{array}\right.$

5) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}x+3y=4 \\ -2x+y=-3 \end{array}\right.$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x-4y=-3 \\ 3x-2y=1 \end{array}\right.$

6) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 2x-3y=3 \\ 5x-2y=2 \end{array}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 540

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} \frac{2}{3}x-y=2 \\ \frac{1}{3}x-2y=1 \end{array}\right.$

4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 0{,}5x-3y=4 \\ 2x-\frac{1}{2}y=\frac{9}{2} \end{array}\right.$

2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} \frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y=-1 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y=1 \end{array}\right.$

5) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 2x-\frac{1}{2}y=4 \\ 4x-y=8 \end{array}\right.$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x=-4 \\ 4y+3x=8 \end{array}\right.$

6) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 2x-3y=6 \\ y=2 \end{array}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 541

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} 2x-y=-3 \\ 2x-y=3 \end{array}\right.$

2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x=3y-1 \\ -2x+6y=2 \end{array}\right.$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x-3y=3 \\ -\dfrac{1}{2}x=2+2y \end{array}\right.$

4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 3x-\dfrac{1}{2}y=3 \\ 6x-6y=y \end{array}\right.$

5) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} \dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{5}y=2 \\ 2x-y=1 \end{array}\right.$

6) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}y=0 \\ 2x-3y=-8 \end{array}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 542

On veut résoudre les systèmes d'équations suivants par addition. Quel est le moyen le plus simple de procéder ?

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 3x-2y=3 \\ x+2y=-1 \end{array}\right.$

2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 5x+3y=2 \\ 3x-y=1 \end{array}\right.$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 5x-3y=2 \\ 10x-2y=3 \end{array}\right.$

4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 4x-3y=2 \\ 2x-5y=3 \end{array}\right.$

5) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 2x-\dfrac{1}{2}y=4 \\ 3x-y=2 \end{array}\right.$

6) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 3x-y=3 \\ x+y=4 \end{array}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 543

Indiquer la méthode la plus simple pour résoudre les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} 3x-2y=1 \\ 2x+y=4 \end{array}\right.$

2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} x=2y+3 \\ x=y-5 \end{array}\right.$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} y=3 \\ 25x-2y=34 \end{array}\right.$

4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} x=3y \\ 2x-y=4 \end{array}\right.$

5) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{r} \dfrac{1}{2}x+3y=\dfrac{1}{3} \\ x-3y=3 \end{array}\right.$

6) $\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{\begin{array}{l} y=2x-4 \\ y=3x+1 \end{array}\right.$

∇∇∇ EXERCICE 544

Résoudre les systèmes d'équations suivants par addition :

1) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$

4) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 2x-y=-12 \\ x+y=-3 \end{cases}$

2) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 3x-2y=22 \\ 5x+3y=24 \end{cases}$

5) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 7x+4y=9 \\ -2x+3y=14 \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 4x-3y=-17 \\ 5x+8y=14 \end{cases}$

6) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 5x=2y+16 \\ 3y=2x-13 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 545

Résoudre les systèmes d'équations suivants par substitution :

1) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} x=2-y \\ 2x=4-y \end{cases}$

4) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} y=3x+2 \\ y=x-4 \end{cases}$

2) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 3x=5y-6 \\ x=y-10 \end{cases}$

5) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} x=3y-7 \\ 2x=4y-6 \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}y-1 \\ 2x=y-4 \end{cases}$

6) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} y=3x \\ y=x-12 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 546

Résoudre les systèmes d'équations suivants par substitution :

1) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 5x-9y=12 \\ x=3y \end{cases}$

4) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} x-y=11 \\ 2x=3y+25 \end{cases}$

2) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 6x=18 \\ 4x+5y=-8 \end{cases}$

5) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} 5x-2y=1 \\ y=x \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} x=-3 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$

6) $\begin{array}{c}①\\②\end{array}\begin{cases} \dfrac{1}{2}x=11-3y \\ 2x+\dfrac{1}{4}y=-3 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 547

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & 3x = 12 \\ ② & 3y - x = 17 \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & 0{,}2x + 0{,}3y = 0{,}3 \\ ② & 0{,}6x + 0{,}2y = 1{,}6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} ① & 3x + 2y - 21 = 5y \\ ② & 2y + x - 6 = -2x \end{cases}$

5) $\begin{cases} ① & x + 3y = 1{,}5 \\ ② & 3x - 4y = -2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & x + y = 2 \\ ② & 2x + 2y = 8 \end{cases}$

6) $\begin{cases} ① & 4x + 4y = 4 \\ ② & x + y = 1 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 548

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & 2x - 0{,}5y = 0{,}4 \\ ② & 1{,}2x + 3y = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} ① & x + \frac{2}{3}y = 7 \\ ② & x - y = -3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & 4x - 3y - 10 = 0 \\ ② & 3x + 4y + 30 = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \\ ② & x + 2y = 22 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 549

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = -\frac{4}{15} \\ ② & 5x - \frac{y}{2} = \frac{13}{2} \end{cases}$

2) $\begin{cases} ① & x - 2y = 5 \\ ② & \frac{x}{2} - y = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & \frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{3} \\ ② & 3x - \frac{y}{2} = 10 \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & 3x + 2y = 8 \\ ② & 6x - 16 = -4y \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 550

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3}{4} \\ ② & x + \frac{2y}{3} = \frac{3}{2} \end{cases}$

2) $\begin{cases} ① & 2 \cdot (x + y) = 5 \\ ② & \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & 7x - 5 = 6y + 3 \\ ② & y + 7x = 7y + 12 \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & \frac{7}{3}x + y = \frac{1}{3} \\ ② & \frac{4}{3}x - 4y = \frac{28}{3} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 551

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & \dfrac{x}{5} - \dfrac{3y}{4} = 6 \\ ② & \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{4} = \dfrac{11}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① & x = 2y \\ ② & 3x + 2y = 24 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = -\dfrac{1}{6} \\ ② & \dfrac{3x}{5} + \dfrac{y}{4} = -\dfrac{7}{3} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① & x + y = 30 \\ ② & x = \dfrac{2}{3}y \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 552

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & \dfrac{x+20}{2} + \dfrac{3}{2}y = \dfrac{3x-50}{2} - (y+15) \\ ② & x - y = 29 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① & \dfrac{x+2}{4} - \dfrac{y-2}{12} = \dfrac{5}{4} \\ ② & 3x - y = 7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & \dfrac{5}{x} - \dfrac{3}{y} = \dfrac{1}{xy} \\ ② & \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{7}{xy} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① & \dfrac{5y-x}{3} = 5 \\ ② & \dfrac{4y+3x}{4} = 2y - \dfrac{1}{4} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 553

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & \dfrac{1}{2}x - \dfrac{2\cdot(y-2)}{7} = 3 \\ ② & 5\cdot(\dfrac{1}{5}y + \dfrac{3}{4}x) = -\dfrac{y}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① & \dfrac{x+y}{8} + \dfrac{x-y}{6} = 5 \\ ② & \dfrac{x+y}{4} - \dfrac{x-y}{3} = 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & \dfrac{1}{3}x + 0{,}3y = 2 \\ ② & \dfrac{5}{6}x + \dfrac{3}{4}y - 4 = 6 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① & \dfrac{x+1}{y} = \dfrac{1}{4} \\ ② & \dfrac{x}{y+1} = \dfrac{1}{5} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 554

Résoudre algébriquement les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} ① & \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{12} = \dfrac{7}{14} \\ ② & \dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{8} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① & x + y = -\dfrac{9}{4} \\ ② & 2x + 3y = -\dfrac{27}{4} \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & \dfrac{5x-3}{4} - \dfrac{3x-19}{4} = 2 + \dfrac{3y+x}{6} \\ ② & \dfrac{9x-7}{8} - \dfrac{4x-5y}{16} = \dfrac{4x+y-9}{4} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① & \dfrac{15x+8y}{8} = 45 - \dfrac{1}{8} \\ ② & \dfrac{25x-12y}{25} = 10 - \dfrac{19}{25} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 555

Soient deux nombres. Si on ajoute au premier nombre 3 fois le second, on obtient 90. Mais si on ajoute au second nombre 3 fois le premier, on trouve 70. Quels sont ces nombres ?

∇∇∇ EXERCICE 556

Soient deux nombres. En retranchant au premier nombre le double du second, on obtient 21. En ajoutant au second nombre le tiers du premier, on trouve 27. Quels sont ces nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 557**

Soient deux nombres. Si on ajoute au premier les $\frac{3}{4}$ du second, on obtient 14. Mais si on retranche au triple du second les $\frac{3}{10}$ du premier, on obtient la fraction $\frac{69}{2}$. Quels sont ces deux nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 558**

Le quotient de deux nombres est 3 et leur différence est 50. Quels sont ces nombres ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 559**

Dans ma tirelire, j'ai des pièces de 2 fr. et des pièces de 5 fr., soit 15 pièces en tout. Combien ai-je de pièces de chaque sorte, sachant que j'ai 54fr. ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 560**

J'ai dans mon porte-monnaie des pièces de 2 fr. et des pièces de 1 fr., soit 21 pièces en tout. Si les pièces de 2 fr. étaient remplacées par des pièces de 1 fr. et inversement, j'aurais 3 fr. de moins. Combien ai-je ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 561**

Il y a 6 ans, Jean avait 4 fois l'âge de Marie. Dans 4 ans, Jean aura 2fois l'âge de Marie. Quel âge ont-ils maintenant ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 562**

Alexia dit à Christel : « Dans 5 ans, j'aurai 5 fois le quart de ton âge actuel. » Et Christel de lui répondre : « Tiens, tu n'as que 5 ans de plus que moi ! » Calculer l'âge des deux amies.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 563**

Charles a 10 ans de plus que Diana. Dans 5 ans, Diana aura les $\frac{2}{3}$ de l'âge de Charles. Déterminer l'âge de Charles et celui de Diana.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 564**

Si on diminuait de 3 cm la grande diagonale d'un losange et si on augmentait la petite de 1 cm, l'aire diminuerait de 7 cm^2. Si on augmentait la grande diagonale de 4 cm et si on diminuait la petite de 3 cm, l'aire diminuerait de 12cm^2. Calculer les dimensions de ce losange.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 565**

Si on augmentait de 3 m la largeur d'un rectangle et si on diminuait d'autant sa longueur, l'aire ne changerait pas. Si on augmentait la longueur de 5 m et si on diminuait la largeur de 3 m, l'aire augmenterait de 16 m^2. Quelles sont les dimensions du rectangle ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 566**

La largeur d'une piscine rectangulaire est égale aux $\frac{3}{4}$ de sa longueur. Cette piscine est entourée d'une allée large de 3 m, d'une aire de 246 m^2. Calculer les dimensions de la piscine.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 567**

Calculer les dimensions d'un rectangle, sachant que sa diagonale mesure 30dm et que sa largeur est égale aux $\frac{3}{4}$ de sa longueur.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 568**

Calculer la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe par l'origine et par le point $(-2\,;-6)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 569**

Calculer la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe par les points $A(-1\,;-1)$ et $B(7\,;3)$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 570**

La droite d_1 passe par les points $(3\,;0)$ et $(-3\,;-2)$. La droite d_2 est parallèle à d_1 et passe par le point $(-1\,;4)$. Calculer la pente et l'ordonnée à l'origine de d_2.

∇∇∇ EXERCICE 571

Un paysan vend pour 80 fr. le mètre carré deux terrains carrés non contigus. Un des terrains mesure 75 m^2 de plus que l'autre. La somme des périmètres est de 100 m. Quel est le prix de chaque terrain ?

∇∇∇ EXERCICE 572

Un rectangle a 76 cm de périmètre. Si sa largeur était diminuée de 3 cm et sa longueur augmentée de 1 cm, son aire diminuerait de 65 cm^2. Calculer les dimensions de ce rectangle.

∇∇∇ EXERCICE 573

On demande de calculer la pente et l'ordonnée à l'origine des droites d_1 et d_2, sachant que

- d_1 et d_2 sont parallèles,
- l'ordonnée à l'origine de d_2 est le triple de celle de d_1,
- d_1 passe par le point $(2;2)$ et d_2 passe par le point $(-6;0)$.

∇∇∇ EXERCICE 574

Un nombre est formé de deux chiffres. Le chiffre des unités est le double de celui des dizaines. Le nombre, lu à rebours, dépasse de 36 le nombre cherché. Trouver ce nombre.

∇∇∇ EXERCICE 575

Un nombre est formé de quatre chiffres. Le chiffre des dizaines est le double de celui des unités. La somme de ses chiffres est 18. Le nombre ne change pas si on le lit de droite à gauche. Quel est ce nombre ?

∇∇∇ EXERCICE 576

Trouver un nombre de deux chiffres, sachant qu'il est égal au quadruple de la somme de ses chiffres et que le chiffre des unités dépasse de 3 le chiffre des dizaines.

∇∇∇ EXERCICE 577

Un monsieur, ne voulant ni avouer son âge ni mentir, dit : « Si je vivais jusqu'à 100 ans, les $\frac{3}{4}$ du $\frac{1}{3}$ des années qui me resteraient à vivre surpasseraient de 3 ans le $\frac{1}{3}$ des $\frac{5}{8}$ de mon âge. » Quel âge a-t-il ?

∇∇∇ EXERCICE 578

Un enfant achète 26 rails pour son train électrique. Il achète des rails courbes et des rails droits. Un rail courbe coûte 4,40 fr. et un rail droit 3,30 fr. Combien a-t-il acheté de rails de chaque sorte, sachant qu'il a dépensé 97,90fr.?

∇∇∇ EXERCICE 579

Un nombre formé de deux chiffres consécutifs est supérieur de 1 au quintuple de la somme de ses chiffres. Quel est ce nombre ?

Exercices écrits (Section S-NA)

∇∇∇ **EXERCICE 580**

Résoudre les systèmes suivants par addition :

1) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x-2y+5z=15 \\ 2x+3y-z=-6 \\ 3x+2y+4z=7 \end{cases}$ 2) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 2x-y+3z=1 \\ -z+y+3x=2 \\ y+x-2z=1 \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 2u+v=1+\dfrac{1}{2}w \\ 10u-6v=16-2w \\ 2w-v=3-2u \end{cases}$ 4) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 2u+v=1+\dfrac{1}{2}w \\ 10u-6v=16-2w \\ 2w-v=3-2u \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 581**

Résoudre les systèmes suivants par substitution :

1) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x=3-y-z \\ 4x=5y-1 \\ -5+3x=-2y \end{cases}$ 2) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x-y=7 \\ x+z=6 \\ x-2z+3y=48 \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} \dfrac{x}{y}=-\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{y}{z}=-3 \\ x+y+z=1 \end{cases}$ 4) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 2u+v=1+\dfrac{1}{2}w \\ 10u-6v=16-2w \\ 2w-v=3-2u \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 582**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x+y+z=6 \\ 3x+2y-z=4 \\ 5x+3y-2z=5 \end{cases}$ 2) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 3x-5y+2z=26 \\ 2x+3y-5z=11 \\ 7x-9y-3z=63 \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{cases}$ 4) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x-y+z=7 \\ x+y-z=1 \\ -x+y+z=3 \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 583**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} x-y+11=0 \\ 2y+z+6=-3x \\ -7+x=-y-z \end{cases}$ 2) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 2x+3=\dfrac{7}{2}+\dfrac{z}{2} \\ 7x-3z=2-2y \\ 3x-5y+4z=5 \end{cases}$

3) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 4x+z=0 \\ -5z+6y=12 \\ -4+2x+3y=z \end{cases}$ 4) $\begin{array}{c}①\\②\\③\end{array}\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y+2z=7 \\ x+y=3 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 584

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} 0{,}3x+0{,}3z=1{,}2 \\ 0{,}1x-0{,}1z=0{,}8 \\ 0{,}5x+0{,}6y-0{,}3z=6 \end{cases}$ 2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} -w+x-2=0 \\ w+7=0 \\ w+y-x=0 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} -y+z=-2 \\ x=5-y \\ 3z=2y \end{cases}$ 4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} -y+z=6 \\ 2x+2z=18 \\ 100x+100z=400 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 585

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x-y+z=16 \\ x+y-z=6 \\ -x+y+z=-2 \end{cases}$ 2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+y=z-5 \\ z-5=y \\ y=2x+z+y-1 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y=4 \\ x-5=-z \\ 2y+2z=14 \end{cases}$ 4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} \frac{1}{2}x-7=-z-\frac{1}{2}y \\ 6x+3y+3z=9 \\ x-7+2y=-z \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 586

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+y-2z=3 \\ 3x+2y-z=12 \\ 8x-3y-6z=-18 \end{cases}$ 2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+y+z=18 \\ 3x+y+z=22 \\ x+y-6z=-17 \end{cases}$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x-y+2z=0 \\ x-2y+3z=1 \\ 2x-2y+z=3 \end{cases}$ 4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+y=16 \\ x+z=11 \\ 2y-z=15 \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 587

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+y+z=13 \\ 2y-z=0 \\ x-y=1 \end{cases}$ 2) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} \dfrac{2z+y}{x-y}=\dfrac{5}{7} \\ \dfrac{z-x}{5x+y}=\dfrac{3}{5} \\ \dfrac{z+1}{y+10x}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$

3) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} x+2y+4z=8 \\ 2x+3y+5z=12 \\ 3x+11y+7z=20 \end{cases}$ 4) $\begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}\begin{cases} \dfrac{x+y}{x+2y}=\dfrac{7}{11} \\ \dfrac{3y+4z}{x+2y}=\dfrac{4}{11} \\ x+y+z=5 \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 588**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} q = 2 - p & ① \\ 11 + 3q = 2r & ② \\ \frac{2}{5}p + r = 3 & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = -3z & ① \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{5} - 4z = 4 & ② \\ 2x - 18 = -\frac{9y}{5} + 3z & ③ \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 18 - z & ① \\ \frac{2}{3} = \frac{x}{y} & ② \\ \frac{2}{y+z} = \frac{1}{x} & ③ \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{x}{3} + 2y + z = 1 & ① \\ \frac{-3z}{5} - \frac{3}{2} = -\frac{4x}{5} - y & ② \\ z = -x + \frac{4}{3}y & ③ \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 589**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} a + b + c = 30 & ① \\ \frac{a}{3} = \frac{b}{5} & ② \\ \frac{a}{3} = \frac{c}{2} & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = -\frac{2}{3} & ① \\ \frac{1}{x} = -\frac{2}{3} + \frac{1}{z} & ② \\ -\frac{1}{y} = -\frac{1}{6} - \frac{1}{x} & ③ \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 590**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 5a - 2 \cdot (2b - c) + 5 = 2 & ① \\ a + c + 2 = 2 \cdot (b + 1) & ② \\ 3a + 5b - 3c = -14 & ③ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 4y = 6 & ① \\ \frac{1}{2}x + 3y = \frac{11}{2} & ② \\ \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}z = 6 & ③ \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 591**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4u = -8 & ① \\ -4x + y - 2z + 3u = 6 & ② \\ 3x - 4y + z - 2u = -8 & ③ \\ 2x - 3y + 4z - u = 2 & ④ \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x - 3z + u = 10 & ① \\ 5y + z - 4u = 1 & ② \\ 3y + u = 17 & ③ \\ x + 2y + 3u = 25 & ④ \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - 2z = 18 & ① \\ 3y + 4u = 9 & ② \\ -5x + 6u = 5 & ③ \\ 2x + 3u = 8 & ④ \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y + 2z + u = 3 & ① \\ 2y + 3z + 4u = 4 & ② \\ 5z - 6u = 2 & ③ \\ 4u = 1 & ④ \end{cases}$

∇∇∇ **EXERCICE 592**

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} ① & 2v+2x-3w-y=-3 \\ ② & v+w+x=4 \\ ③ & 2v-w=-4 \\ ④ & v+w=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① & \frac{1}{2}x+\frac{y}{4}-z=\frac{45}{4} \\ ② & u+z+y+x=12 \\ ③ & \frac{3}{2}x+y-\frac{1}{2}z=\frac{35}{2} \\ ④ & 3z-2y+25=-x \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 593

Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} ① & 0{,}1x-0{,}1y+0{,}2z=0{,}1+0{,}1u \\ ② & x+y=-(z+2) \\ ③ & 2u-z+(x+y)=0 \\ ④ & 3x-\frac{4y-8z}{2}=7-u \end{cases}$ 2) $\begin{cases} ① & \frac{2}{3}x+\frac{y}{2}=\frac{z}{3}-2u \\ ② & x+\frac{1}{2}z+\frac{5u}{2}=\frac{1+y}{2} \\ ③ & \frac{x}{6}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}-\frac{u}{2}=-1 \\ ④ & u-\frac{1}{2}+\frac{z}{2}=-\frac{3}{2}x-\frac{y}{4} \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & 2w+y=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}x \\ ② & 10-6z=-2x-4y \\ ③ & y+z-v=5 \\ ④ & 4-\frac{w}{2}=\frac{1}{2}\cdot(z-3v) \\ ⑤ & x+z+w=1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} ① & 6x-4y=10 \\ ② & -5+2u=y \\ ③ & 3z=-6x \\ ④ & \frac{1}{2}y=\frac{3}{2}+z \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 594

Une épicière m'a offert des assortiments préparés pour une salade de fruits :

- 1er assortiment : 3 pommes, 4 oranges, 1 poire : 3,70 fr.
- 2e assortiment : 3 pommes, 5 oranges, 1 poire : 4,10 fr.
- 3e assortiment : 3 pommes, 4 oranges, 2 poires : 4,30 fr.
- Calculer mentalement le prix d'une pomme, d'une orange et d'une poire.
- Écrire un système de 3 équations à 3 inconnues et indiquer la méthode la plus simple pour le résoudre.

∇∇∇ EXERCICE 595

Un père donne 6630 fr. à ses trois enfants. Le premier reçoit le double du deuxième et 1870 fr. de plus que le troisième. Calculer la part de chacun.

∇∇∇ EXERCICE 596

Partager 2250 fr. entre trois personnes, de telle manière que la part de la deuxième soit les $\frac{3}{2}$ de la part de la première et que la part de la troisième soit le double de celle de la première.

∇∇∇ EXERCICE 597

Trouver un nombre de trois chiffres, sachant que la somme de ses chiffres est 13, que le chiffre des dizaines est le double de celui des centaines, enfin que le nombre, lu à rebours, dépasse de 99 le nombre cherché.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 598**

Trouver un nombre de trois chiffres, sachant que la somme de ses chiffres est 18, que le chiffre des dizaines est les $\frac{4}{5}$ de la somme des deux autres et que ce nombre surpasse de 396 le nombre renversé.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 599**

Pour chacun des nombres ci-dessous, rédiger un problème qui conduit à un système d'équations dont la résolution permet de découvrir ce nombre :

1) 345
2) 1 234
3) 2 468
4) 86 421

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 600**

Avec son vélomoteur, un adolescent atteint les vitesses suivantes :

- 30 km/h en terrain plat,
- 20 km/h en montée,
- 40 km/h en descente.

Pour aller d'une ville A à une ville B, distantes de 90 km, il met 3 h. Pour revenir de B à A, il lui faut 3 h 30 min. Calculer les longueurs des montées, des descentes et du terrain plat entre A et B.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 601**

Un capital A placé à 3 % pendant 2 ans a rapporté le même intérêt qu'un capital B, placé à 4,5 % pendant 20 mois. Trouver les capitaux A et B, ainsi que l'intérêt produit par chacun, sachant que la somme des capitaux est de 36 000 fr.

Exercices de développements

∇∇∇ EXERCICE 602
Déterminer un nombre de six chiffres, sachant que

- il ne change pas si on le lit à rebours,
- la somme de ses chiffres est 18,
- le chiffre des dizaines est le double du chiffre des milliers,
- la somme du nombre formé par les deux derniers chiffres et de celui formé par les deux premiers chiffres est 77.

∇∇∇ EXERCICE 603
Les côtés d'un triangle mesurent 56 cm, 39 cm et 25 cm. Calculer l'aire de ce triangle. (Indication : calculer la hauteur relative au côté de 56 cm.)

EXERCICE
Dans un triangle ABC, rectangle en A, $\frac{BC}{AC}=\frac{17}{8}$ et $AC+BC=25a$, où a est un nombre.
Calculer l'aire et le périmètre de ce triangle en fonction de a.

∇∇∇ EXERCICE 604
Trouver des nombres x, y et z qui satisfont ces trois conditions :
① $x\cdot y=\dfrac{2}{3}x$ ② $\dfrac{2}{3}x=\dfrac{1}{3}z$ ③ $\dfrac{3}{2}y-z+\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}z.$

∇∇∇ EXERCICE 605
Déterminer les dimensions d'un parallélépipède rectangle, sachant que la somme des longueurs de ses arêtes est de 48 cm, que l'aire totale de ses faces est de 94cm^2 et que son volume est de $60\ \text{cm}^3$.

La résolution de ce problème peut paraître trop difficile. On peut alors essayer de trouver trois entiers dont la somme est 12 et le produit 60.

∇∇∇ EXERCICE 606
Déterminer a, b et c pour que la parabole d'équation $y=ax^2+bx+c$ passe par les points $A(3;10)$, $B(-2;20)$ et $C(5;48)$.

∇∇∇ EXERCICE 607
Déterminer a, b et c pour que la parabole d'équation $y=ax^2+bx+c$ passe par les points $A(0;-5)$, $B(-2;3)$ et $C(\dfrac{1}{2};-\dfrac{5}{4})$.

∇∇∇ EXERCICE 608

1. Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 3F-2U=-4 \\ 8F+4U=36 \end{cases} \qquad F= \qquad\qquad U=$$

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 5I+4S=40 \\ 2I-3S=16 \end{cases} \qquad I= \qquad\qquad S=$$

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 3T-2C=15 \\ T-C=4 \end{cases} \qquad T= \qquad\qquad C=$$

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} L+H=10 \\ 3L-5H=22 \end{cases} \qquad L= \qquad\qquad H=$$

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\begin{cases} 2E-3R=0 \\ 5E-7R=2 \end{cases} \qquad E= \qquad\qquad R=$$

2. Remplacer chaque chiffre par la lettre qui lui correspond pour déchiffrer le message :

4 6 2 9 6 3 1 8 4   6 7   4 6 5 0 0 8 4

Chapitre 6

Rapports et proportions

Théorie

6.1 RAPPORTS ET PROPORTIONS

6.1.1 LE RAPPORT DE DEUX NOMBRES

Si a et b sont deux nombres, le **rapport** du nombre a au nombre b est le quotient $\frac{a}{b}$.

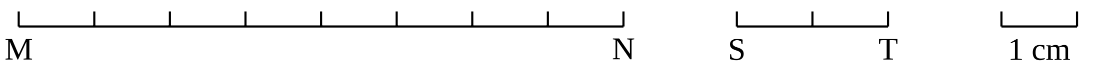
Par exemple,

$\frac{4}{7}$	est le rapport de 4 à 7
$\frac{1{,}25}{8}$	est le rapport de 1,25 à 8
$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}}$	est le rapport de $\frac{3}{5}$ à $\frac{1}{2}$

Remarque On dira que $\frac{7}{4}$ est le **rapport inverse** de $\frac{4}{7}$.

6.1.2 LE RAPPORT DE DEUX GRANDEURS DE MÊME NATURE

Comparons les longueurs des deux segments suivants:



Le segment [MN] mesure 8 cm et [ST] mesure 2 cm.

Le rapport

$$\frac{\text{longueur de [MN]}}{\text{longueur de [ST]}} = \frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 4$$

Nous dirons que la longueur de [MN] est 4 fois celle de [ST].

Le rapport inverse est

$$\frac{\text{longueur de [ST]}}{\text{longueur de [MN]}} = \frac{2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$$

Nous dirons que la longueur de [ST] est le quart de celle de [MN].

Dans cet exemple, les deux grandeurs dont on calcule le rapport sont exprimées *danslammeunit* (en cm). Leur rapport est un **nombre**, et il s'exprime **sans unité**.

Le rapport de deux grandeurs de même nature est le quotient de leurs mesures.

Il s'exprime **sans** unité; c'est un **nombre**.

Remarques 1) Comment s'écrit un rapport ? Nous avons écrit

$$\frac{\text{longueur de [ST]}}{\text{longueur de [MN]}} = \frac{2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$$

On peut écrire ce même rapport de plusieurs manières:

$\frac{1}{4}$	(fraction irréductible)
0,25	(écriture en base 10)
25 %	(pourcentage).

Certains rapports s'expriment par un nombre irrationnel. Par exemple, quel est le rapport de la longueur du cercle à son diamètre ?

Si d est la longueur du diamètre (mesurée en cm), alors la longueur du cercle est de $\pi \cdot d$ cm. On a donc

$$\frac{\text{longueur du cercle}}{\text{longueur du diamètre}} = \frac{\pi \cdot d}{d} = \pi$$

et π n'est pas un nombre rationnel.

Exercices 609 à 618

6.2 PROPORTIONS

Une proportion exprime l'égalité de deux rapports. Voici quatre proportions:

$\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$; $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{10}{2{,}5} = \frac{6}{1{,}5}$

> Une proportion est une égalité de la forme
>
> $$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$
>
> où a, b, c et d sont des nombres (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$).

Reprenons ces quatre exemples; on remarque que

$$\frac{6}{2}=\frac{12}{4} \quad \text{et} \quad 6\cdot 4=2\cdot 12 \qquad\qquad \frac{1}{2}=\frac{5}{10} \quad \text{et} \quad 3\cdot 12=4\cdot 9$$
$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12} \quad \text{et} \quad 3\cdot 12=4\cdot 9 \qquad\qquad \frac{10}{2{,}5}=\frac{6}{1{,}5} \quad \text{et} \quad 10\cdot 1{,}5=2{,}5\cdot 6$$

Ces exemples illustrent la propriété suivante:

$$\boxed{\text{si} \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{alors} \quad ad=bc \ \text{si} \quad \frac{a}{b}\neq\frac{c}{d} \quad \text{alors} \quad ad\neq bc}$$

Cette propriété permet de trouver la solution d'une équation qui est écrite sous la forme d'une proportion.

Exemple Déterminer pour quelle valeur de x on a :

$$\frac{15}{x}=\frac{10}{18}.$$

On peut récrire cette équation sous la forme:

$$15\cdot 18=10\cdot x$$

d'où

$$x=\frac{15\cdot 18}{10}$$

et, en simplifiant la fraction, on trouve

$$x=27.$$

Exercices 619 à 627

6.3 GRANDEURS DIRECTEMENT PROPORTIONNELLES

6.3.1 RAPPEL DE 8^{e} : LE FACTEUR DE PROPORTIONNALITÉ

Considérons la situation suivante:

Un ouvrier gagne 152 fr. pour 8 heures de travail. Pour doubler, tripler, ... son salaire, l'ouvrier doit doubler, tripler, ... son temps de travail.

Exprimons par un tableau la correspondance des grandeurs « heures de travail - salaire »:

temps de travail (en h.)	8	16	24
salaire (en fr.)	152	304	456

$$\boxed{\frac{152}{8}}=\boxed{\frac{304}{16}}=\boxed{\frac{456}{24}}=19$$

Sous le tableau, on a calculé le rapport de chacun des nombres de la seconde ligne au nombre correspondant de la première ligne:

$$\frac{152}{8} = 19 \qquad \frac{304}{16} = 19 \qquad \frac{456}{24} = 19$$

On obtient chaque fois le même résultat: 19.

Donc pour obtenir un nombre de la seconde ligne, il suffit de multiplier par 19 le nombre correspondant de la première ligne.

Ce nombre 19 s'appelle un **facteur de proportionnalité**. Le tableau s'appelle un **tableau de proportionnalité**.

Maintenant qu'on connaît le facteur de proportionnalité, on peut compléter le tableau. On choisit d'abord les nombres de la première ligne. Ensuite on les multiplie par 19 pour calculer les nombres correspondants de la seconde ligne.

Par exemple,

$\cdot 19$	temps de travail (en h.)	4	4	10	16	21	24
	salaire (en fr.)	76	152	190	304	399	456

(on a indiqué le facteur de proportionnalité à gauche du tableau).

Ce tableau comporte deux suites de nombres: ceux de la première ligne,

$$4\;;\quad 8\;;\quad 10\;;\quad 16\;;\quad 21\;;\quad 24$$

et ceux de la seconde ligne,

$$76\;;\quad 152\;;\quad 190\;;\quad 304\;;\quad 399\;;\quad 456$$

On dit que ces deux suites de nombres sont des **suites proportionnelles**.

Et on dit:

– le salaire est proportionnel au temps de travail,

  ou encore:

– le salaire et le travail sont des **grandeurs proportionnelles**.

> Deux suites de nombres sont (directement) proportionnelles si le rapport d'un nombre de la seconde suite au nombre correspondant de la première suite est toujours le même.

Revenons à l'exemple de la page précédente pour résoudre un problème.

Problème Un ouvrier gagne 152 fr. pour 8 h de travail. Quel sera son salaire s'il travaille 20 h ?

Désignons par x le salaire (en fr.) qui correspond à 20 h de travail. Il s'agit de compléter le tableau de proportionnalité suivant:

$\cdot 19$	temps de travail (en h.)	8	20
	salaire (en fr.)	152	x

On peut résoudre ce problème de deux manières.

Première méthode Écrivons une proportion. Puisque le rapport des deux nombres d'une colonne est toujours le même, on doit avoir:

$$\frac{152}{8} = \frac{x}{20}$$

Donc

$$x = \frac{20 \cdot 152}{8} = 380.$$

La réponse est: l'ouvrier gagnera 380 fr. pour 20 h de travail.

Seconde méthode Utilisons le facteur de proportionnalité ; on a vu que pour ce problème, il est égal à 19. Si x désigne le salaire pour 20h de travail, on doit donc avoir:

$$x = 19 \cdot 20 = 380.$$

6.3.2 PROPORTIONNALITÉ ET APPLICATIONS LINÉAIRES

Voici deux suites proportionnelles:

x	-2	-1	0	0,5	1	2	3,5	5
y	-6	-3	0	1,5	3	6	10,5	15

On obtient les nombres de la seconde ligne en multipliant ceux de la première ligne par 3 (3 est le coefficient de proportionnalité).

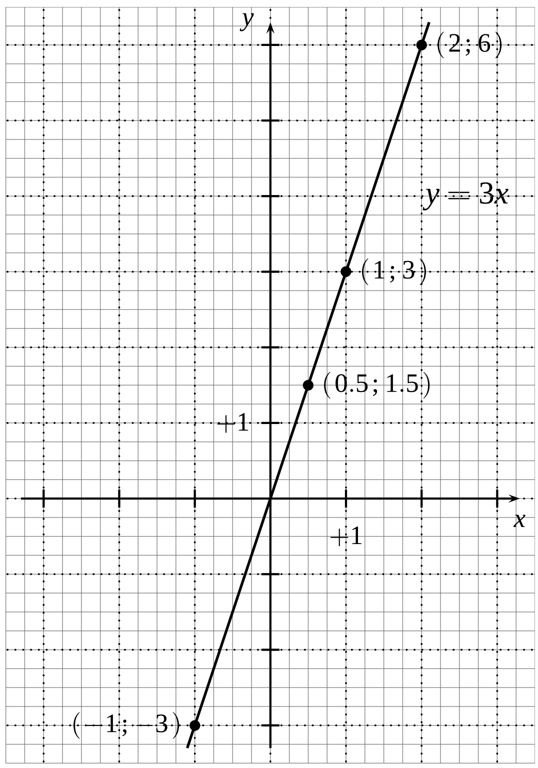
Si x désigne un nombre de la première ligne et si y désigne le nombre correspondant de la seconde ligne, on a donc:

$$y = 3x.$$

On a vu au Chapitre 3 que
f(x) = 3x
est une **application linéaire** et que la représentation graphique de cette application linéaire est la droite d'équation

$$y = 3x.$$

C'est une droite qui passe par l'origine.



6.4 GRANDEURS INVERSEMENT PROPORTIONNELLES

Considérons le problème suivant:

Problème Deux ouvriers mettent 12 heures pour construire un mur. Combien d'heures mettraient 4 ouvriers pour construire le même mur ?

Si on multiplie par deux le nombre d'ouvriers, le nombre d'heures qu'il faudra pour construire le même mur sera divisé par deux.

Exprimons par un tableau la correspondance entre le nombre d'ouvriers et le nombre d'heures qu'il faut à ces ouvriers pour construire le mur:

nombres d'ouvriers	2	1	3	4
nombre d'heures	12	24	8	6

$$\boxed{2\cdot 12} = \boxed{1\cdot 24} = \boxed{3\cdot 8} = \boxed{4\cdot 6} = 24$$

Réponse : 4 ouvriers mettraient 6 heures pour construire ce mur.

Sous le tableau, on a calculé le produit d'un nombre de la seconde ligne par le nombre correspondant de la première ligne:

$$2\cdot 12 = 24 \qquad 1\cdot 24 = 24 \qquad 3\cdot 8 = 24 \qquad 4\cdot 6 = 24$$

On obtient chaque fois le même résultat: 24.

Ce tableau comporte deux suites de nombres: ceux de la première ligne,

$$2 \quad ; \quad 1 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 4$$

et ceux de la seconde ligne,

$$12 \quad ; \quad 24 \quad ; \quad 8 \quad ; \quad 6$$

On dira que ces deux suites de nombres sont des **suites inversement proportionnelles**.

Et on dira :

- le temps qu'il faut pour construire le mur est inversement proportionnel au nombre d'ouvriers, ou encore:
- le nombre d'ouvriers et le temps de construction sont des **grandeurs inversement proportionnelles** (« plus il y a d'ouvriers, moins il faut de temps »).

nombre de la seconde suite par le nombre correspondant de la première suite est toujours le même.

Exercices 628 à 644

6.5 RAPPEL DE 8e: EXEMPLES DE GRANDEURS PROPORTIONNELLES

6.5.1 LE TAUX D'INTÉRÊT

Une somme d'argent (le **capital**) déposée pendant une année sur un compte d'épargne rapporte une certaine somme (l'**intérêt annuel**).

L'intérêt annuel est proportionnel au capital.

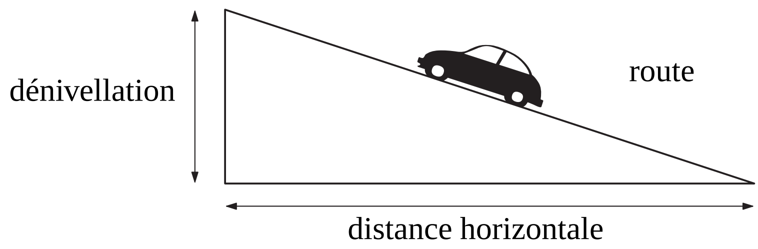
Le facteur de proportionnalité qui permet de calculer l'intérêt annuel, lorsqu'on connaît le capital, s'appelle le **taux d'intérêt**.

Le taux d'intérêt s'exprime en %.

Exercices 656 à 671

6.5.2 LA PENTE D'UNE ROUTE

Lorsqu'une route monte, ou descend, la distance verticale s'appelle la **dénivellation**.



On calcule la pente d'une route en divisant la dénivellation par la distance horizontale.

On mesure les deux longueurs dans la même unité:

$$\boxed{\text{pente d'une route} = \frac{\text{dénivellation}}{\text{distance horizontale}}}$$

Cette pente est le facteur de proportionnalité par lequel il faut multiplier la distance horizontale pour calculer la dénivellation.

La pente d'une route s'exprime généralement en %.

6.5.3 L'ÉCHELLE D'UNE CARTE OU D'UN PLAN

Les distances sur une carte, ou sur un plan, sont proportionnelles aux distances réelles.

Lorsqu'on connaît l'échelle, on peut calculer une distance sur le terrain à partir de la distance sur la carte, ou vice-versa.

Les deux distances doivent être mesurées dans la même unité:

$$\boxed{\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance sur le terrain}}}$$

L'échelle d'une carte s'exprime par une fraction dont le numérateur est 1.

Remarque En dessin technique, il arrive qu'on souhaite représenter un détail, ou une pièce, en **agrandissement**. L'échelle s'exprime alors par une fraction dont le **dénominateur** est 1.

Exemples

sur une carte routière

l'indication « échelle 1 : 25 000 » signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm, c'est-à-dire à 250 m, sur le terrain,

l'indication « échelle 1 : 1 000 000 » signifie que 1 cm sur la carte correspond à 1 000 000 cm, c'est-à-dire à 10 km, sur le terrain ;

sur un plan

l'indication « échelle 1 : 500 » signifie que 1 cm sur le plan correspond à 500cm, c'est-à-dire à 5 m, sur le terrain ;

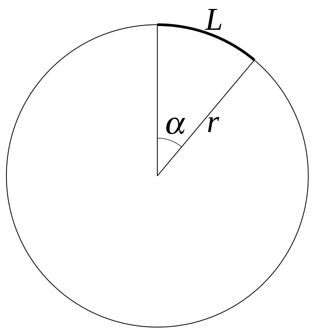
en dessin technique

l'indication « échelle 1 : 20 » signifie que 1 cm sur le plan correspond à 20cm sur l'objet représenté (il s'agit d'une réduction),

l'indication « échelle 5 : 1 » signifie que 5 cm sur le plan correspondent à 1cm sur l'objet représenté (il s'agit d'un agrandissement).

Exercices 645 à 655

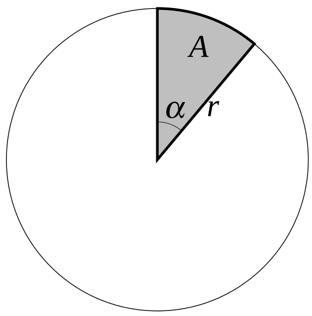
6.5.4 LA LONGUEUR D'UN ARC DE CERCLE, L'AIRE D'UN SECTEUR



La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

Désignons par
L la longueur de l'arc
r le rayon du cercle
α l'angle au centre (en degrés)

$$\frac{\text{longueur de l'arc}}{\text{angle au centre}} \qquad \frac{L}{\alpha} = \frac{2\pi r}{360} \quad \text{d'où} \quad \boxed{L = \frac{\alpha \cdot 2\pi r}{360}}$$



L'aire d'un secteur de disque est proportionnelle à son angle au centre.

Désignons par
A l'aire d'un secteur
r le rayon du cercle
α l'angle au centre (en degrés)

$$\frac{\text{aire}}{\text{angle au centre}} \qquad \frac{A}{\alpha} = \frac{\pi r^2}{360} \quad \text{d'où} \quad \boxed{A = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360}}$$

Exemples 1) Calculer la longueur de l'arc de cercle intercepté par un angle au centre de 40°sur un cercle de 5 cm de rayon.

Si L est la longueur de l'arc, on a:

$$\frac{L}{40} = \frac{2 \cdot 5 \cdot \pi}{360} \quad \text{d'où} \quad L = \frac{10 \cdot \pi \cdot 40}{360} = \frac{10}{9} \cdot \pi \simeq 3{,}5$$

Réponse : La longueur de l'arc de cercle est d'environ 3,5 cm.

2) Calculer l'angle au centre d'un secteur de 17 cm^2 découpé dans un disque de 85 cm^2 d'aire.

Si α est l'angle au centre (en degrés), on a:

$$\frac{85}{360} = \frac{17}{\alpha} \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{17 \cdot 360}{85} = 72$$

Réponse : L'angle au centre est de 72°.

Exercices 672 à 680

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 609**

Exprimer
- par une fraction irréductible ou un nombre entier
- par un nombre écrit en base 10
- en pour cent
- en pour mille

chacun des rapports suivants:

1) le rapport de 56 à 7
2) le rapport de 65 à 26
3) le rapport de 0,6 à 1,25
4) le rapport de 3,5 dm à 7 dm
5) le rapport de 3 m^2 à 15 000 cm^2
6) le rapport de 0,5 dm^3 à 15 dl

∇∇∇ **EXERCICE 610**

Exprimer
- par une fraction irréductible ou un nombre entier
- par un nombre écrit en base 10
- en pour cent
- en pour mille

chacun des rapports suivants:

1) le rapport de 60 à 48
2) le rapport de 1,25 à $\frac{15}{2}$
3) le rapport de $\frac{3}{35}$ à $\frac{4}{7}$
4) le rapport de 0,7 m^2 à 0,35 dam^2
5) le rapport de 520 cm^3 à 13 dl
6) le rapport de 1690 mm à 0,26 hm

∇∇∇ **EXERCICE 611**

Dans une liquidation, on vend 360 fr. un appareil qui coûtait 600 fr. Calculer le pourcentage de remise sur cet appareil.

∇∇∇ **EXERCICE 612**

Un commerçant a acheté un produit au prix de 80 fr. les 100 kg. Il l'a revendu 1,20 fr. le kg. Exprimer son bénéfice en % du prix d'achat.

∇∇∇ **EXERCICE 613**

En raison de la chaleur, un rail de 80 m s'est dilaté de 36 cm. Calculer en $^{o}/_{oo}$ le rapport de la longueur de la dilatation à la longueur du rail.

∇∇∇ **EXERCICE 614**

Un rectangle mesure 12 cm sur 9 cm. Calculer le rapport de la longueur de sa diagonale à la longueur de chacun de ses côtés.

∇∇∇ **EXERCICE 615**

Soit un carré de côté *c*.

1) Exprimer par un nombre exact le rapport de la longueur de la diagonale du carré à la longueur de son côté.

2) Combien mesure la diagonale d'un carré de 10 cm de côté ?

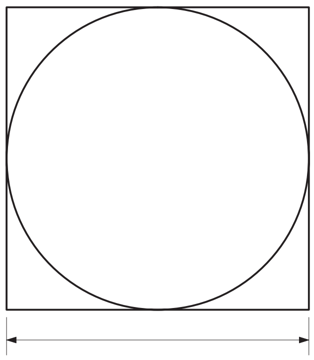
∇∇∇ EXERCICE 616

Soit un triangle équilatéral de côté c.

1) Exprimer par un nombre exact le rapport de la longueur de sa hauteur à la longueur de son côté.

2) Combien mesure la hauteur d'un triangle équilatéral de 20 cm de côté ?

∇∇∇ EXERCICE 617

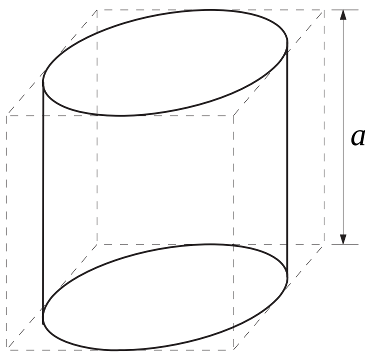


Un disque est inscrit dans un carré de côté c. Exprimer par un nombre exact le rapport

1) du périmètre du disque au périmètre du carré;

2) de l'aire du disque à l'aire du carré.

∇∇∇ EXERCICE 618



Un cylindre est exactement contenu dans un cube d'arête a. Exprimer par un nombre exact le rapport du volume du cylindre au volume du cube.

∇∇∇ EXERCICE 619

Dans chaque cas, calculer x pour que la proportion soit vérifiée:

1) $\dfrac{15}{12} = \dfrac{10}{x}$ 3) $\dfrac{x}{0,5} = \dfrac{0,3}{1,2}$ 5) $\dfrac{3-x}{x} = \dfrac{7}{3}$

2) $\dfrac{6}{4} = \dfrac{x}{5}$ 4) $\dfrac{x}{7} = \dfrac{\frac{3}{7}}{8}$ 6) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{\frac{5}{36}}{x}$

∇∇∇ EXERCICE 620

Dans chaque cas, calculer x pour que la proportion soit vérifiée:

1) $\dfrac{20}{x} = \dfrac{8}{5}$ 3) $\dfrac{\frac{3}{2}x}{\frac{7}{4}} = \dfrac{\frac{8}{5}}{3,5}$ 5) $\dfrac{1-\frac{1}{3}}{5} = \dfrac{3}{x}$

2) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{x}{32}$ 4) $\dfrac{4-x}{x} = \dfrac{8}{3}$ 6) $\dfrac{2x-1}{x+2} = \dfrac{4x-1}{2x+3}$

∇∇∇ EXERCICE 621

Dans chaque cas, calculer x pour que la proportion soit vérifiée:

1) $\dfrac{\frac{3}{2}x}{0{,}3} = \dfrac{1{,}2}{0{,}5}$

2) $\dfrac{15^6}{3^7} = \dfrac{5^8}{x}$

3) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{1{,}25}{x}$

4) $\dfrac{2x-3}{x+1} = \dfrac{3}{7}$

5) $\dfrac{x+4}{4} = \dfrac{5}{x-4}$

6) $\dfrac{2x}{9} = \dfrac{\frac{9}{50}}{x}$

∇∇∇ **EXERCICE 622**

Le rapport des âges de deux personnes est de $\frac{4}{9}$. La plus jeune a 24 ans. Quel est l'âge de l'aînée ?

∇∇∇ **EXERCICE 623**

La différence de deux nombres est égale à 72 et leur rapport est de 7. Quels sont ces nombres ?

∇∇∇ **EXERCICE 624**

Le rapport de deux nombres est de $\frac{5}{16}$ et leur produit est 45. Quels sont ces nombres ?

∇∇∇ **EXERCICE 625**

Un commerçant vend un article en réalisant un bénéfice de 15 % par rapport au prix d'achat. Sachant que ce bénéfice est de 10,50 fr., calculer le prix d'achat de cet article.

∇∇∇ **EXERCICE 626**

Une personne doit verser 912 fr. pour s'acquitter d'une facture sur laquelle un rabais de 5 % lui a été consenti. A combien s'élevait la facture avant le rabais?

∇∇∇ **EXERCICE 627**

Une pharmacienne a mélangé 200 ml d'un liquide contenant 30 % d'alcool et 500 ml d'un liquide contenant 16 % d'alcool. Quel est le pourcentage d'alcool du mélange ?

∇∇∇ **EXERCICE 628**

Les grandeurs suivantes sont-elles directement proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'un ni l'autre ?

1) le prix payé pour des oranges et le poids de ces oranges,
2) le nombre d'ouvriers et le temps nécessaire pour effectuer un certain travail,
3) le nombre d'heures de travail et le salaire,
4) la longueur d'une course en taxi et le prix payé,
5) le temps mis par une voiture pour effectuer un trajet donné et sa vitesse moyenne,
6) à vitesse constante, la distance parcourue et le temps.

∇∇∇ **EXERCICE 629**

Les grandeurs suivantes sont-elles directement proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'un ni l'autre ?

1) le périmètre d'un carré et son côté,
2) l'aire d'un carré et son côté,
3) pour une aire donnée, la largeur d'un rectangle et sa longueur,
4) la distance sur une carte et la distance réelle,

5) la contenance d'un récipient et la masse d'eau qu'il contient lorsqu'il est plein,

6) pour une aire de base donnée, la capacité d'un réservoir et sa profondeur.

∇∇∇ **EXERCICE 630**

Une voiture consomme 5 litres d'essence pour parcourir 80 km.

1) Combien consommera-t-elle pour parcourir 100 km ?

2) Quelle distance peut-elle parcourir avec 24 litres d'essence ?

∇∇∇ **EXERCICE 631**

J'ai mis une heure pour parcourir à pied les 5,4 km qui me séparent de chez mon ami. Je suis revenu à vélo à la vitesse de 18 km/h. Combien de temps ai-je gagné ?

∇∇∇ **EXERCICE 632**

Une voiture consomme 10 cm^3 d'essence pour rouler pendant 16 secondes à 120 km/h. Combien consommera-t-elle de centilitres d'essence pour parcourir 38km à la même vitesse ?

∇∇∇ **EXERCICE 633**

30 ouvriers ont creusé une tranchée en 96 heures. Combien de temps 24 de ces ouvriers auraient-ils mis pour effectuer le même travail ?

∇∇∇ **EXERCICE 634**

Un rectangle a une longueur de 12 cm et une largeur de 4 cm. Quelle est la largeur d'un rectangle de même aire, dont la longueur mesure 16 cm ?

∇∇∇ **EXERCICE 635**

A marée basse, une échelle de coupée, fixée par son sommet au flanc du navire, a 12 échelons hors de l'eau. Ces échelons sont à 25 cm les uns des autres et la mer monte de 75 cm en une heure. Combien d'échelons restera-t-il hors de l'eau après 1 h 30 min de marée montante ?

∇∇∇ **EXERCICE 636**

Deux amis, Henri et Jérôme, ont loué une voiture. Ils ont payé 510 francs. Ils ont parcouru ensemble 1200 km. Henri a ensuite parcouru seul 280 km. Comment répartir équitablement les frais ?

∇∇∇ **EXERCICE 637**

Quatre personnes louent ensemble un chalet. Ils calculent que la part de chacun sera de 150 fr. Une cinquième personne se joint au groupe. Combien chaque personne devra-t-elle payer pour le loyer ?

∇∇∇ **EXERCICE 638**

Le volume de l'eau augmente de 7,5 % en se congelant. Quel volume de glace obtient-on avec 200 litres d'eau ?

∇∇∇ **EXERCICE 639**

Un nénuphar, dont la surface double tous les jours, met 10 jours pour couvrir un étang. Combien de temps auraient mis deux nénuphars de cette espèce pour couvrir ce même étang ?

∇∇∇ **EXERCICE 640**

Un organisateur d'excursions fait des provisions pour 6 jours, prévues pour 12personnes. Finalement, 18 personnes participent à l'excursion. Combien de temps les provisions dureront-elles ?

∇∇∇ **EXERCICE 641**

Une pendule indique l'heure exacte à midi. Le soir, à 7 heures et demie, elle retarde de 3 minutes et 20 secondes. Quelle heure indiquera-t-elle le lendemain matin à 6 heures ?

∇∇∇ **EXERCICE 642**

En roulant à 80 km à l'heure, une voiture met 5 heures pour effectuer un trajet. Combien de temps mettra-t-elle pour parcourir le même trajet à 50 km àl'heure ?

∇∇∇ **EXERCICE 643**

Paquito aimerait aller de Genève au festival de Nyon puis revenir à Genève. La distance de Genève à Nyon est de 25 km. Il a 2,20 fr. en poche. Le réservoir de son boguet est vide. Son vélomoteur consomme 5 litres pour 100 km. Le prix du litre d'essence est de 90 centimes. A-t-il assez d'argent pour faire ce trajet ? Sinon, quelle distance devra-t-il parcourir à pied ?

∇∇∇ **EXERCICE 644**

Lors d'une vente, le rapport du bénéfice au prix de vente est de 20 %. Quel est le rapport du prix de vente au prix d'achat ?

∇∇∇ **EXERCICE 645**

1) Quelle est, en %, la pente de la diagonale d'un carré posé sur un de ses côtés ?

2) Quelle est, en %, la pente de la diagonale d'un rectangle posé sur sa longueur, si sa largeur mesure x mètres et sa longueur 2x mètres ?

∇∇∇ **EXERCICE 646**

Un géomètre remet à un propriétaire le plan d'une parcelle de 80 m sur 55m. Le plan a les dimensions suivantes: 32 cm sur 22 cm. Quelle est l'échelle de ce plan ?

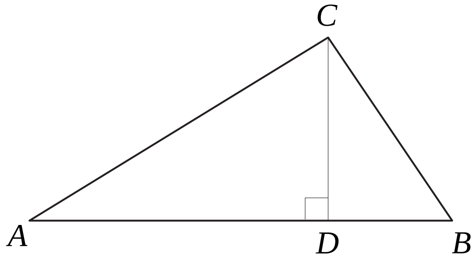
∇∇∇ **EXERCICE 647**

Une carte au 1:25 000 a été reproduite, agrandie 4 fois, dans un journal. Quelle est l'échelle de la carte que les lecteurs du journal ont sous les yeux?

∇∇∇ **EXERCICE 648**

Un élève s'est trompé en calculant la pente d'un funiculaire, et a calculé le rapport de la distance horizontale à la dénivellation. Il a obtenu 400 %. Quelle est la pente véritable ?

∇∇∇ **EXERCICE 649**



ABC est un triangle. La base [AB] mesure 23 cm. La hauteur [CD] mesure 6 cm. Calculer la pente de [BC], sachant que [AC] a une pente de 40%.

∇∇∇ **EXERCICE 650**

Sur une carte au 1:400 000, la distance entre deux villages est de 56 cm. Quelle serait la distance en centimètres entre ces villages sur une carte au 1:1000000 ?

∇∇∇ **EXERCICE 651**

Un téléphérique relie deux stations dont l'une est à 530 m d'altitude. Sur une carte au 1:20 000, les deux stations sont distantes de 7,5 cm. Calculer l'altitude de l'autre station, sachant que le câble du téléphérique a une pente de 28%.

∇∇∇ **EXERCICE 652**

Quelle est la pente moyenne d'une colline de 100 m de hauteur, si un village situé à son sommet et un autre à sa base sont distants de 16 cm sur une carte au 1:5000 ?

∇∇∇ **EXERCICE 653**

Un escalier roulant a une pente de 16 % et relie deux étages dont la différence de niveau est de 4,4 m. Sur le plan du magasin, sa longueur est de 55 cm. Calculer l'échelle de ce plan.

∇∇∇ EXERCICE 654

Reproduire ce rectangle. À l'intérieur du rectangle, dessiner 3 rectangles dont les dimensions soient dans le même rapport que les dimensions du rectangle donné.

∇∇∇ EXERCICE 655

Sur une carte au 1:500 000, la distance entre deux villes est inférieure de8cm à leur distance sur une carte au 1:300 000. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

∇∇∇ EXERCICE 656

Calculer l'intérêt annuel que rapporte un capital de 6000 fr. placé à $3\frac{3}{4}$%.

∇∇∇ EXERCICE 657

Quel est l'intérêt que rapporte un capital de 8400 fr. placé à 4 % pendant 15mois?

∇∇∇ EXERCICE 658

Calculer l'intérêt que rapporte un capital de 12 000 fr. placé à 4,5 % pendant 80jours.

∇∇∇ EXERCICE 659

L'intérêt d'un capital placé pendant 9 mois à 4 % s'élève à 165 fr. Quel est ce capital ?

∇∇∇ EXERCICE 660

Un rentier désire s'assurer un revenu mensuel de 6000 fr. Quel capital devrait-il placer à 4,5 % pour y parvenir ?

∇∇∇ EXERCICE 661

Un capital placé à 5 % se monte à 2000 fr. après 10 mois. Quel est ce capital ?

∇∇∇ EXERCICE 662

A quel taux faudrait-il placer 5000 fr. pour obtenir un intérêt de 125 fr. en 5mois?

∇∇∇ EXERCICE 663

J'ai emprunté 8000 fr. pour une année. A la fin de cette année, je rembourserai 8360 fr. Calculer le taux d'intérêt sur cet emprunt.

∇∇∇ EXERCICE 664

On a placé 60 000 fr. à 5 % pendant 8 mois. Pendant combien de temps faudrait-il placer 90 000 fr. à 4 % pour obtenir le même intérêt ?

∇∇∇ EXERCICE 665

On dispose d'une somme de 6000 fr. On en place les $\frac{2}{3}$ à 4 % et le reste à 5%. Quel est l'intérêt annuel total ?

∇∇∇ EXERCICE 666

Un capital de 48 000 fr. a été placé dans une banque pendant un an et a rapporté 2200 fr. d'intérêt. Pendant les sept premiers mois, le taux a été de 5%, puis le taux a changé pour le reste de l'année. Quel était le nouveau taux?

∇∇∇ EXERCICE 667

Un capital placé à 3 % pendant 2 mois et 20 jours rapporte 7200 fr. de moins que s'il était placé à 4 % pendant 5 mois. Quel est ce capital ?

∇∇∇ EXERCICE 668

A quel taux faudrait-il placer un capital pour qu'il double en 20 ans ?

∇∇∇ **EXERCICE 669**

Un capital de 6000 fr. a rapporté un intérêt annuel de 320 fr. Le taux a passé en cours d'année de 6 % à 5 %. Pendant combien de mois le capital a-t-il été placé à 6 % ?

∇∇∇ **EXERCICE 670**

36 000 fr. sont placés à un certain taux; 24 000 fr. sont placés à un taux supérieur de 1,5 % au précédent. La somme des intérêts annuels est de 3000fr. A quels taux ces deux sommes ont-elles été placées ?

∇∇∇ **EXERCICE 671**

Deux capitaux rapportent ensemble 6600 fr. d'intérêt annuel. L'un, placé à 4%, est supérieur de 12 000 fr. à l'autre, placé à $4\frac{1}{2}$ %. Quels sont ces deux capitaux ?

∇∇∇ **EXERCICE 672**

Calculer la longueur des arcs et l'aire des secteurs suivants:

Rayon du cercle	Angle au centre
5 cm	180^o
5 cm	90^o
5 cm	45^o
10 cm	36^o
8 cm	72^o

∇∇∇ **EXERCICE 673**

1) Calculer l'angle au centre qui intercepte sur un cercle de 5 cm de rayon un arc de 5 cm de longueur.

2) Calculer l'angle au centre qui intercepte sur un cercle de 8 cm de rayon un arc de 8 cm de longueur.

3) Calculer l'angle au centre qui intercepte sur un cercle de rayon r un arc de longueur r.

∇∇∇ **EXERCICE 674**

Quel est le rayon du cercle sur lequel un angle au centre de 72^ointercepte un arc de 12 cm de long ?

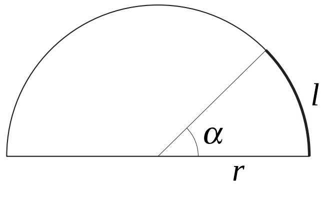
∇∇∇ **EXERCICE 675**

Calculer l'angle au centre qui intercepte un secteur de 24 cm^2 d'aire sur un disque de 8 cm de rayon.

∇∇∇ **EXERCICE 676**

Le rayon d'un disque est de 6 cm. Quelle est l'aire du secteur intercepté par un angle au centre de 135^o? (Prendre pour π la valeur approximative 3.)

∇∇∇ **EXERCICE 677**



Calculer r, sachant que $l = 9{,}42$ cm et $\alpha = 45^o$.

∇∇∇ **EXERCICE 678**

Un angle au centre de 135^ointercepte un secteur de 40,5 cm^2 d'aire. Quel est le rayon du disque ?

∇∇∇ **EXERCICE 679**

Sur un cercle, un angle au centre α intercepte un arc de 2,1 cm de long et un secteur de 3 cm^2 d'aire. Sur ce même cercle, un autre angle au centre β intercepte un secteur de 4 cm^2 d'aire. Quelle est la longueur de l'arc intercepté sur ce cercle par l'angle β ?

∇∇∇ **EXERCICE 680**

Un angle au centre α intercepte un secteur de 40,5 cm^2 d'aire et un arc de 18 cm de long. Quel et le rayon du disque ? (Prendre pour π la valeur approximative 3.)

Exercices de développements

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 681**

Montrer que si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors

1) $\dfrac{b}{a} = \dfrac{d}{c}$ 2) $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$ 3) $\dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{c}{d}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 682**

Avec 12 kg de blé on obtient 11 kg de farine. Il faut 10 kg de farine pour faire 13 kg de pain. Combien de kilogrammes de pain peut-on faire avec 4800 kg de blé ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 683**

Le rapport de a à b est de $\dfrac{1}{3}$. Le rapport de b à c est de $\dfrac{1}{2}$. Calculer le rapport de a à c.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 684**

Le rapport de u à v est de $\dfrac{2}{5}$ et le rapport de v à z est de $\dfrac{3}{7}$.

Quel est le rapport de u à z ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 685**

Quel doit être le rapport du côté d'un carré de longueur a au rayon r d'un disque, afin que le carré et le disque aient la même aire ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 686**

1) On augmente de 10 % les dimensions d'un rectangle. Quelle est, en %, l'augmentation de l'aire de de rectangle ?

2) Répondre à la même question pour un disque dont on augmente le rayon de 10 %.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 687**

850 kg d'eau salée contiennent 8 % de sel. On ajoute de l'eau pure. La proportion de sel est alors de 2 %. Combien de litres d'eau a-t-on ajoutés ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 688**

En pliant en deux, dans le sens de la longueur, une feuille de format A4, on obtient une feuille de format A5. Le rapport $\dfrac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ est le même pour les deux feuilles. Montrer, sans effectuer de mesures, que ce rapport est de $\sqrt{2}$.

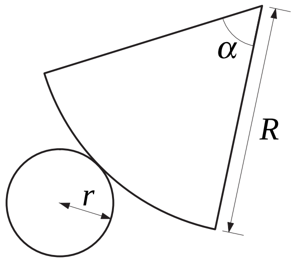
$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 689**

Partager le nombre 837 en parties x, y, z inversement proportionnelles aux nombres 3, 4 et 6.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 690**

Une route de 240 m a été construite par 18 ouvriers en 8 jours. Combien de jours mettront 15 de ces ouvriers pour construire une route de 400m?

∇∇∇ EXERCICE 691



Voici le développement d'un cône. Calculer le rayon r, sachant que $\alpha = 60^{\mathrm{o}}$ et $R = 18$ cm.

Chapitre 7

Les inéquations du 1er degré à une inconnue

Théorie

7.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons résoudre des problèmes comme celui-ci :

Problème Résoudre l'inéquation

$$\boxed{2 \cdot (x-4) \leqslant \frac{1}{2}x+3}$$

.

Ce que demande ce problème, c'est de trouver tous les nombres x pour lesquels on a :

$$\text{soit} \quad 2 \cdot (x-4) < \frac{1}{2}x+3, \qquad \text{soit} \quad 2 \cdot (x-4) = \frac{1}{2}x+3.$$

7.2 LES SIGNES D'INÉGALITÉ

L'énoncé du problème emploie le symbole $\leq$. Ce symbole se lit :

« inférieur ou égal à ».

Si a et b sont des nombres, l'écriture « $a \leq b$ » signifie que

$$\text{soit} \quad a < b, \qquad \text{soit} \quad a = b.$$

Il existe un autre symbole, $\geq$, qu'on lit :

« supérieur ou égal à ».

Si c et d sont des nombres, l'écriture « $c \geq d$ » signifie que

$$soit c > d, \qquad soit c = d.$$

Les symboles $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ s'appellent des **signes d'inégalité**.

7.3 LES INÉQUATIONS du 1er DEGRÉ À UNE INCONNUE

Revenons au problème de la page précédente. On dit que

$$2 \cdot (x-4) \leq \frac{1}{2}x+3 \quad \text{est une } \textbf{inéquation}.$$

Cette inéquation contient une inconnue au 1er degré (c'est x) ; elle comporte un membre de gauche et un membre de droite, séparés par un signe d'inégalité :

inconnue

$$\underbrace{2x+4}_{\boxed{\text{membre de gauche}}} \leq \underbrace{\frac{1}{2}x+3}_{\boxed{\text{membre de droite}}}$$

signe d'égalité

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui vérifient l'inégalité.

Ces valeurs sont appelées les **solutions** de l'inéquation.

On désignera par S l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Exemple Soit l'inéquation $3x-7 \leq x+3$.

Si	$x=-2$	$3 \cdot (-2)-7 \leq -2+3$	-2 est solution de l'inéquation ;
		$-13 \leq +1$	on écrit : $-2 \in S$.
Si	$x=0$	$3 \cdot 0-7 \leq +3$	0 est solution de l'inéquation ;
		$-7 \leq +3$	on écrit : $0 \in S$.
Si	$x=5$	$3 \cdot 5-7 \leq 5+3$	5 est solution de l'inéquation ;
		$8 \leq 8$	on écrit : $5 \in S$.
Si	$x=6$	$3 \cdot 6-7 \not\leq 6+3$	6 est solution de l'inéquation ;
		$11 \not\leq 9$	on écrit : $6 \notin S$.

Nous n'avons pas trouvé ici toutes les solutions de cette inéquation. Les méthodes de résolution qui suivent nous permettront de les trouver toutes.

$\boxed{\text{Exercices 697 à 700}}$

7.4 LES PROPRIÉTÉS DES INÉGALITÉS

Pour trouver les solutions d'une inéquation, on peut appliquer les trois propriétés suivantes :

Première propriété On peut ajouter (ou retrancher) un même nombre à chaque membre d'une inégalité, sans en changer le sens :

$$\textbf{si} \quad a \leq b, \quad \textbf{alors} \quad a+c \leq b+c.$$

Exemple Prenons l'inégalité 7 <8.

On peut ajouter 2 à chaque membre : $7+2 < 8+2$

(en effet, $9 < 10$).

Deuxième propriété On peut multiplier (ou diviser) chaque membre d'une inégalité par un même nombre positif, sans changer le sens de l'inégalité :

$$\textbf{si} \quad a \leq b \quad \textbf{et} \quad c > 0, \quad \textbf{alors} \quad ac \leq bc.$$

Exemple Prenons l'inégalité $7 < 8$.

On peut multiplier chaque membre par 3,

sans changer le sens de l'inégalité : $3 \cdot 7 < 3 \cdot 8$

en effet, $21 < 24$).

Troisième propriété On peut multiplier (ou diviser) chaque membre d'une inégalité par un même nombre négatif, à condition de changer le sens de l'inégalité :

$$\textbf{si} \quad a \leq b \quad \textbf{et} \quad c < 0, \quad \textbf{alors} \quad ac \geq bc.$$

Exemple Prenons l'inégalité $7 < 8$.

On peut multiplier chaque membre par -1,

à condition de changer le sens de l'inégalité : $(-1) \cdot 7 > (-1) \cdot 8$

(en effet, $-7 > -8$).

7.5 LA RÉSOLUTION D'UNE INÉQUATION DU 1er DEGRÉ À UNE INCONNUE

Exemple 1 Résoudre l'inéquation $\boxed{3x-7<x+3}$.

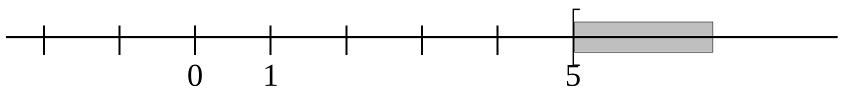
Solution

Si x vérifie	$3x-7<x+3,$	
alors on a :	$3x-x-7<3$	(1re propriété)
c'est-à-dire :	$2x-7<3.$	(réduction)
Et si x vérifie	$2x-7<3,$	
alors on a :	$2x<3+7$	(1re propriété)
c'est-à-dire :	$2x<10$	(réduction)
ou encore :	$x<5.$	(2e propriété)

L'inéquation $3x-7<x+3$ est donc vérifiée par toutes les valeurs de x inférieures à 5. Si on désigne l'ensemble des solutions de cette inéquation par S, on peut écrire :

$$S=\{x\,|x<5\}.$$

Représentation graphique des solutions On peut représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée :



Les solutions sont indiquées par la partie non hachurée de la droite graduée. Le sens du crochet indique que 5 n'est pas une solution.

Exemple 2 Résoudre l'inéquation

$$\boxed{-x+4\leq 2x-2}$$

.

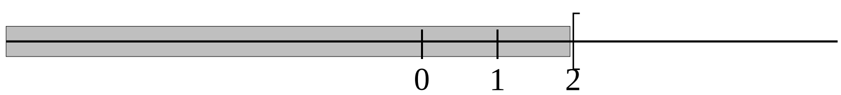
Solution Si x vérifie cette inéquation, alors

$-x-2x\leq -2-4$	(1re propriété)
$-3x\leq -6$	(réduction)
$\dfrac{-3x}{-3}\geq\dfrac{-6}{-3}$	(3e propriété)
$x\geq$	(simplification des fractions)

L'inéquation est vérifiée par toutes les valeurs de x supérieures ou égales à 2. Si on désigne l'ensemble des solutions de cette inéquation par S, on peut écrire :

$$S=\{x\,|x\geq 2\}.$$

Représentation graphique Les solutions sont indiquées par la partie non hachurée de la droite graduée. Le sens du crochet indique que 2 est une solution :



7.6 DEUX INÉQUATIONS PARTICULIÈRES

Exemple 1 Résoudre l'inéquation

$$\boxed{2x+2 < 2x-4}$$

. En résolvant comme dans les exemples précédents, on trouve :

$$\begin{aligned} 2x+2 &< 2x-4 \\ 2x-2x &< -4-2 \\ 0 \cdot x &< -6. \end{aligned}$$

Or

$$\boxed{0 \cdot x = 0, \text{ quelle que soit la valeur qu'on donne à } x.}$$

On aurait donc, si cette inéquation avait des solutions : $0 < -6$, ce qui est faux.

On écrira : l'inéquation $2x+2 < 2x-4$ n'a pas de solution.

Pour l'ensemble des solutions, on écrira : $S = \emptyset$.

Exemple 2 Résoudre l'inéquation

$$\boxed{2x+2 > 2x-4}.$$

En résolvant comme dans les exemples précédents, on trouve :

$$\begin{aligned} 2x+2 &> 2x-4 \\ 2x-2x &> -4-2 \\ 0 \cdot x &> -6. \end{aligned}$$

Puisque

$$\boxed{0 \cdot x = 0, \text{ quelle que soit la valeur qu'on donne à } x.}$$

et puisque $0 > -6$, cette inégalité est vraie, quelle que soit la valeur qu'on donne à x.

On écrira : l'inéquation $2x+2 > 2x-4$ est vérifiée par n'importe quel nombre x.

Pour l'ensemble des solutions, on écrira : $S = \mathbb{R}$.

Exercices 701 à 709

7.7 LES SYSTÈMES D'INÉQUATIONS À UNE INCONNUE

Voici un système de deux inéquations à une inconnue :

$$\begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}\left\{ \begin{aligned} x-4 &\leq 2x+1 \\ -2x+5 &\geq 5x-2 \end{aligned} \right.$$

Résoudre un tel système, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue x qui vérifient à la fois ① et ②. Ces valeurs sont les **solutions** du système.

Marche à suivre:

a) Résoudre l'inéquation ①.

b) Résoudre l'inéquation ②.

c) Chercher les nombres qui sont solution à la fois de ① et de ②.
Ces nombres forment l'ensemble des solutions du système.

a) Résolution de ① :

$$\begin{aligned} x-4 &\leq 2x+1 \\ x-2x &\leq 1+4 \\ -x &\leq 5 \\ x &\geq -5 \end{aligned}$$

Si S_1 désigne l'ensemble des solutions de ①, on peut écrire :

$$S_1 = \{x \,|x \geq -5\}$$

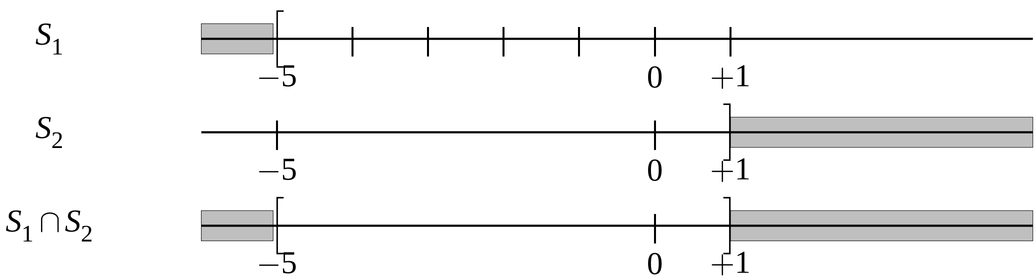
b) Résolution de ② :

$$\begin{aligned} -2x+5 &\geq 5x-2 \\ -2x-5x &\geq -2-5 \\ -7x &\geq -7 \\ x &\leq 1 \end{aligned}$$

Si S_2 désigne l'ensemble des solutions de ②, on peut écrire :

$$S_1 = \{x \,|x \leq 1\}$$

Pour trouver les nombres x qui sont à la fois dans S_1 et dans S_2, représentons graphiquement ces deux ensembles :



Si S désigne l'ensemble des solutions du système d'inéquations, on peut écrire :

$$S = S_1 \cap S_2.$$

On voit, en comparant les représentations graphiques de S_1 et de S_2, que

$$S = \{x \,| -5 \leq x \leq 1\}.$$

Exercices 710 à 716

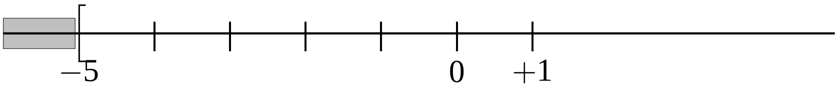
7.8 LES DEMI-DROITES ET LES INTERVALLES

On a vu que l'ensemble des solutions de l'inéquation

$$x-4 \leq 2x+1$$

est l'ensemble $S_1 = \{x \,|x \geq -5\}$ et qu'on peut représenter graphiquement cet ensemble comme ceci :

S_1



(S_1 est représenté par la partie non hachurée de la droite graduée.)

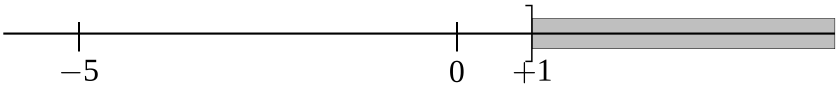
En regardant cette figure, on peut dire que « l'ensemble S_1 est une demi-droite ».

De même, on a vu que l'ensemble des solutions de l'inéquation

$$-2x + 5 \geq 5x - 2$$

est l'ensemble $S_2 = \{x \,|x \leq 1\}$, dont la représentation graphique est :

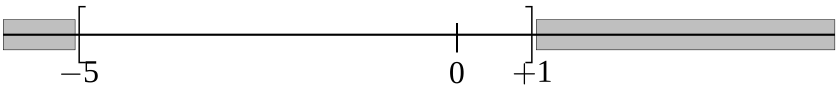
S_2



L'ensemble S_2 est aussi une demi-droite.

Et pour résoudre le système formé de ces deux inéquations, on a vu que l'ensemble des nombres qui sont à la fois dans S_1 et dans S_2 a la représentation graphique suivante :

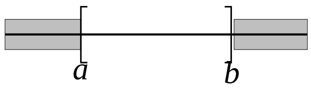
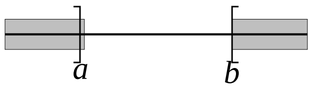
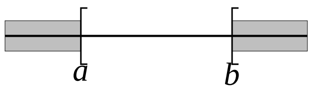
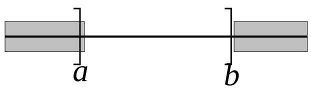
$S_1 \cap S_2$



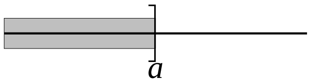
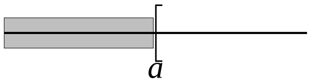
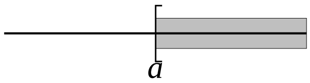
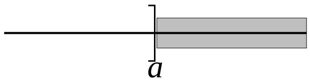
Un tel ensemble s'appelle un **intervalle**.

Plus généralement, si a et b sont des nombres (avec $a < b$), les points de la droite graduée qui sont compris entre a et b forment ce qu'on appelle un intervalle. Les extrémités a et b peuvent appartenir ou non à l'intervalle.

On distingue 4 types d'intervalles ; dans la représentation graphique, l'intervalle est représenté par la partie non hachurée de la droite. Le sens d'un crochet indique si a ou b appartient à l'intervalle, ou non.

Intervalle : nom et notation	Représentation graphique	Description : ensemble des nombres x tel que :
intervalle fermé $[a\,;b]$		$a \leq x \leq b$
Intervalle ouvert $]a\,;b[$		$a < x \leq b$
Intervalle semi-ouvert à droite $[a\,;b[$		$a \leq x < b$
Intervalle semi-ouvert à gauche $]a\,;b]$		$a < x \leq b$

On distingue aussi 4 types de demi-droites :

Demi-droite : notation	Représentation graphique	Description : ensemble des nombres x tel que :
$]a\,;+\infty[$		$x > a$
$[a\,;+\infty[$		$x \geq a$
$]-\infty\,;a[$		$x < a$
$]-\infty\,;a]$		$x \leq a$

$\boxed{\text{Exercices 692 à 696}}$

Exercices écrits

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 692**

Recopier puis compléter le tableau suivant :

intervalle ou demi-droite	représentation graphique	description : ensemble des nombres x tels que :
		$1 < x < 5$
		$x \leq -4$
		$x > 7$
		$x \geq -2$
		$\lvert x\rvert < \frac{1}{2}$
		$x > 0$
		$x < -0{,}5$
		$x \leq -12$
		$-3 \geq x$
		$-5 < x < -4$

∇∇∇ **EXERCICE 693**

Recopier puis compléter le tableau suivant :

intervalle ou demi-droite	représentation graphique	description : ensemble des nombres x tels que :
$]-3\,;4[$		
$[-1{,}5\,;\frac{2}{3}]$		
		$-\sqrt{2} \leq x \leq \pi$
$]-\infty\,;4]$		
$]-5\,;+\infty[$		
		$x \leq -3$
		$x > 5$
$[-7\,;7[$		
		$-10 < x < 10$
$[-2\,;+\infty[$		
		$x < \sqrt{2}$
		$x \geq -2{,}5$
$]-\infty\,;5[$		
$]2\,;8]$		

∇∇∇ EXERCICE 694

1. Recopier puis compléter le tableau suivant :

intervalle ou demi-droite	représentation graphique	description : ensemble des nombres x tels que :
$I_1 = \dots$		$-4 < x < 5$
$I_2 = [-\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}]$		
$I_3 = \dots$		$-3 \leq x \leq 3$
$I_4 = \dots$		$x \leq 0$
$I_5 = [-2\,;\,+\infty[$		
$I_6 =]-\infty\,;\,3[$		

2. Écrire ensuite chacune des intersections suivantes sous la forme d'un intervalle ou d'une demi-droite :

1) $I_1 \cap I_2$
2) $I_4 \cap I_5$
3) $I_3 \cap I_2$
4) $I_2 \cap I_3 \cap I_6$
5) $I_4 \cap I_6$
6) $I_3 \cap I_4$

∇∇∇ EXERCICE 695

1. Recopier puis compléter le tableau suivant :

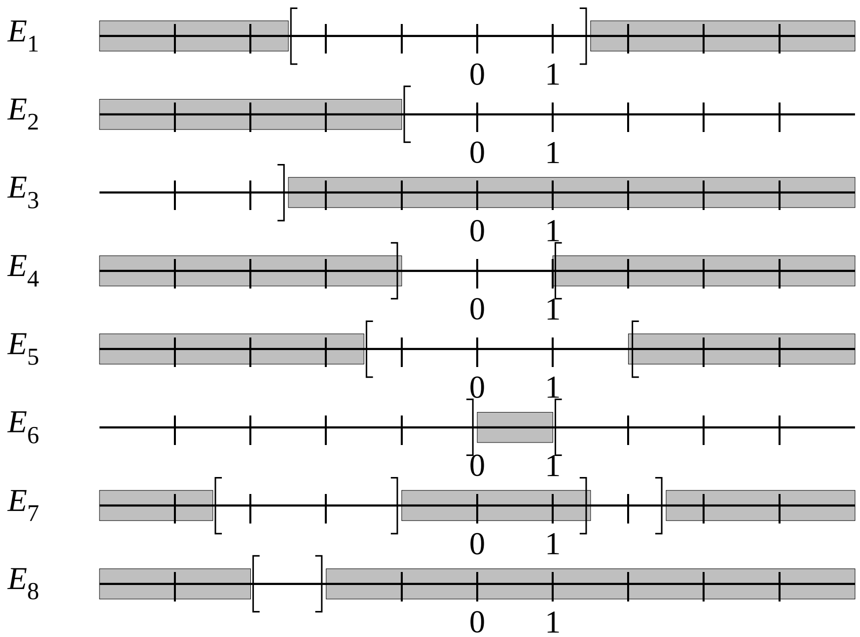
intervalle ou demi-droite	représentation graphique	description : ensemble des nombres x tels que :
$I_1 = [-3\,;\,1]$		
$I_2 = [1\,;\,+\infty[$		
$I_3 = \dots$		$x \leq 1$
$I_4 = \dots$		$-1 < x \leq 3$
$I_5 = [-1\,;\,4]$		
$I_6 = \dots$		$x > -2$

2. Avec $I_1, \dots, I_6$ comme ci-dessus, recopier puis compléter ce tableau :

intervalle ou demi-droite	représentation graphique	description : ensemble des nombres x tels que :
$I_1 \cap I_2$		
$I_2 \cap I_3$		
$I_4 \cap I_5$		
$I_3 \cap I_4 \cap I_5$		
$I_2 \cap I_3 \cap I_6$		

∇∇∇ EXERCICE 696

Les représentations graphiques ci-dessous définissent huit ensembles de nombres. Décrire chacun de ces ensembles en écrivant les inégalités que doivent satisfaire ses éléments.



∇∇∇ EXERCICE 697

Déterminer, pour chacun des nombres -9 ; -2; -1 ; 1 ; $\frac{7}{4}$, lesquelles des inégalités suivantes il vérifie :

1) $2x-4 \leq x-5$

2) $x^2 \leq -1$

3) $3x-5 \leq 2\cdot(x-7)$

4) $x-\frac{1}{2} > 3x-4$

5) $2x+4+5x \geq (2x-1)\cdot 2$

6) $2x-7 \geq 2x+4$

∇∇∇ EXERCICE 698

Déterminer, pour chacun des nombres -5 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 3, lesquelles des inégalités suivantes il vérifie :

1) $-2x \leq 3$
2) $7x - 4 \geq 3x$
3) $x^2 \geq 4$
4) $7x - \dfrac{1}{2} \geq 4x$
5) $(x-3)(x+2) \leq 0$
6) $\dfrac{x-3}{x-1} \leq 0$

∇∇∇ EXERCICE 699

Les inéquations suivantes sont vérifiées pour n'importe quel nombre x ; expliquer pourquoi.

1) $x^2 \geq 0$
2) $x+3 \geq x+2$
3) $-x^2 \leq 0$
4) $x^2 + 3x^4 \geq 0$

∇∇∇ EXERCICE 700

Les inéquations suivantes ne sont vérifiées par aucun nombre x ; expliquer pourquoi.

1) $x^4 < 0$
2) $2x^2 + x^4 + x^6 + 8 < 8$
3) $-x^2 + 2 > 2$
4) $x^2 + 2 < 2$

∇∇∇ EXERCICE 701

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $3x - 2 \leq x + 4$
2) $3x + 2 > 5x - 2$
3) $2x + 2 \geq x - 5$
4) $2 + x \geq 3x - 4$
5) $4x - 3 < -2x + 3$
6) $\dfrac{1}{2}x + 4 \leq 2$

∇∇∇ EXERCICE 702

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $-5x + 2 < -3x + 2$
2) $2x - 5 > 2x + 2$
3) $\dfrac{x-4}{2} \leq x - 1$
4) $\dfrac{2}{3}x + 1 > \dfrac{2}{3}x$
5) $5x - 2x + 3 \leq 5x + 3$
6) $\dfrac{1}{2}x \geq \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}$

∇∇∇ EXERCICE 703

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $\frac{1}{2}x-2>4$

2) $0{,}5x-4\leq 0{,}5x-2$

3) $\frac{3}{4}x-1\geq -7$

4) $-2x+4\leq -2x+4$

5) $-4x-2\leq -x+1$

6) $x-5>3x-5$

∇∇∇ EXERCICE 704

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $-3\geq -2x+1$

2) $2\cdot(x+3)\leq 5$

3) $2x+3\leq 5$

4) $\frac{1}{2}x<\frac{3}{2}x-2$

5) $5x+1\geq 3x$

6) $4x\leq \frac{1}{2}x$

∇∇∇ EXERCICE 705

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $2\cdot(2x-4)\leq 5x-(-2x+3)$

2) $5\cdot(-x+3)-2\cdot(x-4)\leq 3\cdot(5x-2)+7$

3) $3\cdot(2x-5)-5x<2\cdot(-3x+2)-5$

4) $5\cdot(x-2)+3x-3\cdot(2x-4+x)>0$

5) $5\cdot(-2x-3)\leq 3\cdot(x+9)-27+2x$

6) $5\cdot(5x-4)-12>3\cdot(-5x+3)-1$

∇∇∇ EXERCICE 706

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $\frac{1}{2}x+4\geq \frac{2}{3}x+\frac{2}{3}-x$

2) $\frac{3x+2}{2}<\frac{5x-2}{3}$

3) $0{,}2x-0{,}1\geq 0{,}5x+0{,}2-x$

4) $2x-(-7x+4)-5x\leq 7x-(-3x+3)-10$

5) $\frac{3x-3}{2}-\frac{1}{3}\geq \frac{2x+1}{6}-\frac{1}{2}$

6) $\frac{5x-1}{4}-\frac{2x-1}{3}<x-\frac{1}{3}$

∇∇∇ EXERCICE 707

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $\frac{3x-4}{5}-\frac{1}{5}\leq \frac{2x+3}{10}-\frac{2}{5}$

2) $\frac{3x-(-2x+1)}{3}-\frac{1}{4}\geq\frac{2x-(-3x+4)}{3}-\frac{1}{4}$

3) $\frac{5x-3}{2}-\frac{2x-4}{5}-\frac{1}{10}\leq\frac{2x+1}{5}+\frac{3x-4}{10}-\frac{1}{2}$

4) $4x-5\cdot(2x-4)-3x+1\geq 5x-2\cdot(-3x-\frac{1}{2})$

5) $\frac{5x+4}{12}+\frac{1}{3}>3x-5-\frac{4x-2}{3}$

6) $-\frac{1}{2}\cdot(\frac{2x-2}{3}-1)-\frac{1}{6}\leq\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}\cdot(\frac{x-2}{2}-\frac{1}{6})$

∇∇∇ EXERCICE 708

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $2x^2-\frac{3x-7}{2}\geq 2x\cdot(x-\frac{1}{2})-\frac{2x-2}{4}$

2) $(x+2)^2-5x\leq(x-4)^2-7x$

3) $(x+3)\cdot(x-2)-2\cdot(x-3)<x+4+(x-4)\cdot(x+2)$

4) $7x-(2x-1)^2+3x\leq-(2x-\frac{1}{2})^2+10x$

5) $5x+4x^2+\frac{1}{2}<(2x-1)^2-\frac{1}{2}$

6) $3x^3-7x+2\geq 3x\cdot(x^2-2)$

∇∇∇ EXERCICE 709

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $\frac{3x-4}{6}-\frac{5x-2}{3}\leq-\frac{7}{12}$

2) $5x-\Big\{-3x+2-\big[-2x-4-(-5x+2)-7\big]+2x\Big\}\leq 0$

3) $3\cdot\Big\{-2x-2\cdot\big[-3x+4+5\cdot(2x-5)-3\big]-5x\Big\}\leq-3x+24$

4) $\frac{5x-7}{2}-(-3x+\frac{5x-1}{2})\geq 6x-\frac{3}{2}$

5) $\frac{7x-4}{5}-\frac{2x-3}{10}\geq-\frac{2x+4}{5}+x$

6) $\frac{5-x}{21}-(\frac{3x-2}{7}-\frac{1}{14})\leq\frac{x-1}{14}-\frac{2x-1}{7}$

∇∇∇ EXERCICE 710

Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

1) $\begin{cases} ① & 2x-2 \leq 3 \\ ② & 2x+1 \geq -2x+5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & 2x-3 \leq 5x+1 \\ ② & -2x \geq -3x+4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} ① & 4x-1 \leq 0 \\ ② & 2x \geq 5x-7 \end{cases}$

5) $\begin{cases} ① & 3x-4 \leq 5x+2 \\ ② & x \geq 3x-2 \end{cases}$

3) $7x \leq 3x-2 \leq 5x+3$

6) $3x-1 \leq 5x \leq 2x+4$

∇∇∇ EXERCICE 711

Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

1) $\begin{cases} ① & 2x-3 \leq \dfrac{3x}{4} \\ ② & \dfrac{5x-1}{3} \geq \dfrac{1}{3}+2x \end{cases}$

2) $\begin{cases} ① & 2x-\dfrac{1}{2} \leq \dfrac{4x-3}{3} \\ ② & \dfrac{5x+4}{5} \geq \dfrac{6x+5}{10} \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & \dfrac{7x-2}{4}+\dfrac{5x-1}{2} \geq \dfrac{12x+3}{8} \\ ② & \dfrac{3x+4}{6}-\dfrac{1}{3} \geq \dfrac{5x-2}{2} \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & 2\cdot(3x-4)+5x \leq 3\cdot(5x-10)+7x \\ ② & 3x-2\cdot(5x-4) \geq 3x-(-2x+4) \end{cases}$

5) $\dfrac{7x-4}{4}-\dfrac{2x-3}{8} \leq \dfrac{5x-1}{4} \leq \dfrac{2x-4}{8}-\dfrac{1}{4}$

6) $\begin{cases} ① & \dfrac{2x-3}{7}-\dfrac{5x-2}{14} \geq \dfrac{5x-6}{7}-1 \\ ② & \dfrac{4x-1}{11}-\dfrac{2x+2}{22} < \dfrac{7x-6}{11} \end{cases}$

∇∇∇ EXERCICE 712

Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

1) $\begin{cases} ① & 4x+4 < 1 \\ ② & 5x-2 \geq 3x-12 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & x+3 \geq 0 \\ ② & 2x+5 > \dfrac{x}{2}-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ① & 2x+1 \geq x-\dfrac{3}{2} \\ ② & 2x-1 \leq 1-3x \end{cases}$

4) $\begin{cases} ① & 5x-2 < \dfrac{x+50}{3} \\ ② & 2x-1 > x+3 \end{cases}$

5) $\dfrac{x-2}{5}+\dfrac{x}{2} \leq 3x-5 \leq x-\dfrac{2x-1}{3}$

6) $\begin{cases} ① & x \geq 0 < \\ ② & 2x-1 > 0 \\ ③ & \dfrac{5x-4}{2}-\dfrac{x+3}{4} > 2x-4 \\ ④ & \dfrac{x}{2}-3 \leq 0 \end{cases}$

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 713**

La longueur d'un rectangle dépasse de 7 dm sa largeur. On sait que son périmètre est compris entre 20 dm et 26 dm. Que peut-on dire au sujet de sa largeur ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 714**

ABC est un triangle isocèle, avec $\overline{AB} = \overline{AC}$. On sait que $[AB]$ mesure 2cm de plus que $[BC]$. On sait aussi que 19 cm $\leq \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} \leq$ 40cm. Encadrer aussi bien que possible la longueur du côté $[BC]$.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 715**

La hauteur d'un trapèze mesure 5 m. Une de ses bases est le double de l'autre. On sait que son aire est comprise entre 60 m^2 et 120 m^2. Quelle est la plus petite longueur possible pour chacune de ses bases ? Et la plus grande ?

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 716**

La largeur d'une pelouse rectangulaire est la moitié de sa longueur. Cette pelouse est bordée d'une allée de 1 m de large. On sait que l'aire de l'allée est comprise entre 112m^2 et 208 m^2. Encadrer aussi bien que possible la largeur de cette pelouse.

Exercices de développements

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 717

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

1) $x^2 - 1 \leq -1$
2) $x \geq -x$
3) $-x^2 \leq 2$
4) $2x^2 - 4 \geq x^2$
5) $x^3 \geq -1$
6) $x^2 + 1 \geq -x^2 - 1$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 718

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

1) $|x+1| < -1$
2) $|2x-1| < 2x+1$
3) $-|x| \leq -x$
4) $|x|+1 \leq 2$
5) $|x| \leq -x+1$
6) $|x+1| \geq x+1$

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 719

Paul a 32 ans et Mafalda a 5 ans. Pendant combien d'années l'âge de Paul restera-t-il plus grand que quatre fois celui de Mafalda ?

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 720

La somme de trois entiers consécutifs est plus grande que 367, mais plus petite que 372. Quels sont ces trois entiers ?

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 721

Un père a deux enfants. Le fils a 5 ans de moins que sa soeur, qui a 20ans de moins que son père. La somme de leurs âges dépasse 70 ans. L'âge du père est plus du double de celui de sa fille. Quel est l'âge de chacun ? (Les âges sont exprimés en nombres entiers.)

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 722

Existe-t-il cinq entiers positifs consécutifs tels que la somme des carrés des deux plus grands soit supérieure à la somme des carrés des trois autres ?

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 723

La différence des carrés de deux entiers positifs consécutifs est inférieure à 100. La somme de leurs carrés est supérieure à 4700. Quels sont ces entiers ?

Chapitre 8

Le théorème de Pythagore

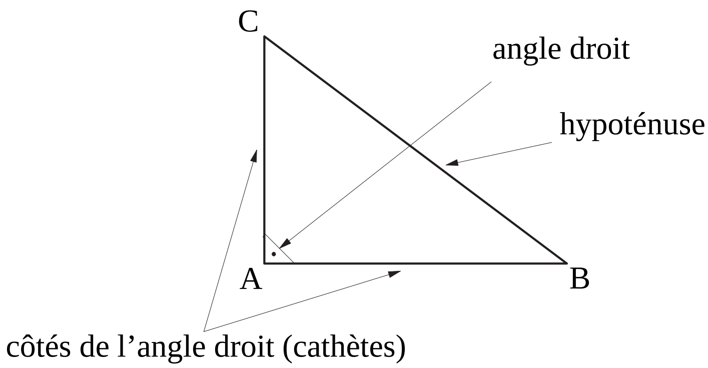
Théorie

8.1 INTRODUCTION

Rappel Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**. C'est le côté le plus long.

Si l'angle droit est placé comme sur la figure ci-contre, on dira:

le triangle ABC est **rectangle en A**.

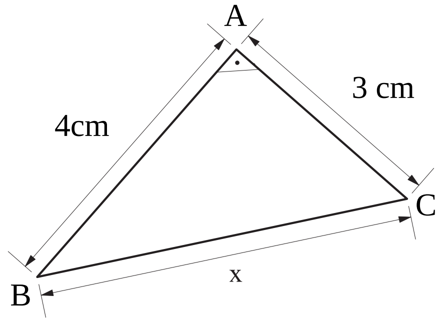


Dans ce chapitre, nous apprendrons comment trouver la solution de problèmes comme celui-ci:

Problème Le triangle ABC est rectangle en A. Les longueurs des côtés de l'angle droit sont:

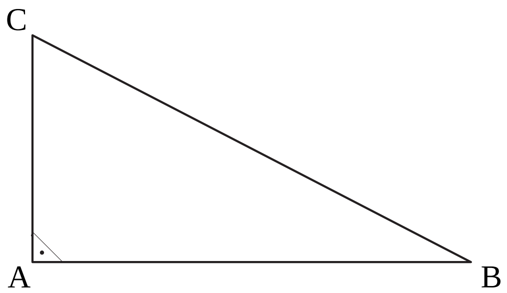
$$\overline{AB} = 4 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad \overline{AC} = 3\text{cm}.$$

Quelle est la longueur x de l'hypoténuse ?



Le *théorème de Pythagore* permet de calculer la longueur d'un des côtés d'un triangle rectangle si on connaît les longueurs des deux autres côtés.

8.2 L'ÉNONCÉ DU THÉORÈME DE PYTHAGORE|



Dans un triangle ABC, rectangle en A, on a la relation de Pythagore :

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

8.3 FORMULATION GÉOMÉTRIQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Soit ABC un triangle, rectangle en A. Notons, pour les longueurs de ses côtés :

$$\overline{BC} = a, \qquad \overline{AC} = b, \qquad \overline{AB} = c \quad \text{(comme sur la figure ci-dessous).}$$

Le théorème de Pythagore nous dit que

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

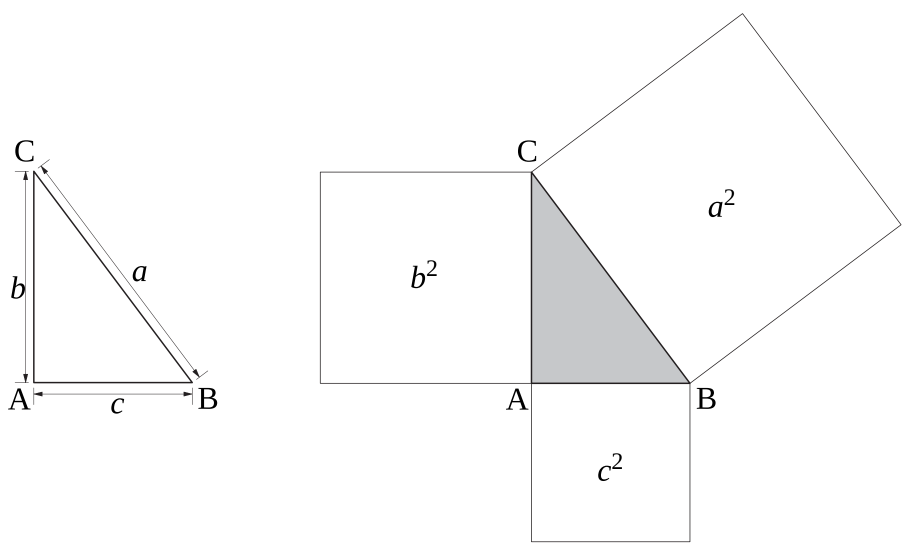
Or a^2 est l'aire d'un carré dont le côté est de longueur a.

De même, b^2 est l'aire d'un carré dont le côté est de longueur b.

Et c^2 est l'aire d'un carré dont le côté est de longueur c.

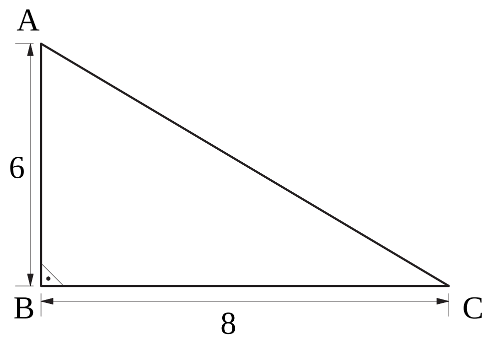
On peut donc formuler le théorème de Pythagore de la manière suivante :

> Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit.



8.4 EXEMPLES NUMÉRIQUES

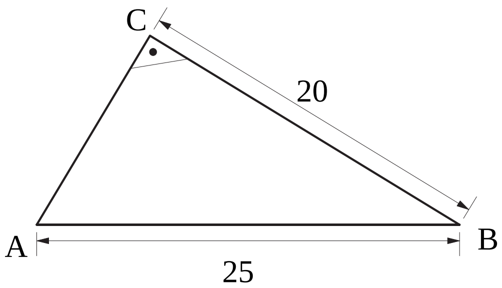
Exemple 1 Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm.



$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$
$$\overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2$$
$$\overline{AC}^2 = 36 + 64$$
$$\overline{AC}^2 = 100cm^2$$
$$\overline{AC} = \sqrt{100} = 10$$

Réponse : L'hypoténuse mesure 10 cm.

Exemple 2 Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 25 cm et un des côtés de l'angle droit mesure 20 cm. Calculer la longueur de l'autre côté de l'angle droit.



$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$
$$25^2 = \overline{AC}^2 + 20^2$$
$$\overline{AC}^2 = 25^2 - 20^2$$
$$\overline{AC}^2 = 625 - 400$$
$$\overline{AC}^2 = 225cm^2$$
$$\overline{AC} = \sqrt{225} = 15$$

Réponse: L'autre côté de l'angle droit mesure 15 cm.

Exemple 3 Voici les mesures des côtés d'un triangle : 21 cm, 34 cm et 28 cm. S'agit-il d'un triangle rectangle ?

Voyons si ce triangle vérifie la relation de Pythagore: a-t-on

$$34^2 = 21^2 + 28^2 \ ?$$

On a

$$34^2 = 1156$$

et

$$21^2 + 28^2 = 441 + 784$$
$$21^2 + 28^2 = 1125$$

Puisque $1156 \neq 1125$, ce triangle ne vérifie pas la relation de Pythagore.

La réponse est donc : il ne s'agit pas d'un triangle rectangle.

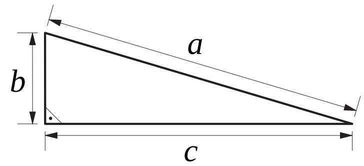
Exercices 724 à 750

8.5 UNE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

En mathématiques, un théorème est une affirmation qui se démontre.

En lisant le texte qui suit puis en répondant à trois questions, vous pourrez démontrer le théorème de Pythagore, c'est-à-dire montrer qu'il est vrai.

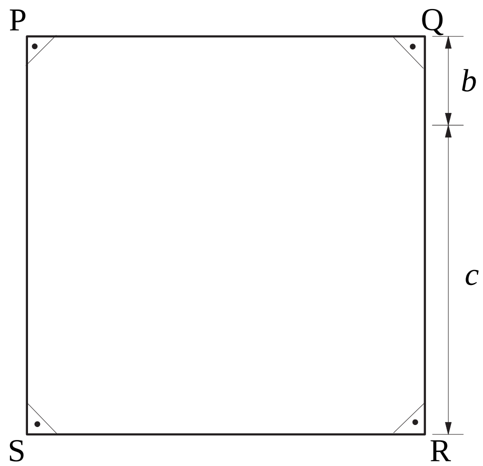
On considère un triangle rectangle.
Désignons par a la longueur de son hypoténuse et par b et c les longueurs des côtés de l'angle droit.



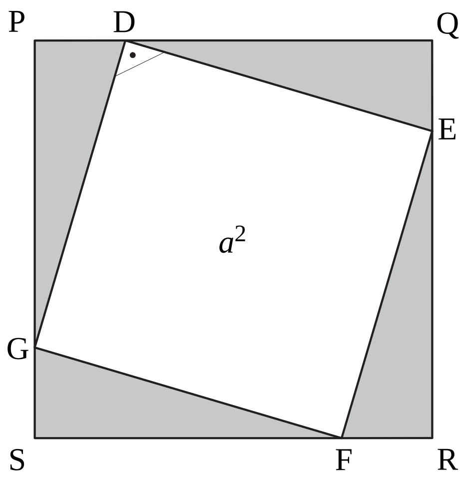
Il s'agit de démontrer que

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Avec des segments de longueur b et c, on construit un carré dont le côté est de longueur $b + c$.



On partage ensuite ce carré de la manière suivante :



Questions 1) Le quadrilatère DEFG est un carré; pourquoi ?

2) Expliquez pourquoi on peut écrire :
aire du carré PQRS $= a^2 + 4\cdot$ (aire du triangle PDG).

3) En écrivant maintenant l'aire de PQRS et celle de PDG en fonction de b et de c, vous pouvez obtenir le théorème de Pythagore.

Expliquez comment.

8.6 LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Soit ABC un triangle, rectangle en A.

Le théorème de Pythagore nous permet d'affirmer que

$$\overline{BC}^{\,2} = \overline{AB}^{\,2} + \overline{AC}^{\,2}.$$

C'est une **propriété caractéristique** des triangles rectangles; parmi tous les triangles, seuls les triangles rectangles la possèdent.

C'est ce qu'on appelle la **réciproque** du théorème de Pythagore :

> Si les côtés d'un triangle ABC vérifient la relation
>
> $$\overline{BC}^{\,2} = \overline{AB}^{\,2} + \overline{AC}^{\,2},$$
>
> alors ce triangle est rectangle en A.

(En utilisant cette propriété, on prendra pour [BC] le côté le plus long.)

C'est un théorème; nous ne le démontrerons pas.

Exemple Le triangle ABC, de côtés

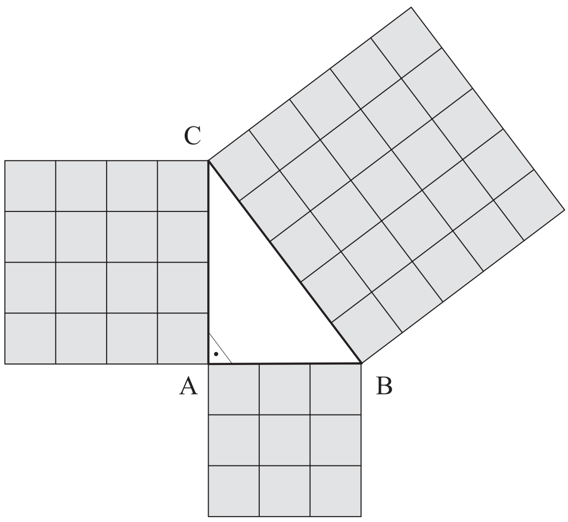
$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}, \quad \overline{AC} = 4 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = \ \text{ cm}$$

est rectangle en A, puisque

$$5^2 = 3^2 + 4^2,$$

c'est-à-dire

$$25 = 9 + 16.$$

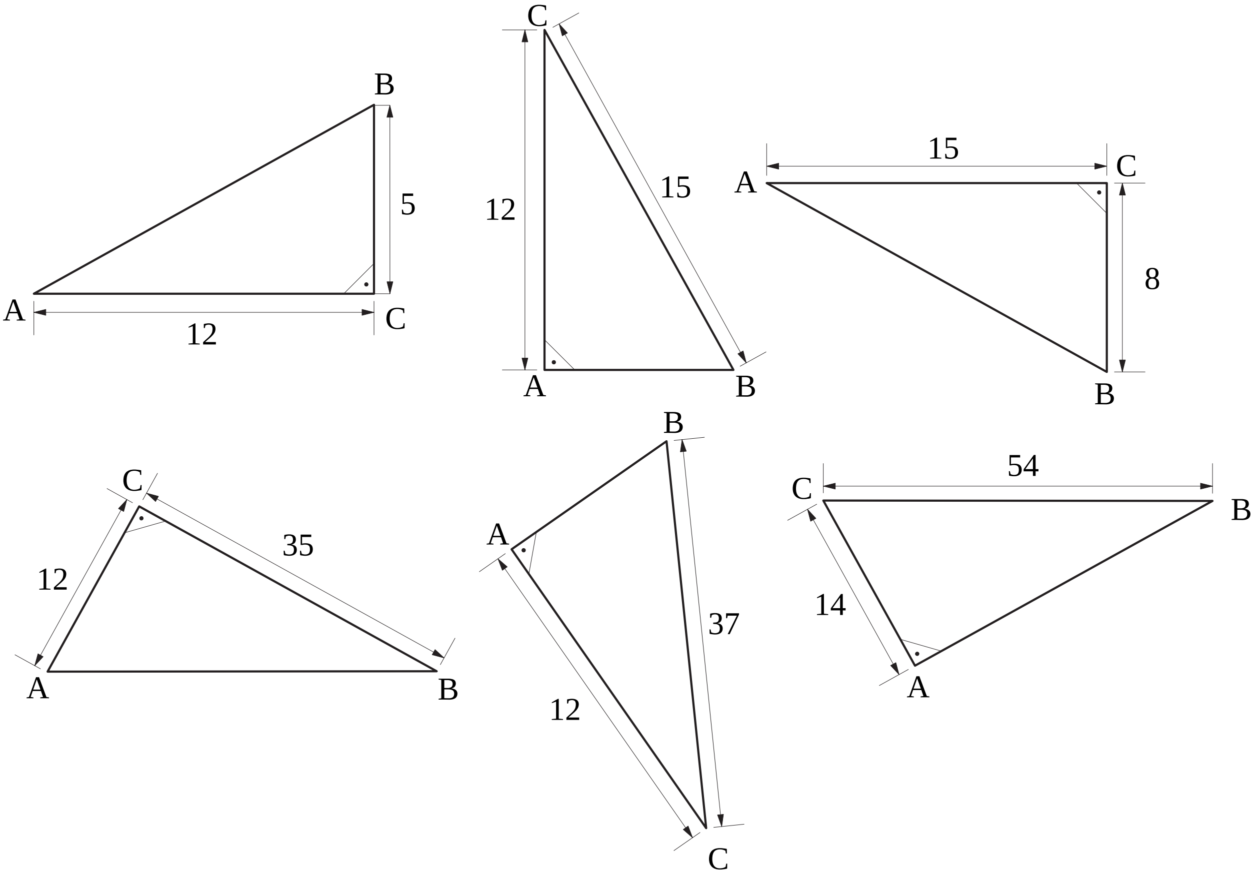


Exercices écrits

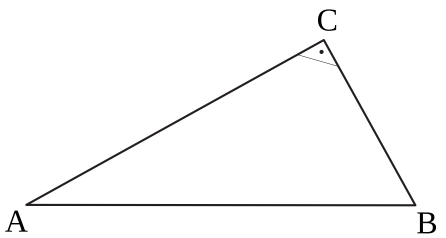
Lorsqu'un exercice fait intervenir des longueurs, on supposera qu'elles sont toutes exprimées dans la même unité.

∇∇∇ EXERCICE 724

Calculer la longueur du côté [AB] de chacun des triangles rectangles suivants:



∇∇∇ EXERCICE 725



ABC est un triangle rectangle en C.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

$\overline{AB}$		84,2		3,7	750	
$\overline{BC}$	32	5,8	1560	2,22	52,9	3,7
$\overline{AC}$	51		1170			1,02

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 726**

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 3,7 mm. Un autre côté mesure 1,2 mm. Calculer la longueur du troisième côté.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 727**

Les dimensions d'un rectangle sont 27 cm et 36 cm. Calculer la longueur de la diagonale.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 728**

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm. Un autre côté mesure 5 cm. Calculer l'aire de ce triangle.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 729**

Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent 5,2 cm et 3,5 cm. Calculer l'aire de ce triangle.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 730**

J'ai découpé des équerres dans une planche. J'ai mesuré les longueurs des côtés et j'ai noté:

pour la première équerre	20 cm	12 cm	16 cm
deuxième	25 cm	17,5 cm	30,3 cm
troisième	14,5 cm	10 cm	17,5 cm
quatrième	10,8 cm	33,3 cm	31,5 cm
cinquième	29,6 cm	28 cm	20,4 cm
sixième	20,8 cm	8 cm	19,2 cm

Vérifier si chaque équerre possède bien un angle droit. Sinon, indiquer quelles équerres sont à refaire plus précisément.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 731**

Les gares de départ et d'arrivée d'un téléphérique sont situées à 450 m et à 1200 m d'altitude. La distance horizontale séparant ces deux gares est de 1300 m. Calculer la longueur du câble porteur.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 732**

Un ballon-sonde est à 11 km au-dessus de la ville de Lausanne. A quelle distance, en ligne droite, se trouve-t-il de Genève? (distance Genève – Lausanne: 60 km)

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 733**

Dans chaque cas, placer les points A et B dans un système d'axes et calculer la longueur $\overline{AB}$.

1) $A(0;+3)$ $\qquad B(-12;-2)$

2) $A(+8;0)$ $\qquad B(-7;+8)$

3) $A(-5;-7)$ $\qquad B(4;5)$

4) $A(-7;+9)$ $\qquad B(-2;+1)$

5) $A(-\frac{3}{2};+4{,}5)$ $\qquad B(2;-7{,}5)$

6) $A(2;-3)$ $\qquad B(5;5)$

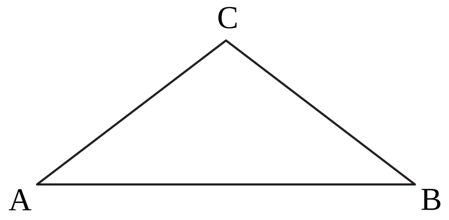
$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 734**

Calculer le périmètre d'un triangle ABC isocèle en A, sachant que la hauteur issue de A mesure 6 cm et que $\overline{BC} = 9$ cm.

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 735**

Calculer le périmètre d'un losange dont les diagonales mesurent 21 cm et 28 cm.

∇∇∇ EXERCICE 736



Calculer l'aire du triangle isocèle ABC, sachant que $\overline{AC} = 24$ cm et que la hauteur issue du sommet C mesure 9 cm.

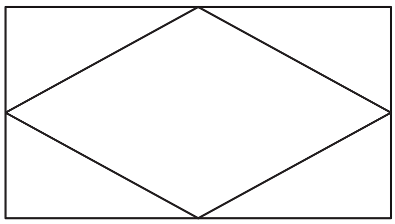
∇∇∇ EXERCICE 737

Un carré a une aire de 1,44 m^2 . Calculer la longueur de sa diagonale.

∇∇∇ EXERCICE 738

Calculer l'aire d'un carré, sachant que sa diagonale mesure 15 cm.

∇∇∇ EXERCICE 739



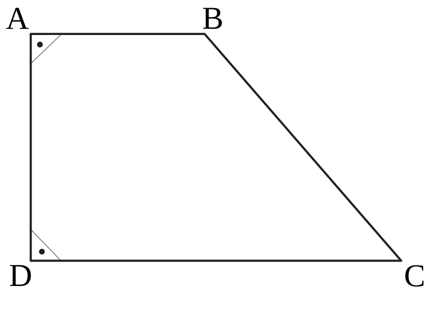
Un losange est inscrit dans un rectangle. Le périmètre du losange est de 60 cm. Une de ses diagonales mesure 24 cm. Quel est le périmètre du rectangle ?

∇∇∇ EXERCICE 740

1. Le côté d'un losange mesure 37 cm et une de ses diagonale mesure 24 cm. Ce losange est-il un carré ?

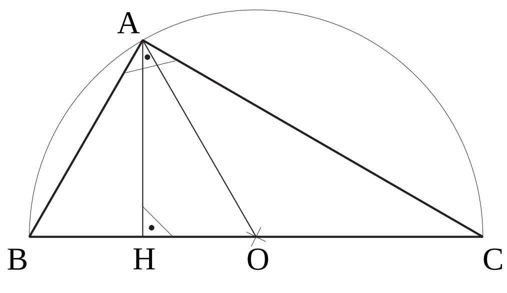
2. Répondre à la même question lorsque le côté mesure 17 cm et une des diagonales mesure 24 cm.

∇∇∇ EXERCICE 741



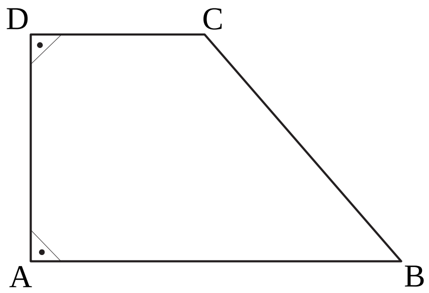
Calculer l'aire du trapèze rectangle ABCD, sachant que
$\overline{AB} = 24$ cm, $\overline{BC} = 45$ cm
et $\overline{CD} = 51$ cm.

∇∇∇ EXERCICE 742



Dans le triangle ABC, rectangle en A,
$$\overline{AH} = 8 \quad \text{et} \quad \overline{AO} = 17.$$
Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.

∇∇∇ EXERCICE 743



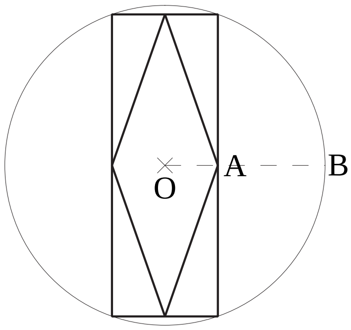
Calculer le périmètre du trapèze rectangle ABCD, sachant que

$\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 12$ et $\overline{AC} = 10$.

∇∇∇ EXERCICE 744

Un côté d'un parallélogramme mesure 28 cm, la hauteur correspondante 24 cm et la petite diagonale 26 cm. Calculer le périmètre de ce parallélogramme et la longueur de sa grande diagonale.

∇∇∇ EXERCICE 745



Un rectangle est inscrit dans un cercle. Un losange est inscrit dans le rectangle.

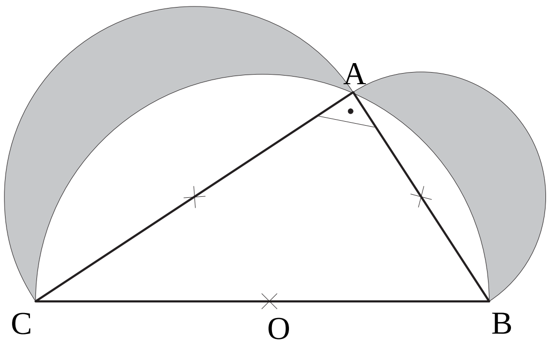
On sait que

$\overline{OA} = 5$ et $\overline{AB} = 7$,

où O est le centre du cercle.

Calculer la longueur du côté du losange.

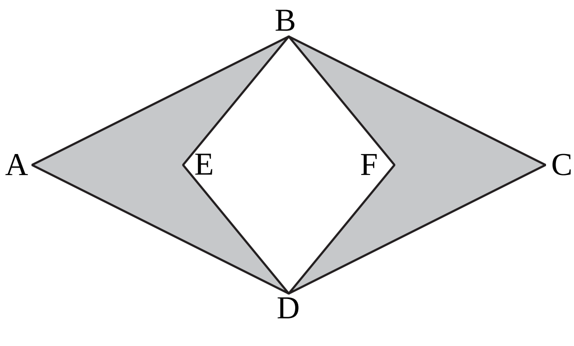
∇∇∇ EXERCICE 746



ABC est un triangle rectangle en A. On a construit un demi-cercle sur chacun de ses côtés pris comme diamètre. On a ombré les croissants compris entre le grand demi-cercle et les deux autres. Calculer l'aire de la figure ombrée, sachant que

$\overline{AB} = 7$ et $\overline{AC} = 24$.

∇∇∇ EXERCICE 747



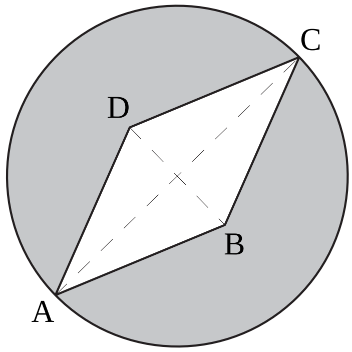
ABCD est un losange.

BEDF est un carré.

$\overline{AB} = 44$ et $\overline{AC} = 74$.

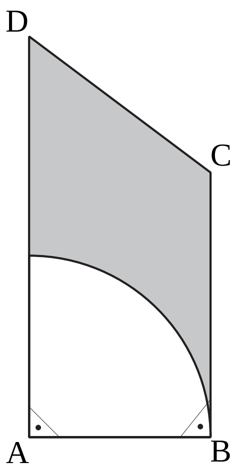
Calculer l'aire de la surface ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 748



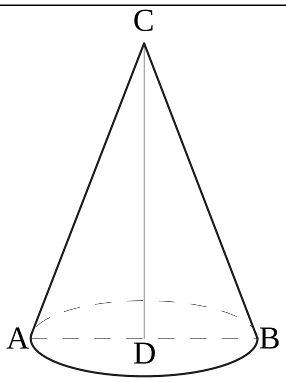
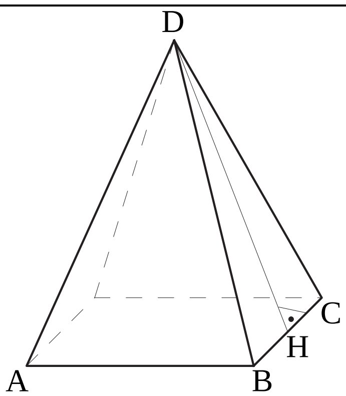
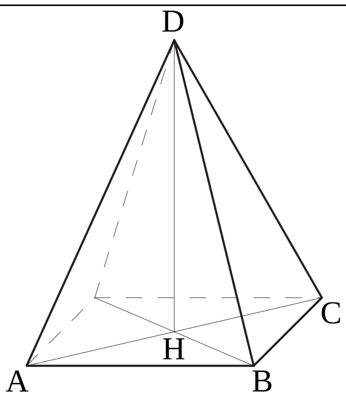
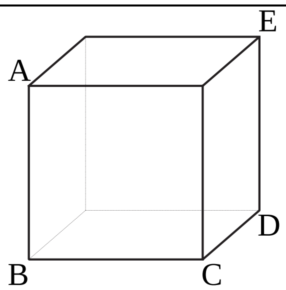
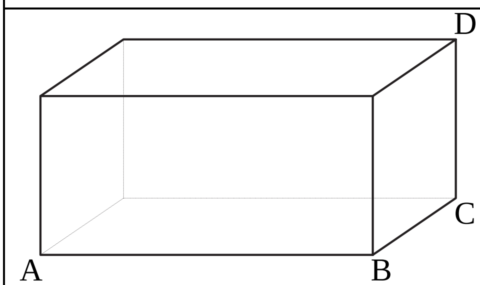
Calculer l'aire de la figure ombrée, sachant que ABCD est un losange et que
$\overline{AB} = 9$ et $\overline{BD} = 6$.

∇∇∇ EXERCICE 749



ABCD est un trapèze rectangle.
$\overline{AB} = 4$ et $\overline{BC} = \overline{CD} = 5$.
Calculer l'aire de la figure ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 750

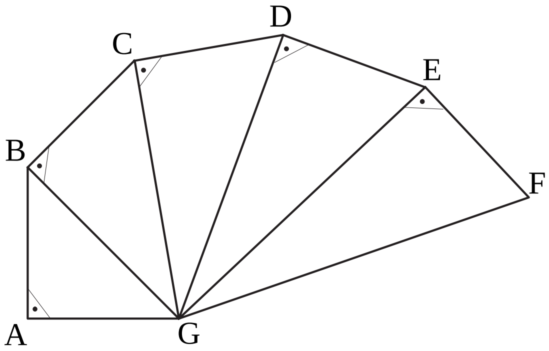
Voici des corps	On sait que	Calculer
	ceci est un cône droit. $\overline{AB} = \overline{BC} = 26$	$\overline{CD}$
	ceci est une pyramide droite à base carrée. $\overline{AB} = 15$ $\overline{CD} = 42$	$\overline{DH}$
	ceci est une pyramide droite à base carrée. $\overline{AD} = 67$ $\overline{AB} = 32$	$\overline{DH}$
	ceci est un cube. $\overline{AB} = 14$	$\overline{BD}$ $\overline{BE}$
	ceci est un parallélépipède rectangle. $\overline{AB} = 78$ $\overline{BC} = 25$ $\overline{CD} = 37$	$\overline{AC}$ $\overline{AD}$

Exercices de développements

∇∇∇ EXERCICE 751

Sachant que $\overline{AG} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1$ cm, calculer les longueurs suivantes :

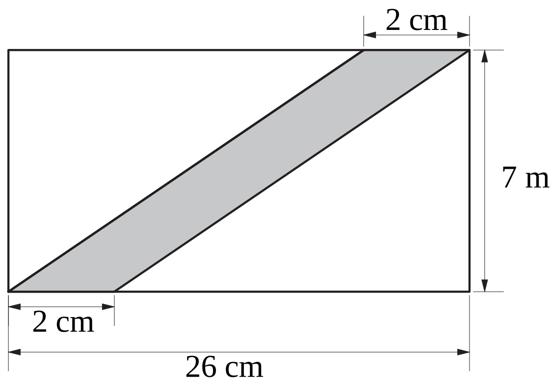
$\overline{BG}$, $\overline{CG}$, $\overline{DG}$, $\overline{EG}$ et $\overline{FG}$



∇∇∇ EXERCICE 752

Tracer un segment de 12 cm. Construire 10 triangles rectangles ayant ce segment pour hypoténuse.

∇∇∇ EXERCICE 753



Le plan ci-contre représente un chemin qui traverse un champ rectangulaire.
Quelle est la largeur de ce chemin ?

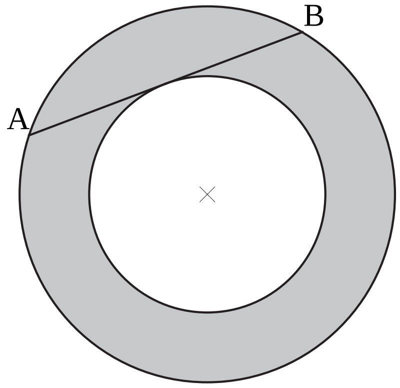
∇∇∇ EXERCICE 754

Le côté d'un carré mesure c. Combien mesure sa diagonale ?

∇∇∇ EXERCICE 755

Calculer la hauteur d'un triangle équilatéral dont le côté mesure c.

∇∇∇ EXERCICE 756



Calculer l'aire de la figure ombrée, sachant que la longueur de la corde [AB], tangente au petit cercle, est de 24 cm.

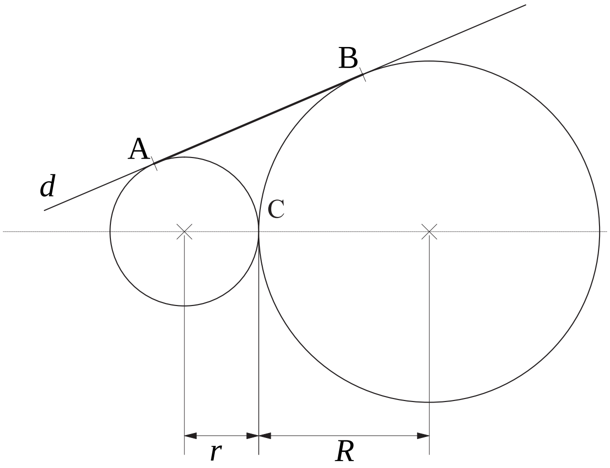
$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 757**

Sur cette figure, les deux cercles sont tangents au point C et la droite *d* est tangente aux deux cercles. A et B sont les points de contact de *d* avec ces cercles. Les rayons des cercles sont

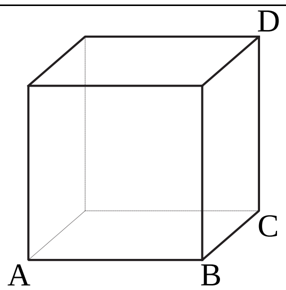
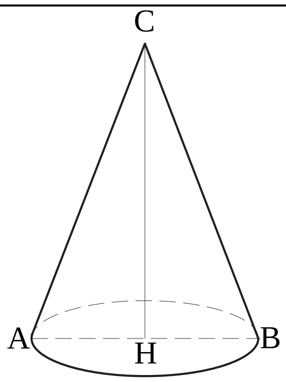
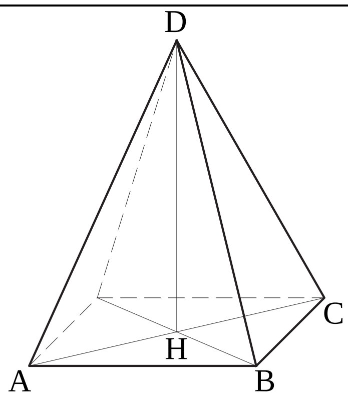
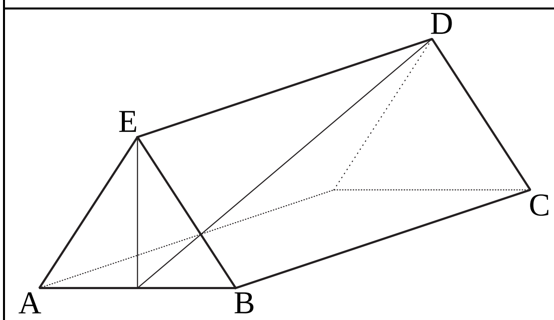
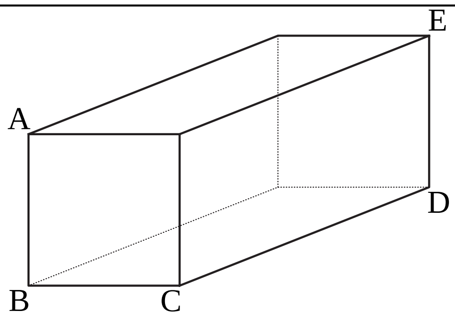
$$r = 4 \quad \text{et} \quad R = 9.$$

1. Calculer la longueur du segment [AB].

2. En faisant un calcul littéral, exprimer la longueur de [AB] en fonction de *r* et *R*.



∇∇∇ EXERCICE 758

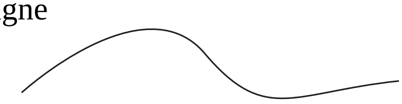
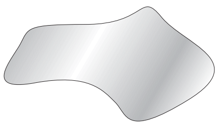
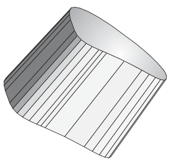
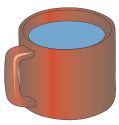
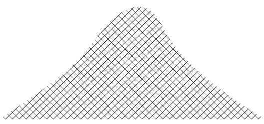
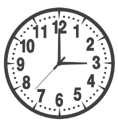
Voici des corps	On sait que	Calculer
	ceci est un cube. $\overline{AD} = 125$	$\overline{AB}$
	ceci est un cône droit. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$ $\overline{CH} = 30$	$\overline{AB}$
	ceci est une pyramide droite à base carrée. $\overline{AB} = 42$ $\overline{DH} = 56$	$\overline{CD}$
	ceci est un prisme droit. Sa base est un triangle isocèle. $\overline{AB} = 8$ $\overline{AE} = 12$ $\overline{BC} = 25$	$\overline{DH}$
	ceci est un parallélépipède rectangle. $\overline{AB} = 16$ $\overline{BC} = 14$ $\overline{AD} = 72$	$\overline{CD}$

Chapitre 9

Les volumes

Théorie

9.1 LES UNITÉS DE MESURE

	Mesure	Unité de mesure (avec abréviation)
ligne 	la longueur	le mètre (m)
surface 	l’aire	le mètre carré (m^2)
corps 	le volume	le mètre cube (m^3)
récipient 	la capacité	le litre (l)
quantité de matière 	la masse	le gramme (g)
durée 	le temps	la seconde (s))

L'unité de temps est la seconde (s). Pour les transformations, il est utile de se rappeler que :

1 minute (min) = 60 s
1 heure (h) = 60 min = 3600 s
1 jour (j) = 24 h = 1440 min = 86 400 s

Exemple 1 Transformer 4 h 54 min 12 s en secondes.

4 h = $4 \cdot 60$ min = 240 min et 240 min = $240 \cdot 60$ s = 14 400 s
54 min = $54 \cdot 60$ s = 3240 s
4 h 54 min 12 s = 14 400 s + 3240 s + 12 s = 17 652 s.

Exemple 2 Transformer 8000 s en heures, minutes et secondes.

Puisque

8000 : 60 = 133 et il reste 20,

on a :

8000 s = 133 min 20 s.

Et puisque

133 : 60 = 2 et il reste 13,

on a :

133 min = 2 h 13 min.

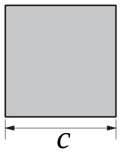
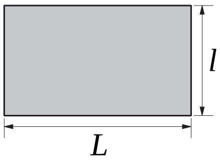
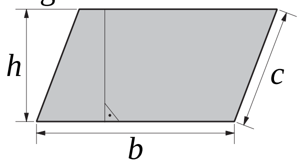
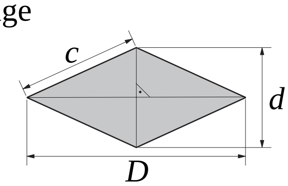
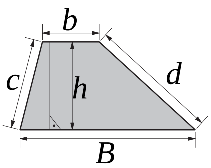
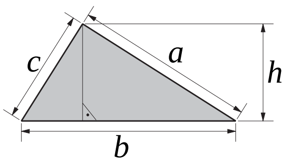
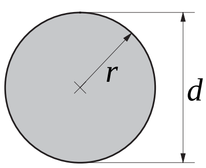
Donc

8000 s = 2 h 13 min 20 s.

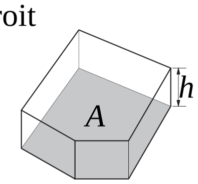
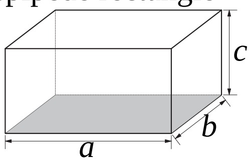
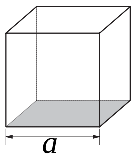
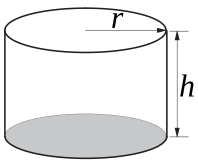
Exercices 759 à 765

9.2 FORMULAIRE

9.2.1 LONGUEURS ET AIRES

Figure	Périmètre	Aire
Carré 	$4 \cdot c$	c^2
Rectangle 	$2 \cdot (L + l)$	$L \cdot l$
Parallélogramme 	$2 \cdot (b + c)$	$b \cdot h$
Losange 	$4 \cdot c$	$\frac{D \cdot d}{2}$
Trapèze 	$B + b + c + d$	$\frac{B + b}{2} \cdot h$
Triangle 	$a + b + c$	$\frac{b \cdot h}{2}$
Disque 	$\pi \cdot d = \pi; \cdot 2r$	$\pi \cdot r^2$

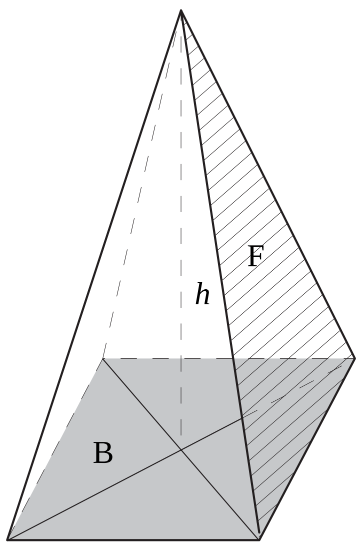
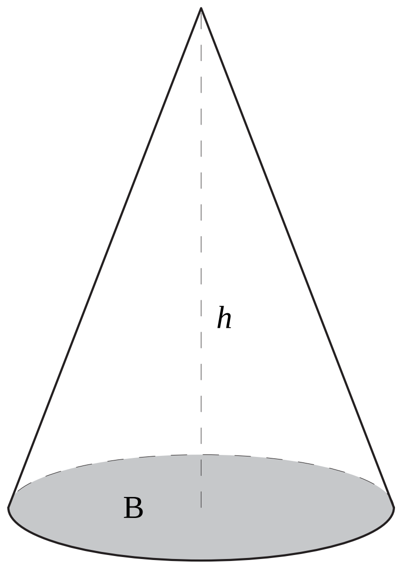
9.2.2 VOLUMES

Corps	Volume
Prisme droit 	aire de la base · hauteur = $A \cdot h$
Parallélépipède rectangle 	aire de la base · hauteur = $a \cdot b \cdot c$
Cube 	aire de la base · hauteur = a^3
Cylindre 	aire de la base · hauteur = $\pi \cdot r^2 \cdot h$

Exercices 766 à 772

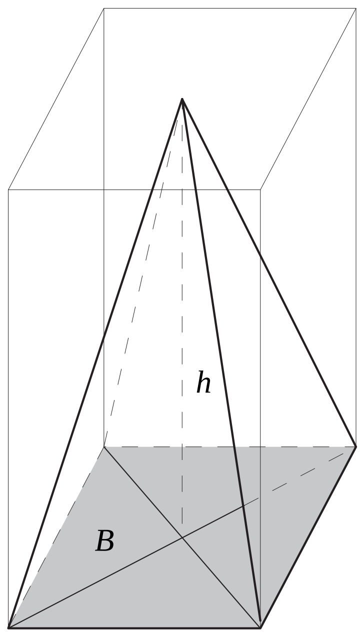
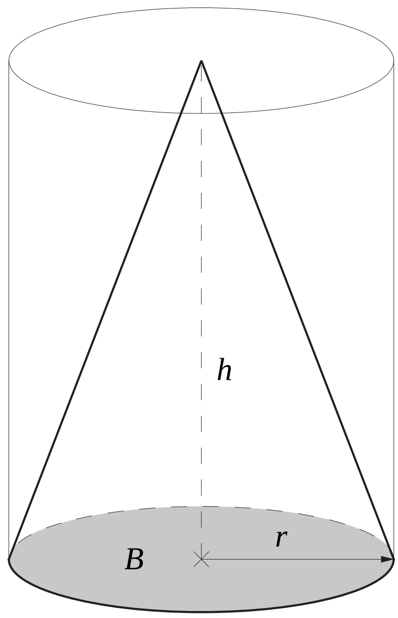
9.3 LA PYRAMIDE ET LE CÔNE

9.3.1 PYRAMIDE RÉGULIÈRE ET CÔNE DROIT

	Pyramide régulière	Cône droit
		
Hauteur (h)	Le centre de la base est le pied de la hauteur issue du sommet.	
Base (B)	Polygone régulier	Disque
Faces (F)	Triangles isocèles	

9.3.2 VOLUME DE LA PYRAMIDE ET VOLUME DU CÔNE

Le volume d’une pyramide (d’un cône) est égal au tiers du volume d’un prisme (d’un cylindre) de même base et de même hauteur.

<table>
<tr><td></td><td>Pyramide régulière</td><td>Cône droit</td></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Volume (V)</td><td colspan="2">$V = \dfrac{\text{aire de la base} \cdot \text{hauteur}}{3}$</td></tr>
<tr><td>$V = \dfrac{B \cdot h}{3}$</td><td>$V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$</td></tr>
</table>

Remarque Aire totale d’une pyramide = aire de la base + aire des 4 triangles latéraux

Exemple 1 Calculer le volume d’un cône dont le diamètre du disque de base mesure 8 cm et la hauteur 12 cm.

$$V = \frac{\text{aire de base} \cdot \text{hauteur}}{3}$$
$$V = \frac{(\pi \cdot 4^2) \cdot 12}{3} = 64 \cdot \pi$$

En prenant pour π la valeur approximative 3,14 on a :

$$V \simeq 64 \cdot 3{,}14$$

c’est-à-dire

$$V \simeq 200{,}96$$

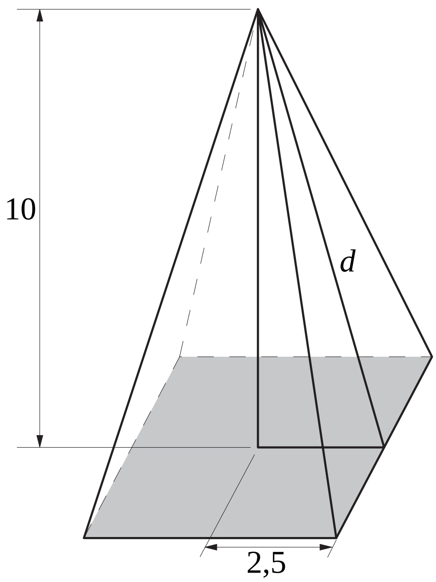
Réponse Le volume du cône est d’environ 200,96 cm^3.

Exemple 2 Une pyramide régulière a une hauteur de 10 dm. Sa base est un carré de 5 dm de côté. Calculer l'aire totale de cette pyramide.

1. *Calcul de d*

$$\begin{aligned} d^2 &= 10^2 + 2{,}5^2 \\ d^2 &= 100 + 6{,}25 \\ d^2 &= 106{,}25 \text{ dm}^2 \\ d &= \sqrt{106{,}25} \\ d &\simeq 10{,}3 \text{ dm} \end{aligned}$$

d mesure environ 10,3 dm.



2. *Aire totale*

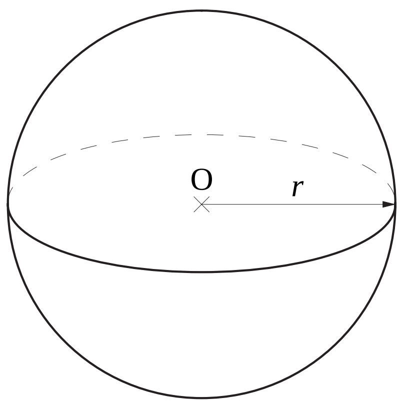
aire de base + aire des 4 triangles latéraux

$$\begin{aligned} 5^2 + 4 \cdot \frac{5 \cdot 10{,}3}{2} &= 25 + 103 \\ &= 128 \end{aligned}$$

Réponse L'aire totale de cette pyramide est d'environ 128 dm^2.

Exercices 773 à 783

9.4 LA SPHÈRE



O : centre de la sphère
r : rayon de la sphère

Volume de la sphère

$$\boxed{V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$$

Exemple Calculer le rayon d'une sphère dont le volume est de 267,95 cm^3.

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Si le rayon r est exprimé en cm, on doit avoir

$$\begin{aligned} 267{,}95 &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \\ r^3 &= \frac{267{,}95 \cdot 3}{4 \cdot \pi} \end{aligned}$$

En prenant pour π la valeur approximative 3,14 on a :

$$r^3 \simeq 64$$

d'où

$$r \simeq \sqrt[3]{64}$$

c'est-à-dire

$$r \simeq 4$$

Réponse Le rayon de la sphère mesure approximativement 4 cm.

Exercices 784 à 788

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 759**

Transformer dans l'unité indiquée :

1) 52,7 dl en dm^3
2) 5,07 dal en cm^3
3) 0,014 hl en cl
4) 36,7 dm^3 en m^3
5) 3 m^3 en dl
6) 0,0753 m^3 en cl

∇∇∇ **EXERCICE 760**

Transformer dans l'unité indiquée :

1) 3,37 hg en dg
2) 5,32 hl en m^3
3) 11,1 g en kg
4) 52 m^3 en hl
5) 32 t en kg
6) 0,003 dal en ml

∇∇∇ **EXERCICE 761**

Effectuer les opérations suivantes :

1) 33,5 hl + 0,05 m^3 + 1500 dm^3

2) 8,73 km + 0,05 km + 300 m + 2 dam + 1500 dm

3) 0,05 m^2 + 45 000 mm^2 + 12 dm^2 + 2800 cm^2

4) 4850 dal - 2,4 m^3

5) 0,054 m^2 - 350 cm^2

6) 3,5 t - 150,2 kg

∇∇∇ **EXERCICE 762**

Transformer en secondes :

1) 1 h 30 min
2) 2 h 24 min
3) 360 min
4) 12 h 8 min 36 s
5) 2 h 56 s
6) 5 h 43 min 12 s

∇∇∇ **EXERCICE 763**

Transformer en heures, minutes et secondes :

1) 180 min
2) 150 min
3) 7843 s
4) 86 400 s
5) 3654 min
6) 2 h 400 min 27 s

∇∇∇ **EXERCICE 764**

Un vélomoteur roule à une vitesse de 32 km/h. Combien de mètres parcourt-il en une seconde ?

∇∇∇ **EXERCICE 765**

Un sprinter court les 100 mètres en 10 secondes. Calculer sa vitesse en km/h.

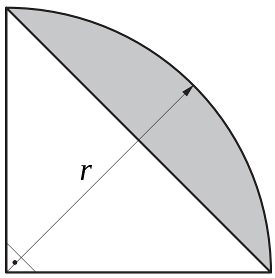
∇∇∇ **EXERCICE 766**

L'aire d'un trapèze est de 94,5 m^2 et sa hauteur est de 70 dm. Une de ses bases mesure 1,5 dam. Calculer la longueur de l'autre base.

∇∇∇ **EXERCICE 767**

Un trapèze isocèle et un triangle isocèle ont chacun une aire de 135 cm^2. Calculer la différence de leurs périmètres, sachant que la base du triangle mesure 18 cm et que celles du trapèze mesurent 18 cm et 27 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 768**



Sachant que l'aire de la surface ombrée mesure 900 mm^2, calculer la longueur du rayon r.

∇∇∇ **EXERCICE 769**

L'aire totale des faces d'un prisme droit à base rectangulaire est de 162 cm^2. Les dimensions du rectangle de base sont 3 cm et 7 cm. Calculer le volume du prisme.

∇∇∇ **EXERCICE 770**

La base d'un prisme droit est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 30 cm et 40 cm. Son volume est de 105 cm^3. Calculer l'aire totale de ce prisme.

∇∇∇ **EXERCICE 771**

Quel rayon faut-il donner à un cylindre de 18 cm de hauteur pour que sa capacité soit de 1 litre ?

∇∇∇ **EXERCICE 772**

Calculer le volume d'un cylindre dont l'aire totale est de 69,08 m^2 et dont la base a un diamètre de 2 m.

∇∇∇ **EXERCICE 773**

Calculer le volume d'une pyramide dont la base est un carré de 7,2 cm de côté et dont la hauteur mesure 5,2 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 774**

Une pyramide à base carrée a un volume de 405 cm^3 et une hauteur de 15 cm. Calculer le côté de son carré de base.

∇∇∇ **EXERCICE 775**

Une pyramide à base rectangulaire a un volume de 75 cm^3 et une hauteur de 18 cm. Calculer les dimensions du rectangle de base, sachant que sa longueur est le double de sa largeur.

∇∇∇ **EXERCICE 776**

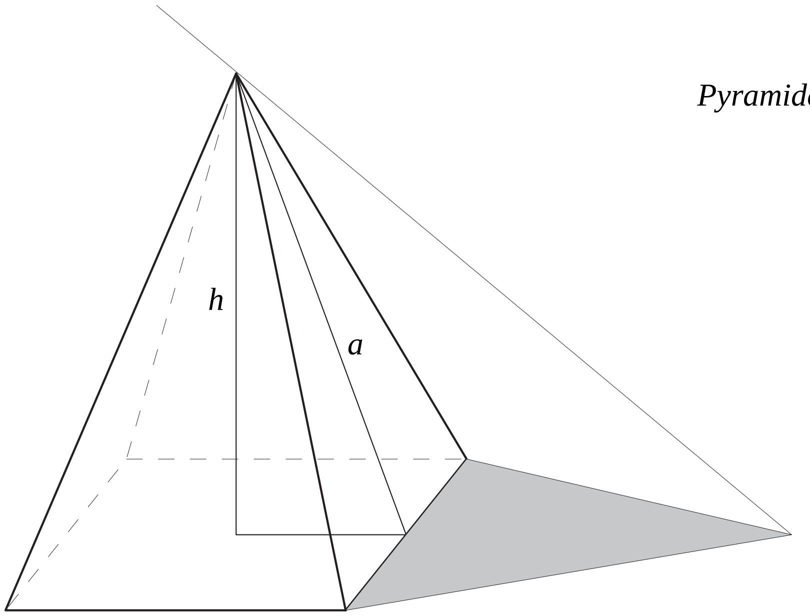
Une pyramide a une base carrée de 4 cm de côté et une arête de 10 cm. Calculer son volume.

∇∇∇ **EXERCICE 777**

Une pyramide à base rectangulaire a un volume de 800 cm^3. Les dimensions du rectangle de base sont 6 cm et 8 cm. Calculer l'aire totale de cette pyramide, sachant que le pied de la hauteur coïncide avec le milieu de la base.

▽▽▽ **EXERCICE 778**

Les pyramides d'Égypte sont des pyramides régulières à base carrée.



Pyramide de CHÉOPS

$a = 180$ m
$h = 138$ m

Sur cette figure, l'ombre de la pyramide a la même aire que chacune des faces latérales.

1) Calculer :

   (a) l'aire de la base,

   (b) le volume,

   (c) l'aire de l'ombre,

   (d) la longueur des arêtes,

   (e) la pente des faces latérales.

2) Quel est le volume de pierres qu'il faudrait ajouter pour augmenter les dimensions (hauteur, côté de la base) de la pyramide de 1 m ?

▽▽▽ **EXERCICE 779**

Calculer le volume d'un cône dont le diamètre du disque de base mesure 8 cm et la hauteur 12 cm.

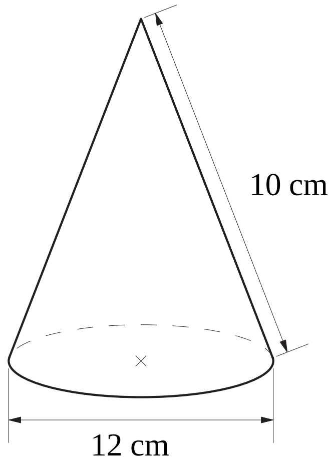
▽▽▽ **EXERCICE 780**

La hauteur d'un cône est égale au diamètre d de son disque de base. Exprimer son volume en fonction de d.

▽▽▽ **EXERCICE 781**

Calculer la hauteur d'un cône dont la base a un diamètre de 6 cm et dont le volume est de 65,94 cm^3 .

∇∇∇ EXERCICE 782



Calculer le volume de ce cône.

∇∇∇ EXERCICE 783

Un cône a une hauteur de 27 cm et un volume de 452,16 cm^3. Calculer le rayon de son disque de base.

∇∇∇ EXERCICE 784

En supposant qu'une orange soit une sphère, calculer son volume si son diamètre mesure 9 cm. Quelle est sa capacité de jus en cl, si on admet qu'une orange rend $\frac{4}{5}$ de son volume en jus ?

∇∇∇ EXERCICE 785

Calculer le rayon d'une sphère dont le volume est de 113,04 dm^3.

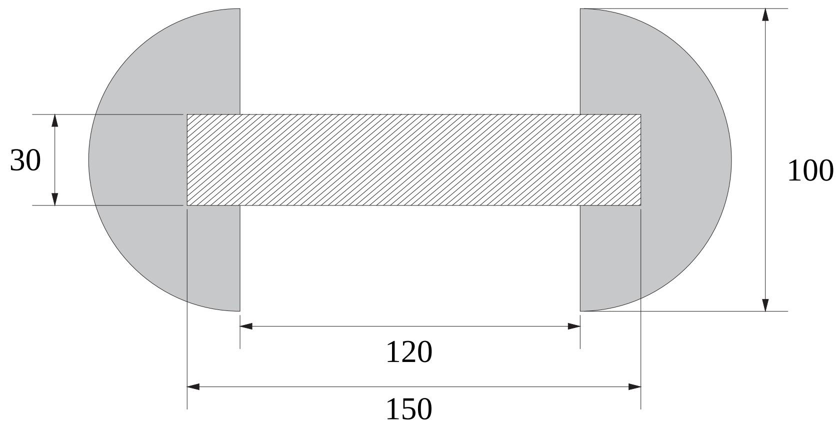
∇∇∇ EXERCICE 786

Quelle approximation de π a-t-on choisie pour calculer le volume d'une sphère de 5 cm de rayon, si on a trouvé 524 cm^3 ?

∇∇∇ EXERCICE 787

Cette figure est la coupe d'une pièce formée de deux demi-sphères en acier et d'une tige cylindrique en bois.

Unité : le mm

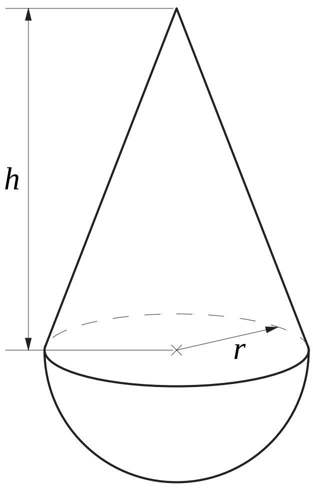


1. Calculer le volume de cette pièce.
2. Calculer sa masse, sachant que

   1 dm^3 d'acier pèse 7,8 kg

   1 dm^3 de bois pèse 0,8 kg.

∇∇∇ EXERCICE 788



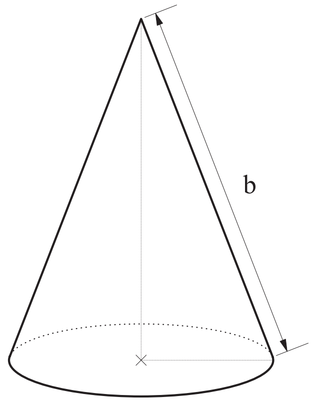
1. Quelle hauteur faut-il donner au cône pour que son volume soit le même que celui de la demi-sphère, si $r = 10$ cm ?
2. Exprimer h en fonction de r, sachant que le cône et la demi-sphère ont le même volume.

Exercices de développements

∇∇∇ **EXERCICE 789**

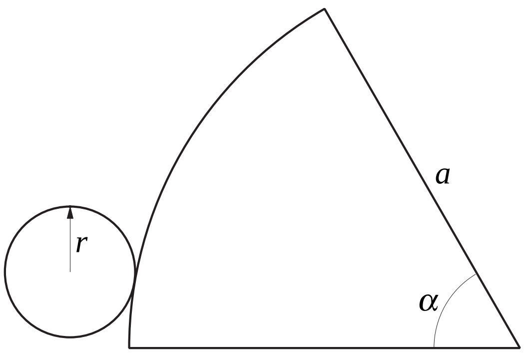
Calculer le volume et l'aire totale d'un cône dont le rayon mesure 3 cm et la hauteur 4 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 790**



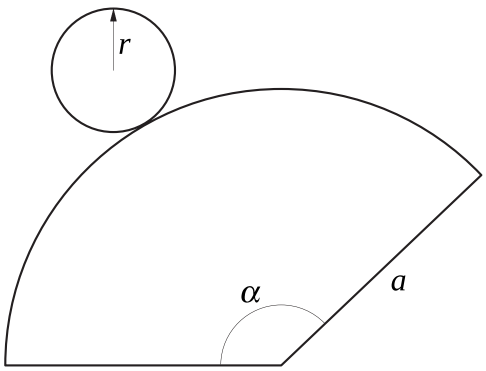
L'aire latérale de ce cône mesure 141,3 cm^2. Calculer sa hauteur.

∇∇∇ **EXERCICE 791**



Voici le développement d'un cône.
Si $r = 2$ cm et $a = 12$ cm,
calculer la mesure de l'angle α.

∇∇∇ **EXERCICE 792**



Voici le développement d'un cône.
Calculer :

1. l'angle α, sachant que $a = 75$ mm et $r = 15$ mm ;
2. a, sachant que $\alpha = 24^o$ et $r = 7$ cm;
3. le rayon r, sachant que $\alpha = 45^o$ et $a = 104$ mm.

∇∇∇ **EXERCICE 793**

Calculer, en fonction du rayon r, la différence entre l'aire d'un cube et l'aire de la plus grande sphère contenue dans ce cube (une sphère de rayon r a une aire de $4\pi r^2$).

$\nabla\nabla\nabla$ **EXERCICE 794**

Un corps est formé d'un cylindre surmonté d'un cône. La hauteur du cône et celle du cylindre sont égales au rayon *r* du cylindre.

Calculer en fonction du rayon *r* :

1. le volume de ce corps,
2. l'aire totale ce corps,
3. la différence de volume entre ce corps et une sphère de rayon *r*,
4. la différence d'aire entre ce corps et une sphère de rayon r.

Chapitre 10

Les applications du plan dans lui-même

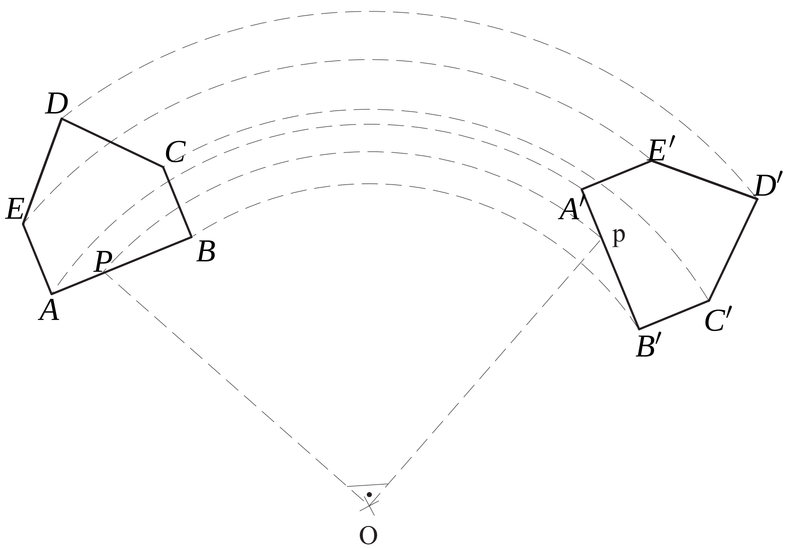
Théorie

10.1 LES ROTATIONS

10.1.1 UN EXEMPLE

Une rotation est une transformation géométrique qui permet de « faire tourner » une figure autour d'un point, dans le plan.

Voyons un exemple : faisons tourner le pentagone ABCDE d'un angle de 90° autour du point O, dans le sens des aiguilles d'une montre.



Voici comment on a construit cette rotation :

Pour chaque point P du pentagone $ABCDE$,

- on a d'abord tracé un arc de cercle de centre O et de rayon $\overline{OP}$, dans le sens des aiguilles d'une montre ;
- on a ensuite placé le point P' sur cet arc, de telle manière que $\widehat{POP'} = 90^o$.

On a construit comme cela A' à partir de A, puis B' à partir de B, ... :

$\overline{OA'} = \overline{OA}$ et $\widehat{AOA'} = 90^o$; $\overline{OB'} = \overline{OB}$ et $\widehat{BOB'} = 90^o$; ...

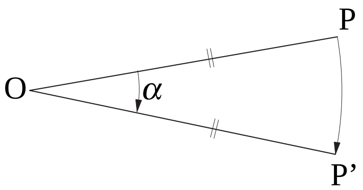
On dit que le point P' est l'**image** du point P par une **rotation de centre O et d'angle 90°, dans le sens des aiguilles d'une montre**.

Et on dit que A'B'C'D'E' est l'image de ABCDE par cette même rotation.

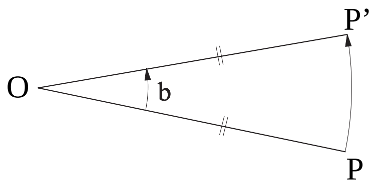
10.1.2 GÉNÉRALISATION

Voici une rotation de centre O et d'angle α,

dans le sens des aiguilles d'une montre :



dans le sens contraire des aiguilles d'une montre :



On appelle le point P' l'image du point P par la rotation de centre O et d'angle α, dans le sens choisi.

Pour construire l'image d'un point par une rotation, il faut connaître :

1) le centre de rotation O

2) l'angle de rotation α

3) le sens de rotation (la rotation peut se faire dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire).

> Si P' est l'image de P par une rotation de centre O et d'angle α alors :
>
> $\overline{OP'} = \overline{OP}$ (P et P' sont sur le cercle de centre O et de rayon $\overline{OP}$),
>
> $\widehat{POP'} = \alpha$.

10.1.3 PROPRIÉTÉS DES ROTATIONS

Une rotation transforme :

– une droite en une droite

– un segment en un segment de même longueur

– un cercle en un cercle de même rayon.

Une rotation conserve :

– les longueurs

– la mesure des angles

– les aires

– le parallélisme

– l'orientation.

Remarque Si l'angle de rotation $\alpha = 180^o$, la rotation est une symétrie centrale.

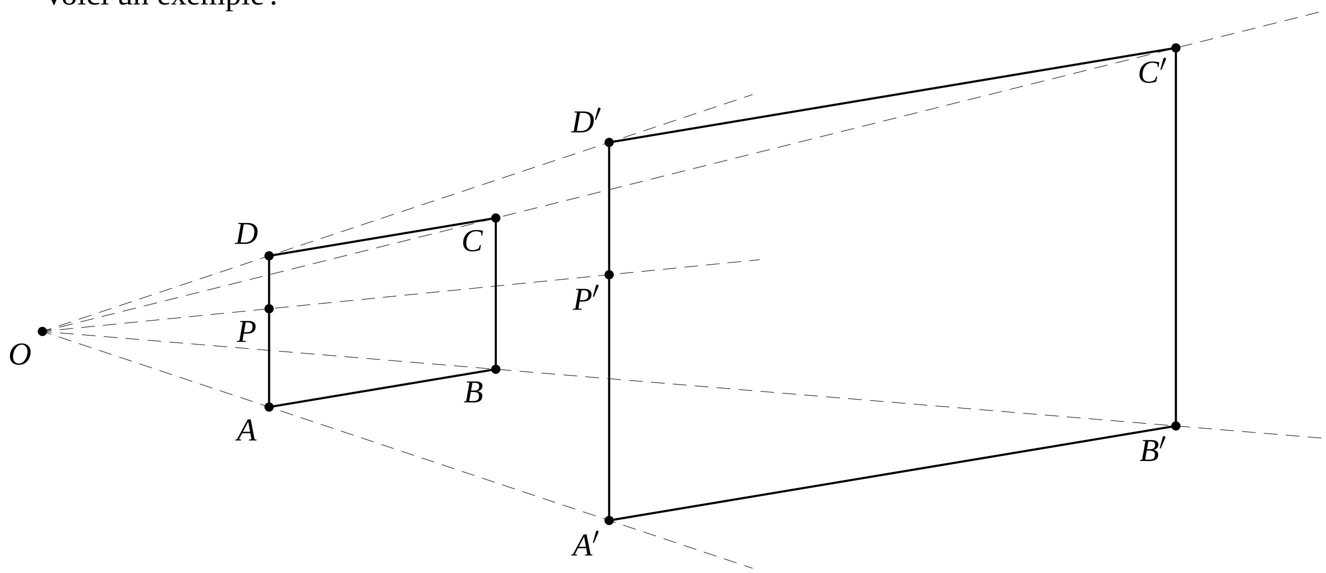
Exercices 795 à 805

10.2 LES HOMOTHÉTIES

10.2.1 UN EXEMPLE

Une *homothétie* est une transformation géométrique qui permet d'agrandir ou de réduire une figure.

Voici un exemple :



Sur cette figure, $ABCD$ et $A'B'C'D'$ sont des parallélogrammes.

Le parallélogramme $A'B'C'D'$ est un agrandissement du parallélogramme $ABCD$.

On a construit cet agrandissement de la manière suivante :

- on a choisi un point O dans le plan ;
- ensuite, pour chaque point P de $ABCD$, on a tracé la demi-droite $[OP)$ et on a placé le point P' sur $[OP)$ de telle manière que $\overline{OP'} = 2.5 \cdot \overline{OP}$.

On a construit comme cela A' à partir de A, ..., D' à partir de D :

$$\overline{OA'} = 2.5 \cdot \overline{OA}, \ldots, \overline{OD'} = 2.5 \cdot \overline{OD}.$$

Le nombre par lequel il faut multiplier $\overline{OP}$ pour obtenir $\overline{OP'}$ s'appelle le **rapport d'homothétie**. Dans cet exemple, ce rapport est de 2,5.

On dit que le point P' est l'**image** du point P par une **homothétie de centre *O* et de rapport 2,5**.

Et on dit que $A'B'C'D'$ est l'image de $ABCD$ par cette homothétie.

10.2.2 GÉNÉRALISATION

Pour construire l'image d'un point par une homothétie, il faut connaître :

1) le centre d'homothétie (c'est un point qu'on désignera par O)

2) le rapport d'homothétie (c'est un nombre $k \neq 0$).

Soit maintenant P un point du plan.

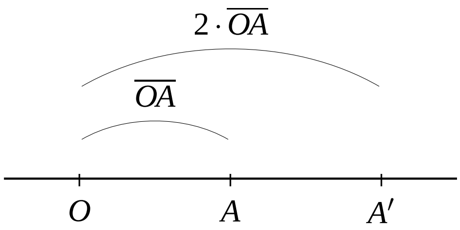
L'image d'un point P par l'homothétie de centre O et de rapport k est le point P' qui satisfait les 3 conditions suivantes :

1. P' est sur la droite OP,
2. $\overline{OP'} = |k| \cdot \overline{OP}$,
3. $\begin{cases} \text{si } k > 0, \text{ alors } P \text{ et } P' \text{ sont du même côté de } O \\ \text{si } k < 0, \text{ alors } P \text{ et } P' \text{ sont de part et d'autre de } O. \end{cases}$

Voici deux exemples de la construction de l'image d'un point.

1. Avec un rapport d'homothétie $k > 0$

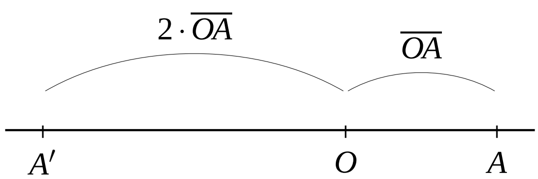
   Prenons $k = 2$.
   $\overline{OA'} = 2 \cdot \overline{OA}$



   Puisque $k > 0$, le point A et son image A' sont du même côté de O.

2. Avec un rapport d'homothétie $k < 0$

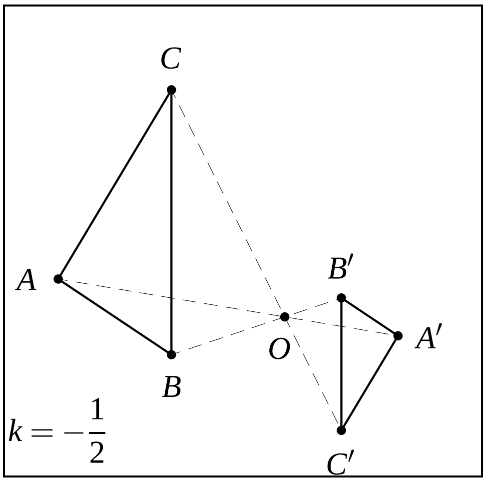
   Prenons $k = -2$.
   $\overline{OA'} = 2 \cdot \overline{OA}$

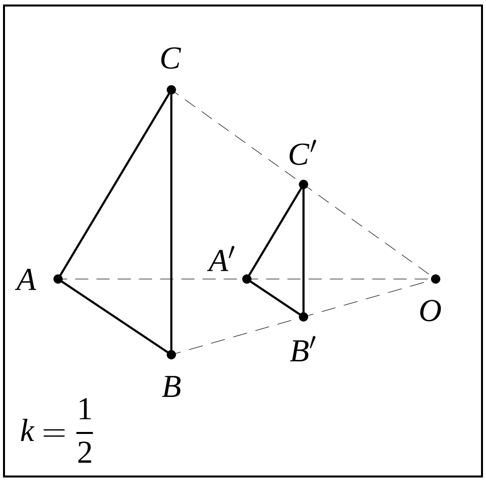


   Puisque $k < 0$, le point A et son image A' sont de part et d'autre de O.

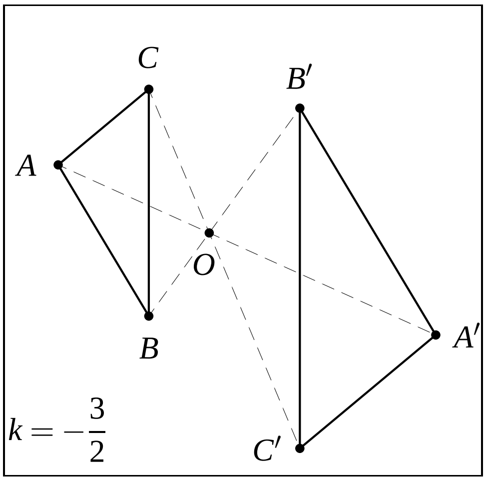
10.2.3 HOMOTHÉTIE : AGRANDISSEMENT OU RÉDUCTION

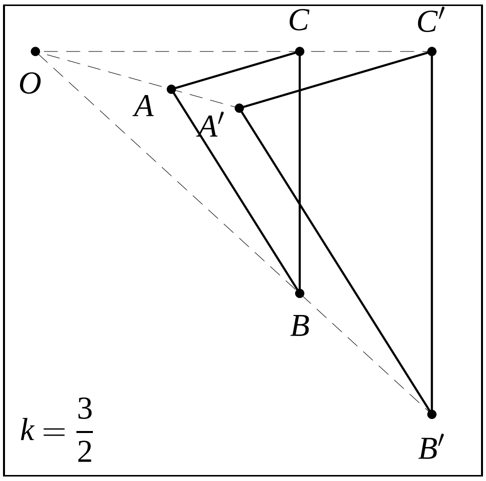
1. Si $\boxed{|k| < 1}$, l'homothétie $\boxed{\text{RÉDUIT}}$ les dimensions d'une figure.





2. Si $\boxed{|k| < 1}$, l'homothétie $\boxed{\text{RÉDUIT}}$ les dimensions d'une figure.





3. Si $\boxed{k = +1}$, l'homothétie est l'application $\boxed{\text{IDENTITÉ}}$.

4. Si $\boxed{k = -1}$, l'homothétie est une $\boxed{\text{SYMÉTRIE CENTRALE}}$.

10.2.4 PROPRIÉTÉS DES HOMOTHÉTIES

Une homothétie conserve

- la mesure des angles
- le parallélisme
- l'orientation.

Une homothétie de rapport k

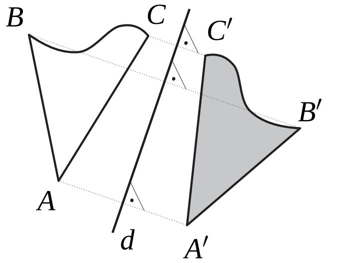
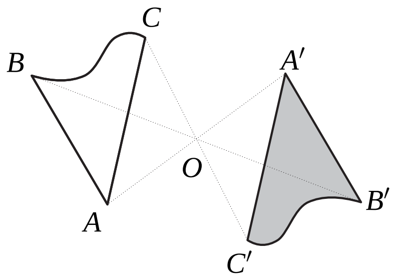
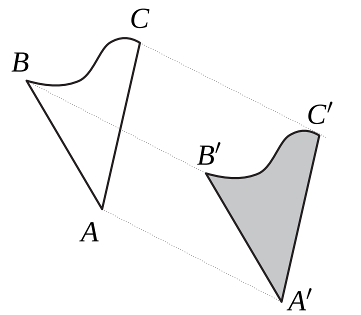
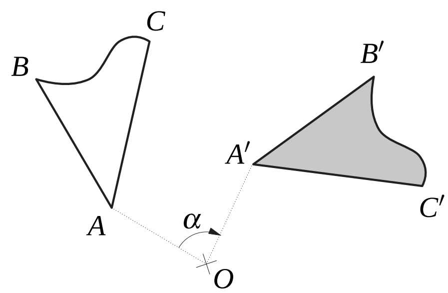
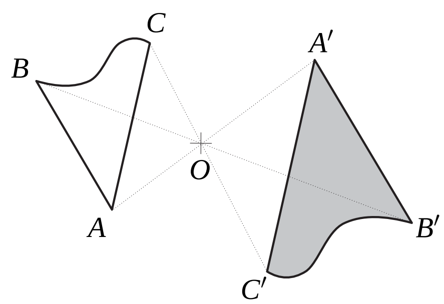
- multiplie les distances par $|k|$
- multiplie les aires par k^2.

Une homothétie de rapport k est

- un agrandissement d'échelle $|k|$ si $|k| > 1$
- une réduction d'échelle $|k|$ si $|k| < 1$.

$\boxed{\text{Exercices 806 à 819}}$

10.3 TABLEAU RÉCAPITULATIF DES APPLICATIONS DU PLAN DANS LUI-MÊME

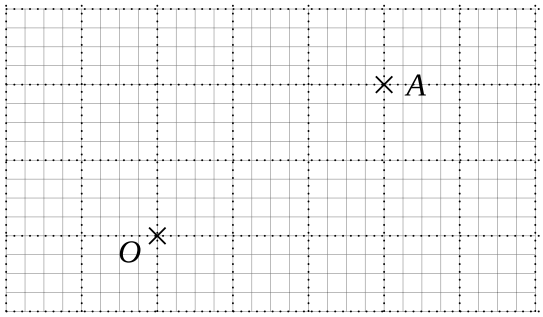
Application	**Figure**	**Propriétés**	**Points fixes**
Symétrie axiale d'axe a		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme <u>Ne conserve pas</u> : l'orientation	chaque point de l'axe de symétrie
Symétrie centrale de centre O		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme l'orientation	le centre de symétrie
Translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme l'orientation	
Rotation de centre O et d'angle α		<u>Conserve</u> : les longueurs les angles le parallélisme l'orientation	le centre de rotation
Homothétie de centre O et de rapport k		<u>Conserve</u> : les angles le parallélisme l'orientation	le centre d'homothétie

Exercices 820 à 824

Exercices écrits

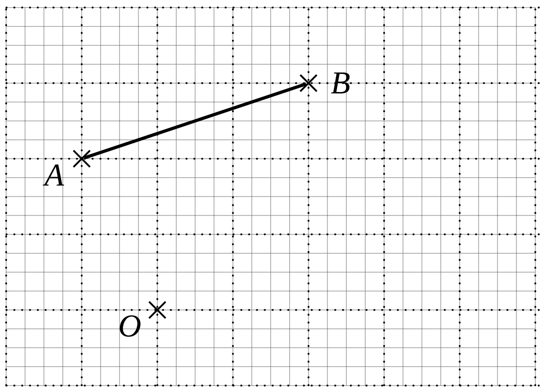
Recopier les figures dans le cahier avant d'effectuer les constructions.

∇∇∇ EXERCICE 795



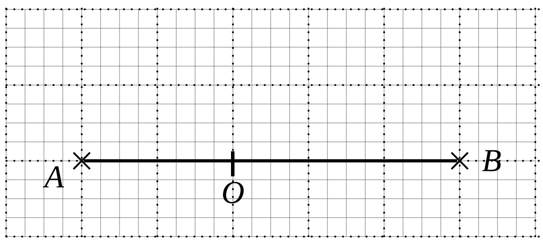
Construire l'image du point A par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 60^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 796



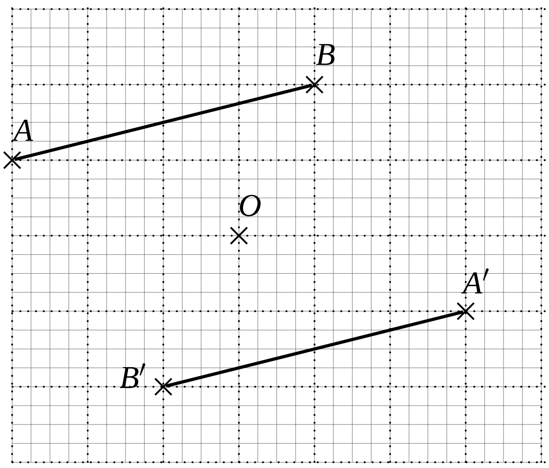
Construire l'image du segment $[AB]$ par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 90^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 797



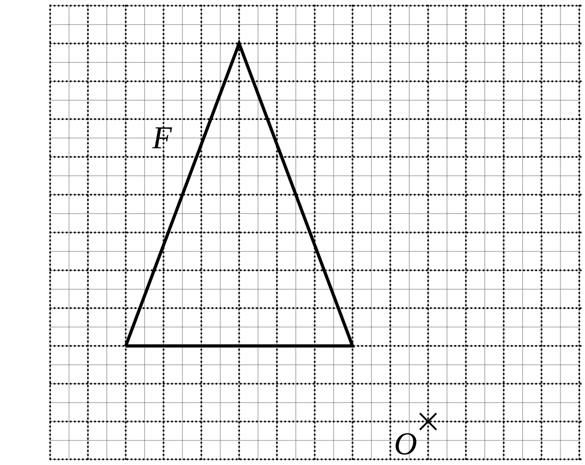
Construire l'image du segment $[AB]$ par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 90^o$, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 798



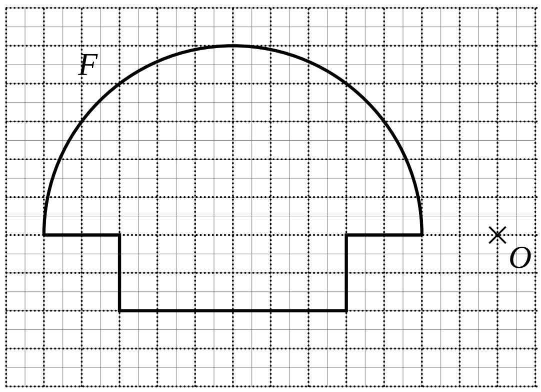
Le segment $[A'B']$ est l'image du segment $[AB]$ par une rotation de centre O. Construire et mesurer l'angle de rotation.

∇∇∇ EXERCICE 799



Construire l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 60^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

∇∇∇ EXERCICE 800

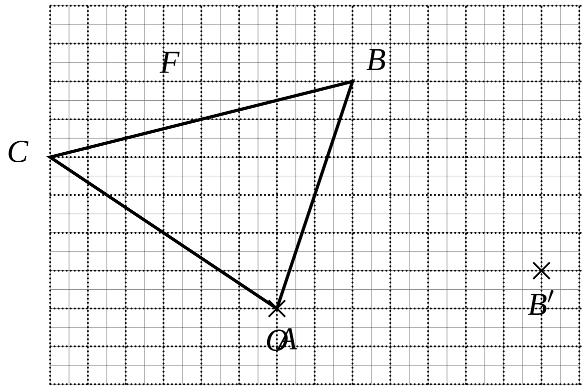


1) Construire l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 90^o$, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

2) Construire l'image F'' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 180^o$.

.

∇∇∇ EXERCICE 801

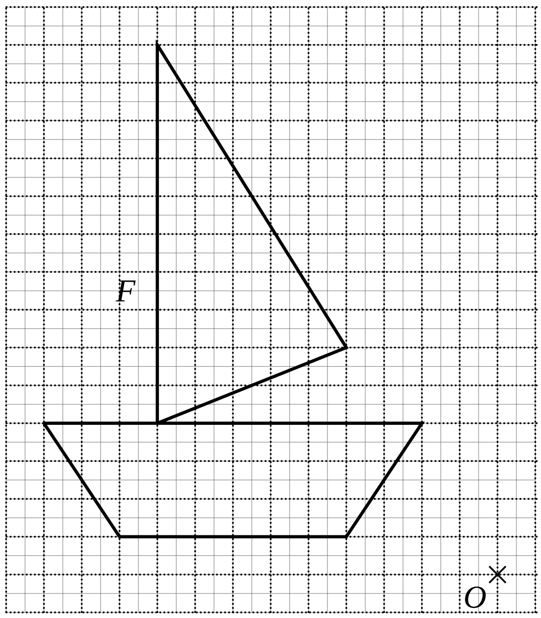


Le point B' est l'image du point B par une rotation de centre O.

1) Construire et mesurer l'angle de rotation.

2) Construire l'image F' de la figure F par cette rotation.

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 802



1) Construire l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 30^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

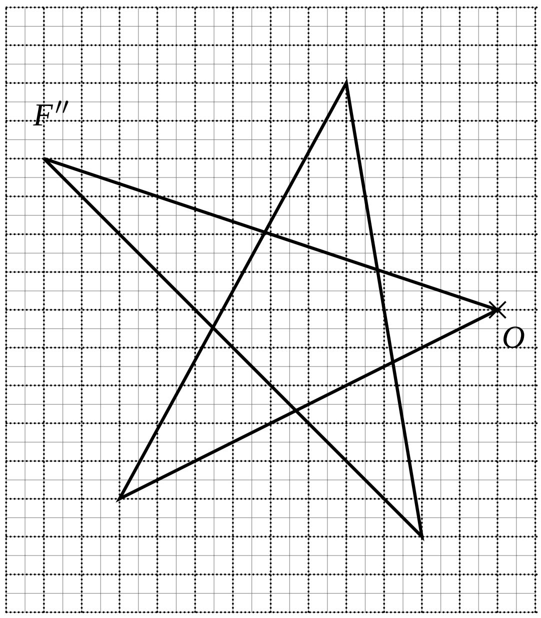
2) Construire l'image F'' de la figure F' par une rotation de centre O et d'angle $\alpha' = 45^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre.

3) F'' est l'image de F par une rotation de centre O et d'angle α'', dans le sens des aiguilles d'une montre.

   (a) Construire et mesurer l'angle α''.

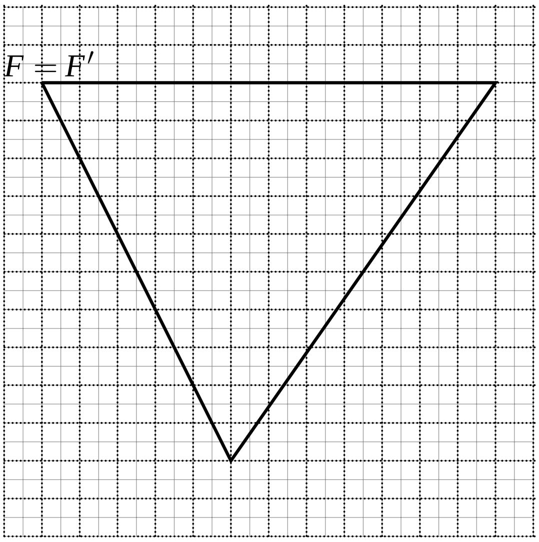
   (b) Comparer α, α' et α''.

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 803



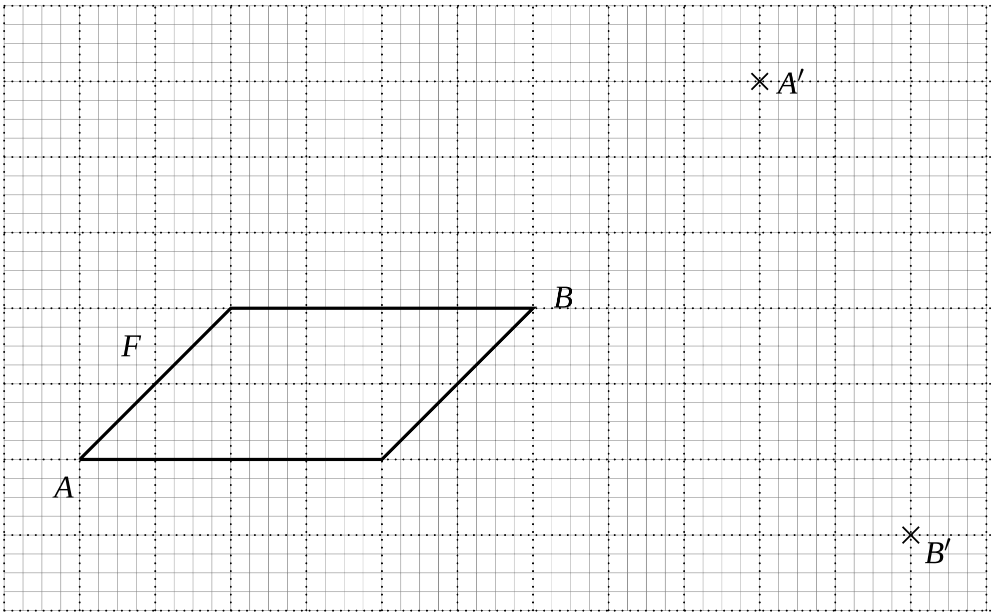
On a d'abord construit l'image F' de la figure F par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 70^o$, dans le sens des aiguilles d'une montre. On a ensuite construit l'image F'' de la figure F' par une rotation de centre O et d'angle $\alpha = 110^o$, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Voici la figure F'' et le centre de rotation O. Construire la figure initiale F.

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 804



La figure F est un triangle équilatéral. F' est l'image de la figure F par une rotation d'angle $\alpha = 120^o$. Construire le centre de rotation.

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 805



Par une rotation, A' est l'image de A et B' est l'image de B.

1) Construire le centre O de rotation.

2) Mesurer l'angle de rotation.

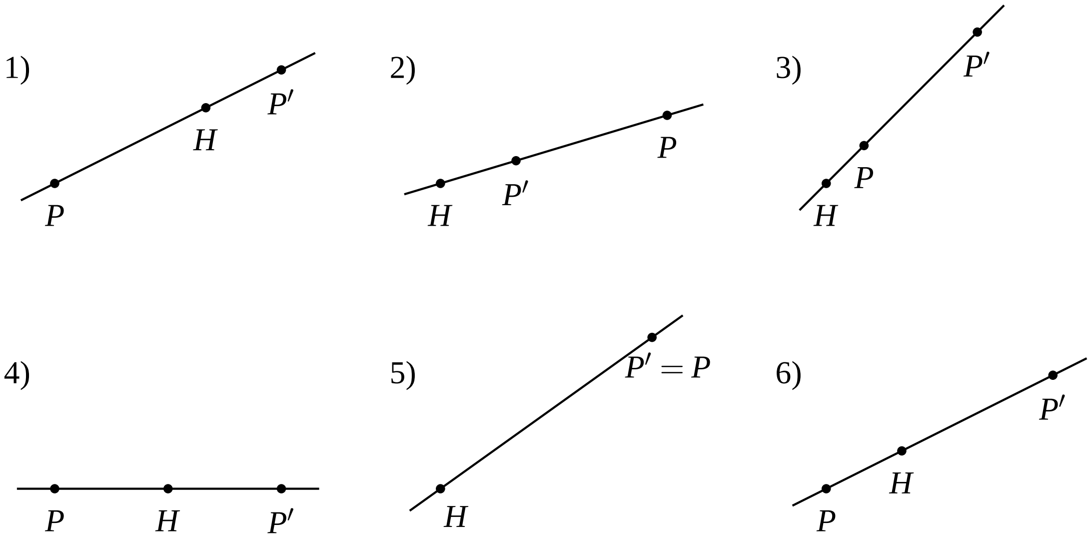
3) Construire l'image F' de la figure F.

$\nabla\nabla\nabla$ EXERCICE 806

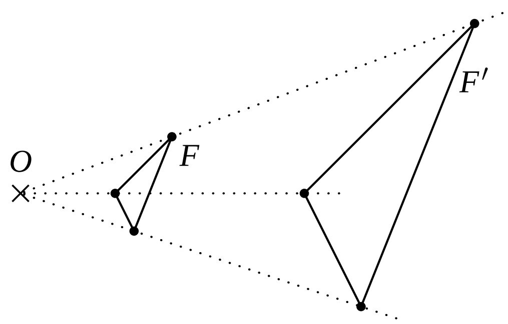
Dans chacune des figures suivantes, le point P' est l'image du point P par une homothétie de centre H. Pour chaque figure, indiquer

1) si le rapport d'homothétie est positif ou négatif;

2) s'il est, en valeur absolue, inférieur, égal ou supérieur à 1.



∇∇∇ EXERCICE 807



F' est l'image de F par une homothétie.

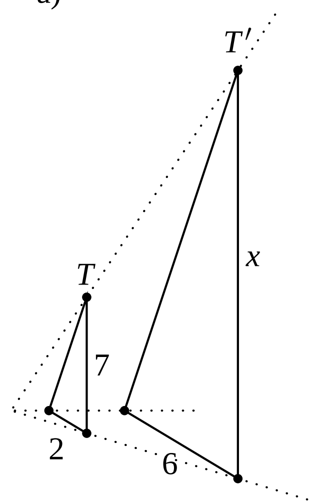
1) Effectuer les mesures nécessaires pour calculer le rapport d'homothétie.

2) Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme F' en F ?

∇∇∇ EXERCICE 808

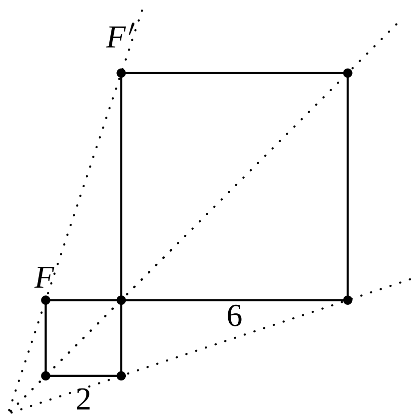
Voici des figures et leurs images par une homothétie. Indiquer, pour chaque figure, le rapport d'homothétie k. Pour les figures (a) et (d), déterminer la longueur x.

a)



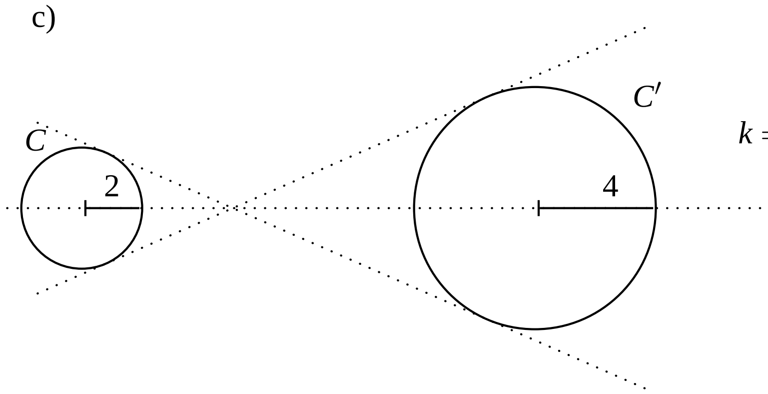
$k =$
$x =$

b)



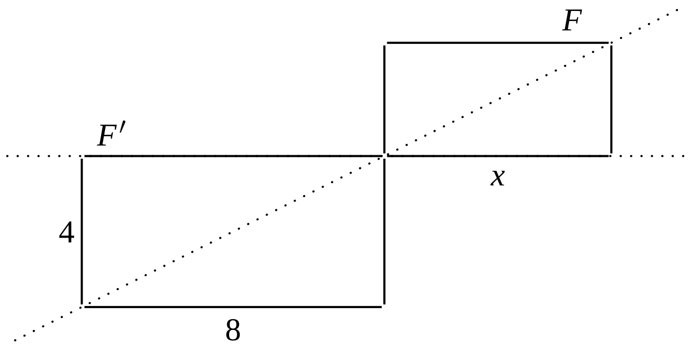
$k =$

c)



$k =$

d)

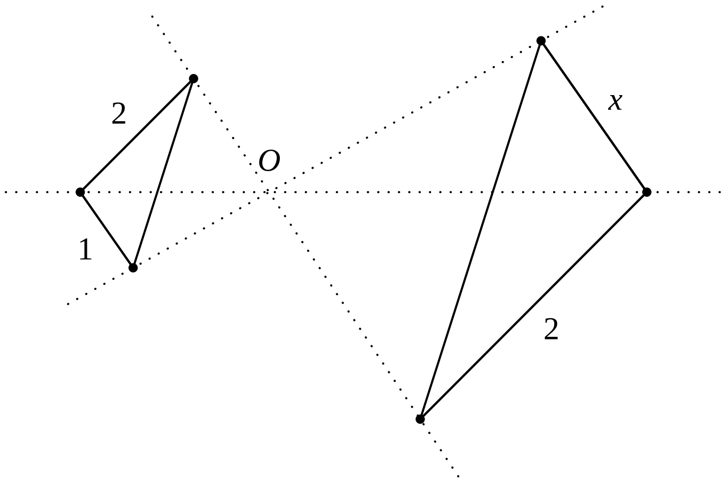


$k =$

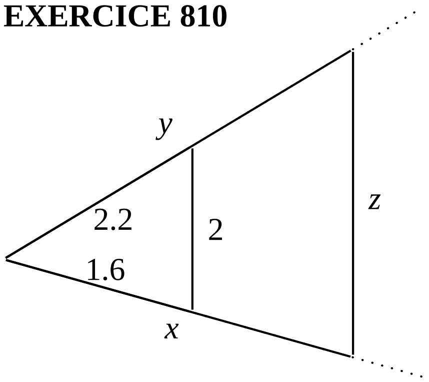
$x =$

∇∇∇ EXERCICE 809

Calculer le rapport d'homothétie et la longueur du segment x.
Unité : le cm

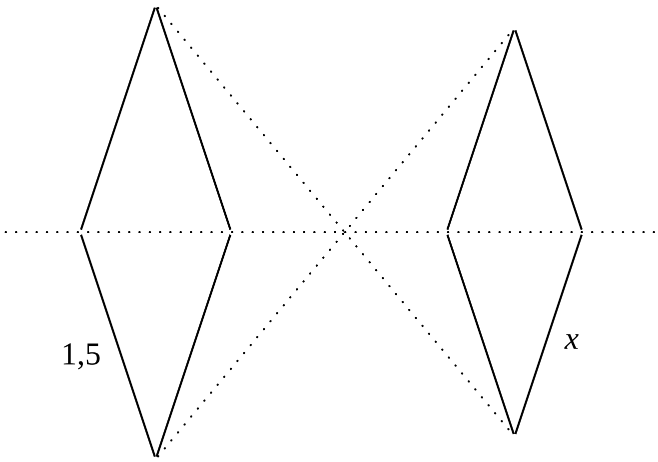


∇∇∇ EXERCICE 810



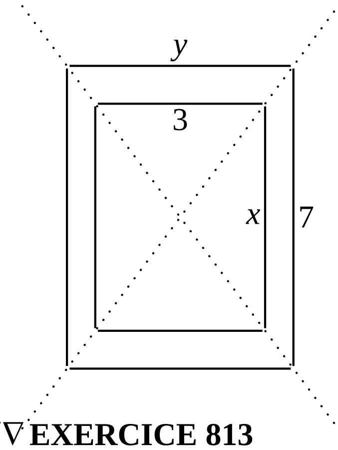
Voici un triangle et son image par une homothétie de rapport 1,85. Calculer les longueurs x, y et z.
Unité : le dm

∇∇∇ EXERCICE 811



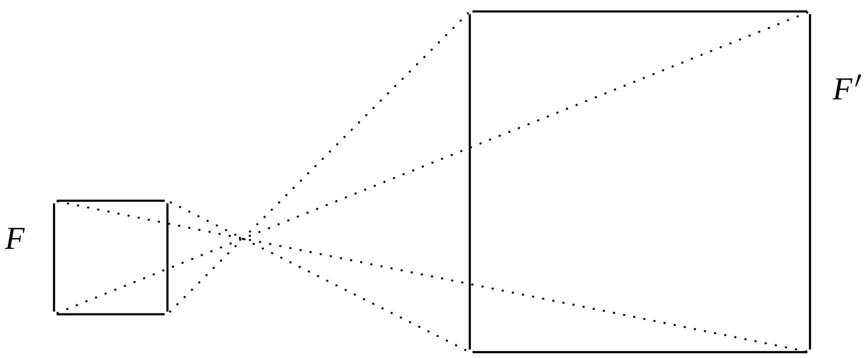
Voici un losange et son image par une homothétie de rapport -0,9. Calculer la longueur x.
Unité : le m

∇∇∇ EXERCICE 812



Voici un rectangle et son image par une homothétie de rapport $\frac{4}{3}$.
Calculer les longueurs x et y.
Unité : le cm

∇∇∇ EXERCICE 813



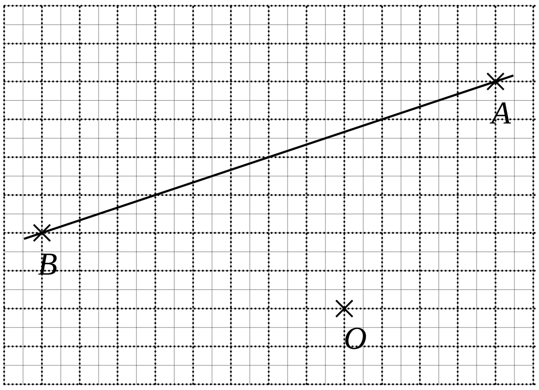
F' est l'image de F par une homothétie.

1) Effectuer les mesures nécessaires et calculer le rapport d'homothétie.

2) Calculer l'aire du carré F' et l'aire du carré F.

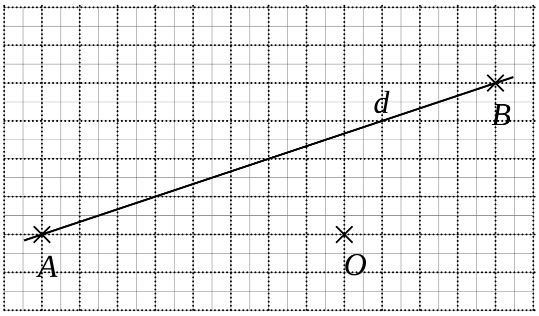
3) Calculer le rapport de ces aires.

∇∇∇ EXERCICE 814



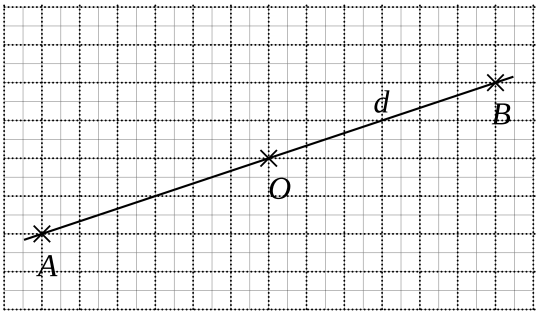
Construire l'image de la droite d par une homothétie de centre O et de rapport $+\dfrac{1}{2}$.

∇∇∇ EXERCICE 815



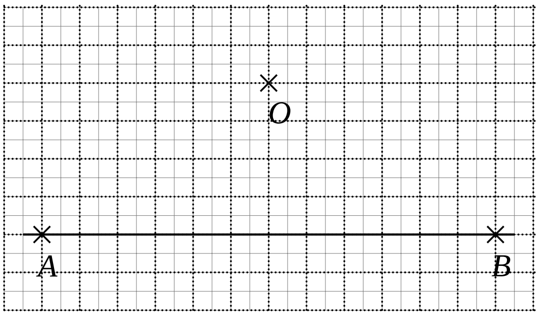
Construire l'image de la droite d par une homothétie de centre O et de rapport $-\dfrac{1}{2}$.

∇∇∇ EXERCICE 816



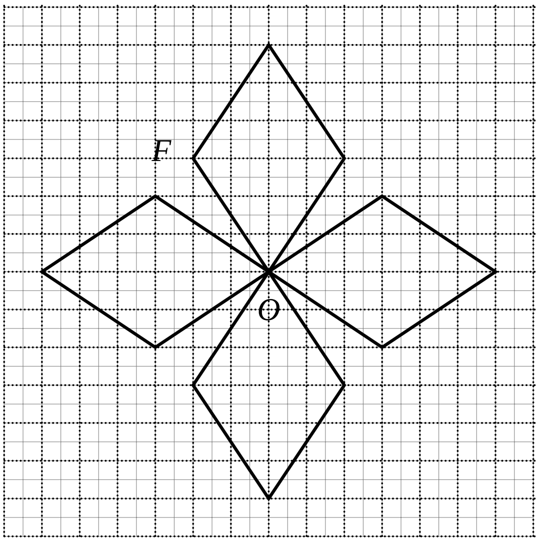
Construire l'image de la droite d par une homothétie de centre O et de rapport +5.

∇∇∇ EXERCICE 817



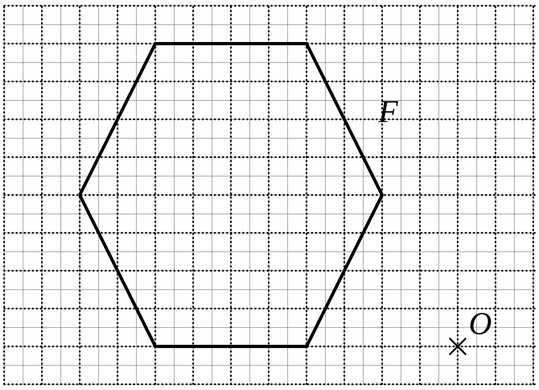
Construire l'image du segment [AB] par une homothétie de centre O et de rapport $-\dfrac{1}{3}$.

∇∇∇ EXERCICE 818



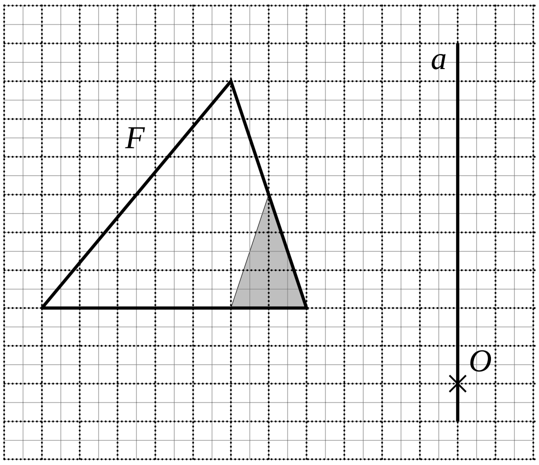
Construire l'image F' de la figure F par une homothétie de centre O et de rapport +2.

∇∇∇ EXERCICE 819



F' est l'image de la figure F par une homothétie de centre O et de rapport -2. Construire la figure F.

∇∇∇ EXERCICE 820

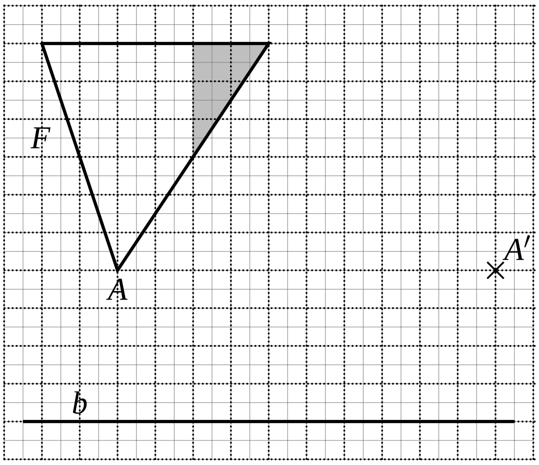


1) Construire l'image F' de la figure F par une symétrie axiale d'axe a.

2) Construire l'image F'' de la figure F' par une symétrie centrale de centre O.

3) Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F'' à partir de F ?

∇∇∇ EXERCICE 821

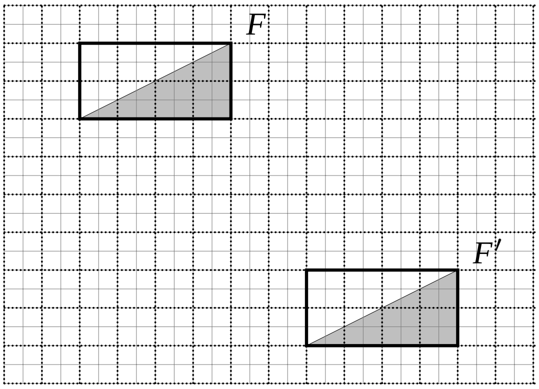


1) Construire l'image F' de la figure F par une translation de vecteur

2) Construire l'image F'' de la figure F' par une symétrie axiale d'axe b.

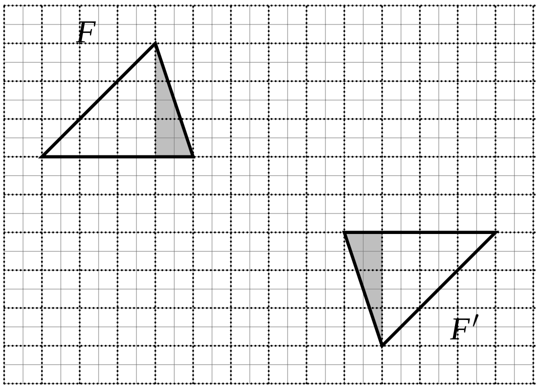
3) Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F'' à partir de F ?

∇∇∇ EXERCICE 822



Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F' à partir de F ?
Sinon, définir les applications nécessaires successives permettant de déplacer F sur F'.

∇∇∇ EXERCICE 823

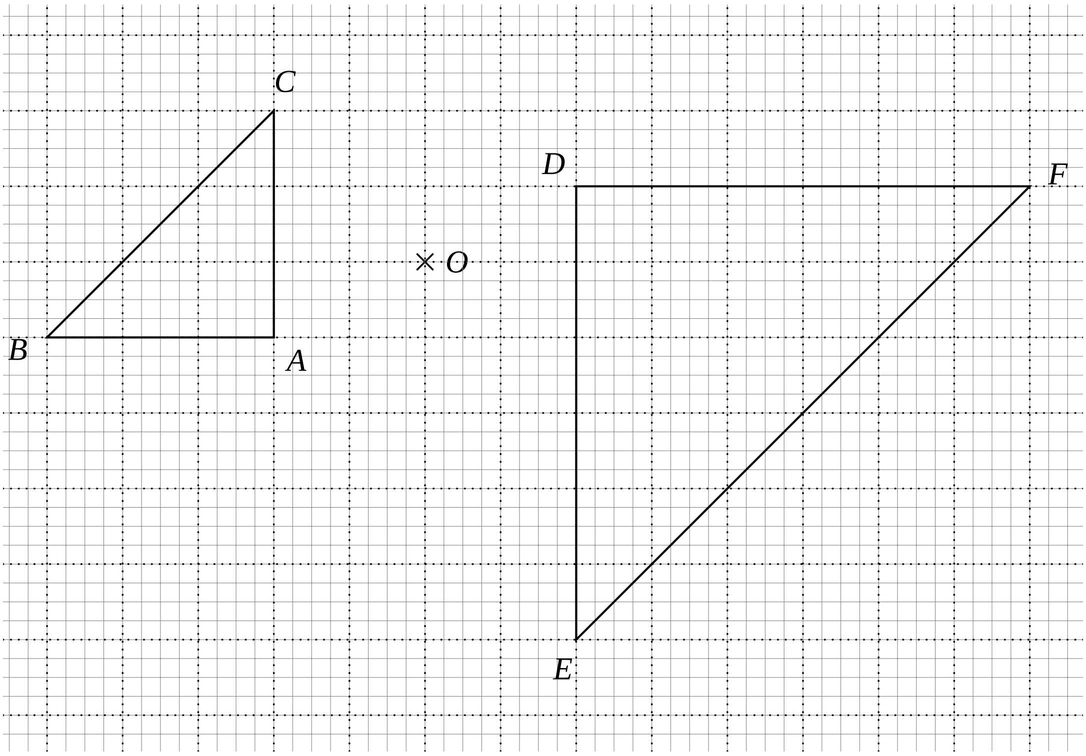


Existe-t-il une application qui permette d'obtenir directement F' à partir de F ?
Sinon, définir les applications nécessaires successives permettant de déplacer F sur F'.

∇∇∇ EXERCICE 824

1) Construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par une rotation de centre O et d'angle 180^o.

2) Définir complètement l'application qui permet d'obtenir le triangle DEF comme image du triangle $A'B'C'$.

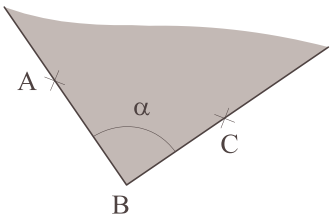


Chapitre 11

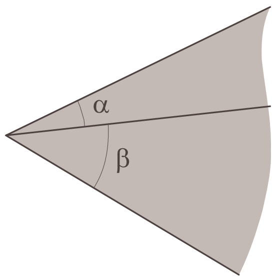
Le théorème de Thalès

Théorie

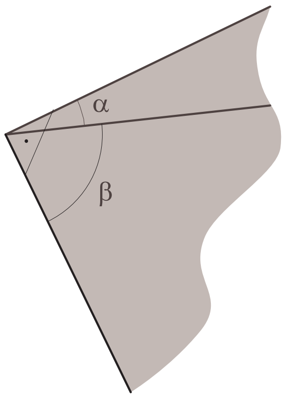
11.1 LES ANGLES (Rappel)



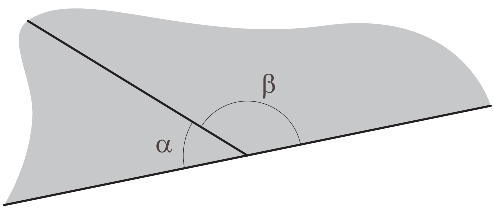
Un **angle** est une figure formée par deux demi-droites issues d'un même point.
Ce point s'appelle le **sommet** de l'angle.
Les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle.
Notation : $\widehat{ABC}$ ou une lettre grecque: α.



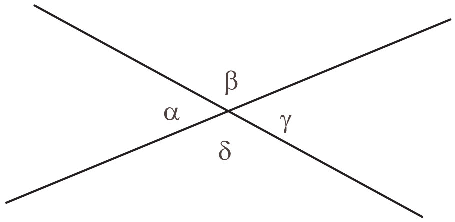
Deux angles sont **adjacents** s'ils ont le même sommet et s'ils sont situés de part et d'autre d'un côté commun.



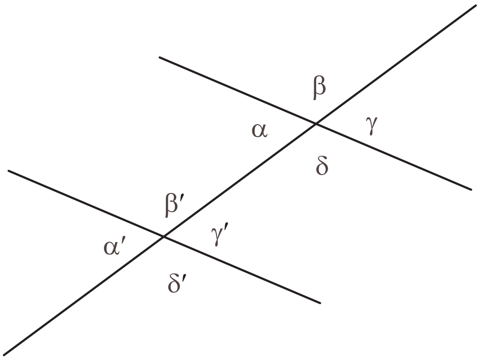
Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est un angle droit.



Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est 180^o.



Deux droites sécantes déterminent 4 angles.
On dit que α et γ sont des angles **opposés par le sommet**;
de même, β et δ sont opposés par le sommet.



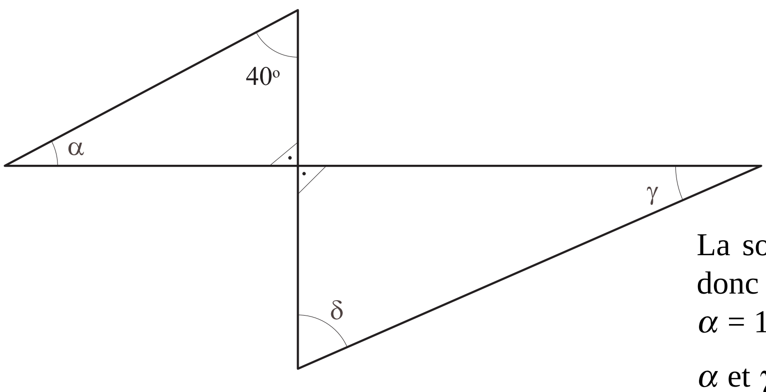
Deux droites parallèles coupées par une troisième droite déterminent 8 angles. On appelle:
β et δ' des angles **alternes-externes**; de même que γ et α';
δ et β' des angles **alternes-internes**; de même que α et γ';
α et α' des angles **correspondants**; de même que β et β', γ et γ', δ et δ'.

On dit que deux angles sont **égaux** s'ils ont la même mesure.

Deux	angles	opposés par le sommet		
"	"	alternes-externes	}	sont égaux
"	"	alternes-internes		
"	"	correspondants		

Exemple

Dans cette figure, AE et CD sont parallèles. Déterminer α, γ et δ.



La somme des angles d'un triangle est 180^o, donc
$\alpha = 180^o - 90^o - 40^o = 50^o$

α et γ sont alternes-internes, donc égaux:
$\gamma = \alpha = 50^o$

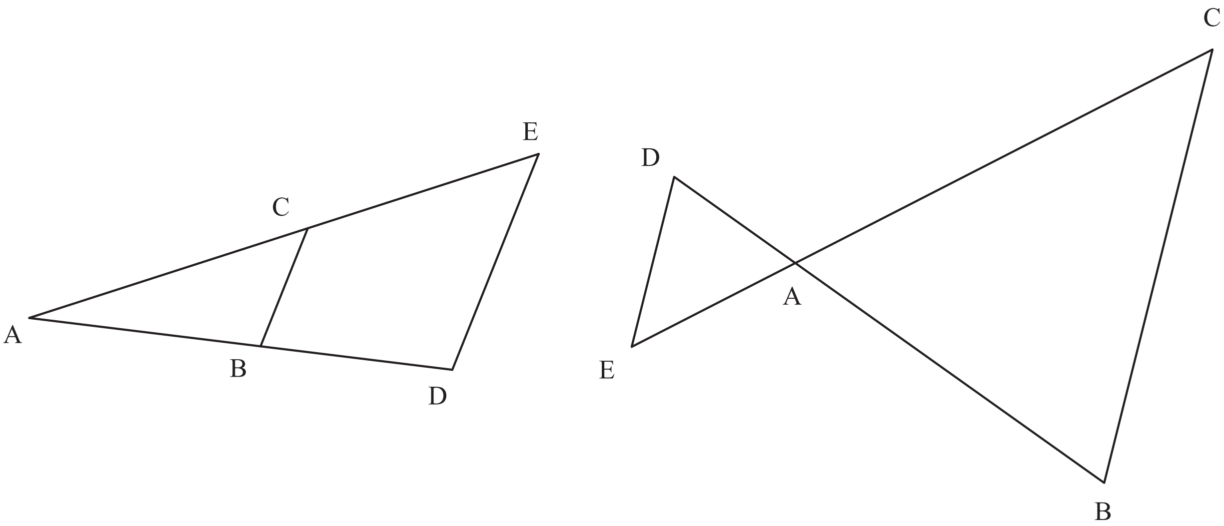
$\widehat{AEB}$ et δ sont alternes-internes, donc égaux:
$\delta = 40^o$

Exercices 825 à 829

11.2 LE THÉORÈME DE THALÈS

11.2.1 LE THÉORÈME DE THALÈS DANS LE TRIANGLE

On considère les deux figures suivantes:



Chacune est formée de deux triangles, ABC et ADE.

Dans chacune, DE est **parallèle** à BC.

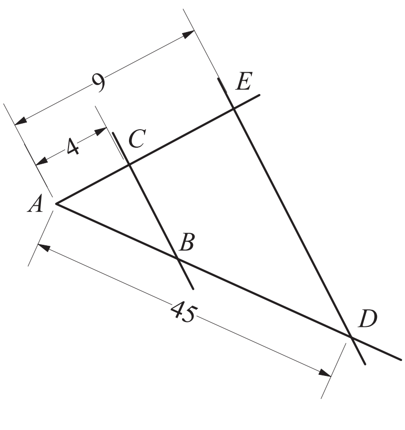
> **Théorème** Dans chacune des deux figures ci-dessus, on a:
> $$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}.$$

Nous ne démontrerons pas ce théorème; sa démonstration est difficile.

ATTENTION !! pour que le théorème soit vrai, les sommets doivent être nommés comme sur ces figures.

Exemple 1 Calculer la longueur du segment $[AB]$, sachant que BC et DE sont parallèles et que

- $\overline{AC} = 4$ cm
- $\overline{AE} = 9$ cm
- $\overline{AD} = 45$ cm.



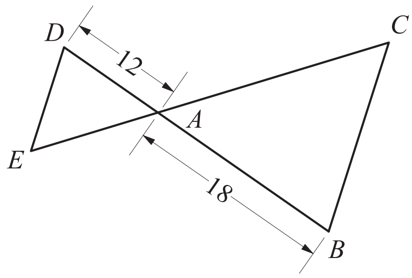
En utilisant la proportion $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$, on a:

$$\frac{\overline{AB}}{45} = \frac{4}{9}, \quad \text{d'où :} \quad \overline{AB} = \frac{4 \cdot 45}{9} = 20.$$

Réponse: le segment $[AB]$ mesure 20 cm.

Exemple 2 Calculer la longueur du segment $[DE]$, sachant que BC et DE sont parallèles et que

- $\overline{AD} = 12$ cm
- $\overline{AB} = 18$ cm
- $\overline{BC} = 24$ cm.



En utilisant la proportion $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$, on a:

$$\frac{18}{12} = \frac{24}{\overline{DE}}, \quad \text{d'où :} \quad \overline{DE} = \frac{24 \cdot 12}{18} = 16.$$

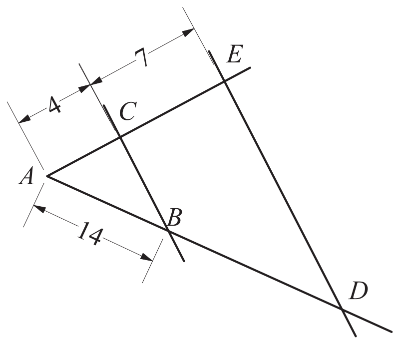
Réponse: le segment $[DE]$ mesure 16 cm.

11.2.2 UNE CONSÉQUENCE DU THÉORÈME DE THALÈS

Considérons la figure ci-contre, où BC et DE sont parallèles :

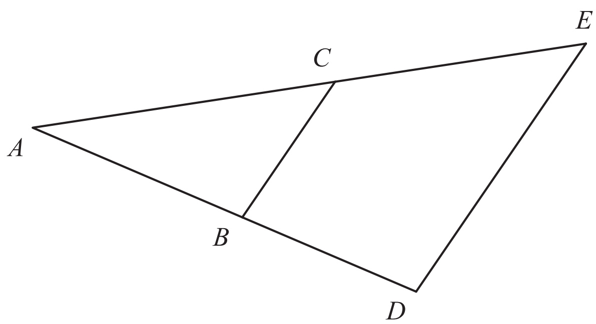
On peut démontrer, en utilisant le théorème de Thalès, que

$$\boxed{\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BD}}}$$



Exemple 3 Calculer la longueur du segment [BD], sachant que BC et DE sont parallèles et que

- $\overline{AC} = 4$ cm
- $\overline{CE} = 7$ cm
- $\overline{AB} = 14$ cm



En utilisant la proportion $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{BD}}$, il vient:

$$\frac{4}{14} = \frac{7}{\overline{BD}}, \quad \text{d'où :} \quad \overline{BD} = \frac{14 \cdot 7}{4} = 24{,}5.$$

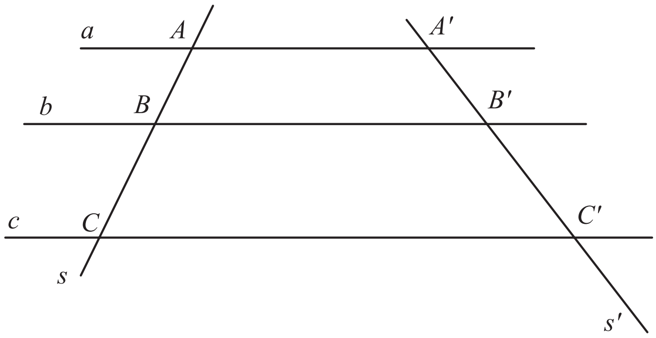
Réponse: le segment [BD] mesure 24,5 cm.

Exercices 837 à 860

11.2.3 LE THÉORÈME DE THALÈS: UNE AUTRE FORMULATION

On considère trois droites parallèles, a, b et c.

On coupe ces parallèles par deux droites, s et s', comme sur cette figure :



Soient

A, B et C les points d'intersection avec la droite s,

A', B' et C' les points d'intersection avec la droite s'. On peut déduire du théorème de Thalès que

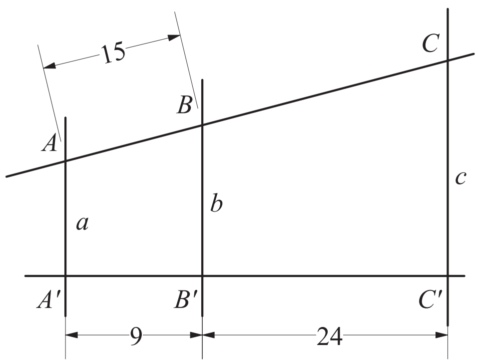
$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}}$$

Voici l'énoncé de cette propriété:

Théorème	Des droites parallèles déterminent des segments proportionnels sur deux droites sécantes.

Exemple 4 Calculer la longueur du segment $[BC]$, sachant que les droites a, b et c sont parallèles et que

- $\overline{AB} = 15$ cm
- $\overline{A'B'} = 9$ cm
- $\overline{B'C'} = 24$ cm.



En utilisant la proportion $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$, on a:

$$\frac{15}{\overline{BC}} = \frac{9}{24}, \quad \text{d'où :} \quad \overline{BC} = \frac{15 \cdot 24}{9} = 40.$$

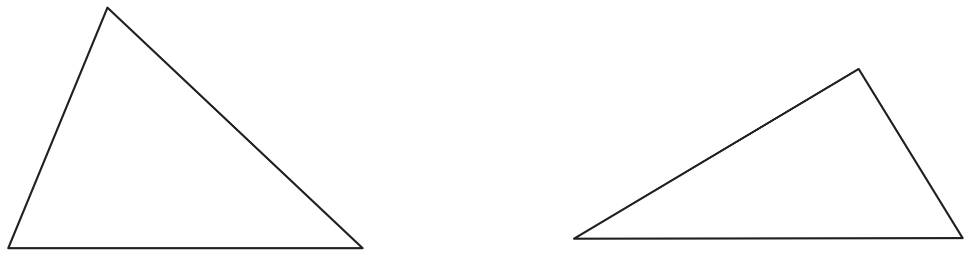
Réponse: le segment [BC] mesure 40 cm.

Exercices 861 à 868

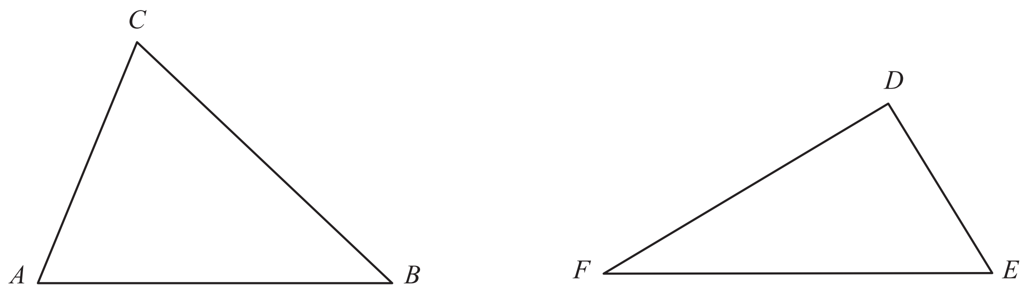
11.3 TRIANGLES SEMBLABLES

11.3.1 SOMMETS CORRESPONDANTS

Voici deux triangles:



Appelons ces triangles ABC et DEF et nommons les sommets comme sur cette figure :



Si on nomme les sommets de cette manière, on dira que

A et D sont des sommets correspondants

(parce que A est le « premier » sommet de ABC et D est le « premier » sommet de DEF).

De même,

B et E sont des sommets correspondants,
C et F sont des sommets correspondants.

Attention !! L'ordre dans lequel on écrit les sommets en nommant les triangles est important. Par exemple, si on nomme ces mêmes triangles ABC et EFD, alors les paires de sommets correspondants sont

A et E ; B et F ; C et D.

11.3.2 ANGLES CORRESPONDANTS

Après avoir fait correspondre de cette manière les sommets des deux triangles, on va faire correspondre leurs angles.

On dira que dans les triangles ABC et DEF,

$\widehat{BAC}$ et $\widehat{EDF}$ sont des angles correspondants, parce qu'ils sont situés aux sommets correspondants A et D.

De même,

> $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DEF}$ sont des angles correspondants,
>
> $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DFE}$ sont des angles correspondants.

On dit que deux angles sont correspondants s'ils sont situés en deux sommets correspondants.

11.3.3 CÔTÉS CORRESPONDANTS

Dans les triangles ABC et DEF, on dira que

> AB et DE sont des côtés correspondants,

parce qu'ils font face aux sommets correspondants C et F.

De même,

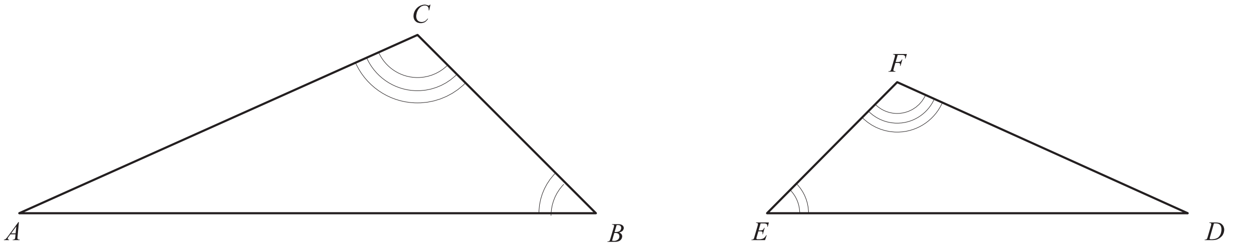
> BC et EF sont des côtés correspondants,
>
> AC et DF sont des côtés correspondants.

On dit que deux côtés sont correspondants s'ils font face à deux sommets correspondants.

Exercices 830 à 832

11.3.4 TRIANGLES SEMBLABLES

Voici 2 triangles dont les angles sont égaux deux à deux:



On dira que ces deux triangles sont **semblables**.

On dit que deux triangles ABC et DEF sont semblables si leurs angles correspondants sont égaux.

Autrement dit: les triangles ABC et DEF sont semblables si (comme sur la figure):

$$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}\ ; \quad \widehat{ABC} = \widehat{DEF}\ ; \quad \widehat{ACB} = \widehat{DFE}.$$

Notation: On écrit $\triangle ABC \approx \triangle DEF$ pour indiquer que les triangles ABC et DEF sont semblables.

Attention !! La notation $\triangle ABC \approx \triangle DEF$ signifie que l'angle en A est égal à l'angle en D et ainsi de suite.

Voici une propriété très importante des triangles semblables:

Si deux triangles sont semblables, alors leurs côtés correspondants sont proportionnels.

Cette propriété est une conséquence du théorème de Thalès; nous ne pouvons pas la démontrer ici.

Autrement dit, si ABC et DEF sont des triangles semblables (comme sur la figure ci-dessus), alors les longueurs

$$\overline{AB}, \quad \overline{BC}, \quad \overline{AC}$$

et

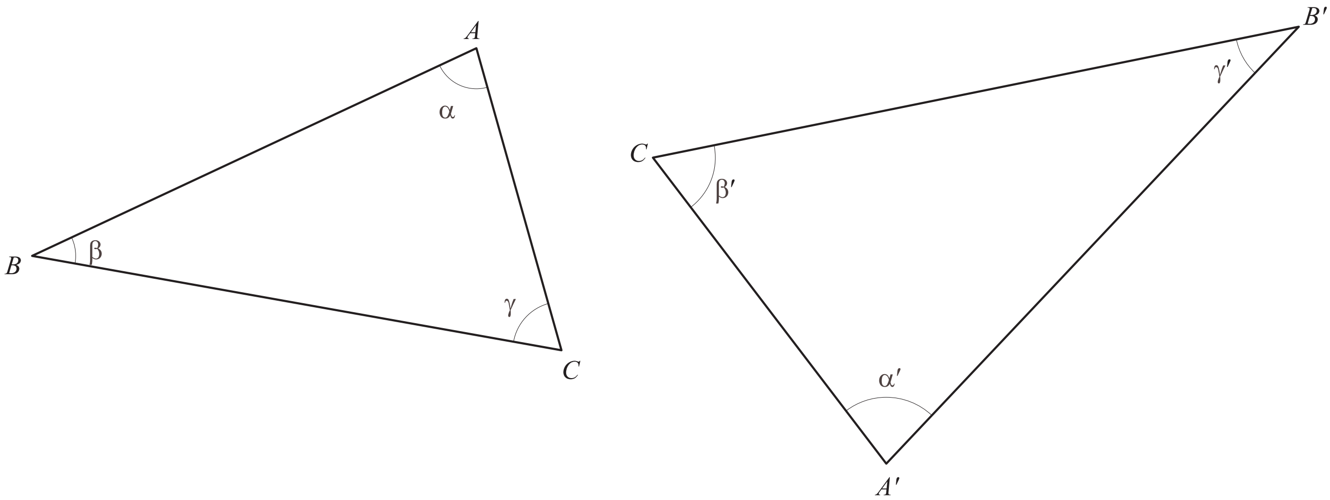
$$\overline{DE}, \quad \overline{EF}, \quad \overline{DF}$$

forment deux suites proportionnelles;

si ABC et DEF sont des triangles semblables, alors

$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}}$$

Exercice



Les triangles ABC et $A'B'C'$ ont leurs angles correspondants égaux:

$$\alpha = \alpha', \quad \beta = \beta', \quad \gamma = \gamma'$$

donc ces triangles sont semblables.

1) Prendre les mesures nécessaires sur les figures pour compléter ce tableau :

Unité: le cm

côtés du triangle ABC	$\overline{AB} =$	$\overline{AC} =$	$\overline{BC} =$
côtés corresp. du triangle $A'B'C'$	$\overline{A'B'} =$	$\overline{A'C'} =$	$\overline{B'C'} =$
rapport des côtés correspondants	$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} =$	$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} =$	$\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} =$

2) Vérifier que les côtés correspondants sont proportionnels.

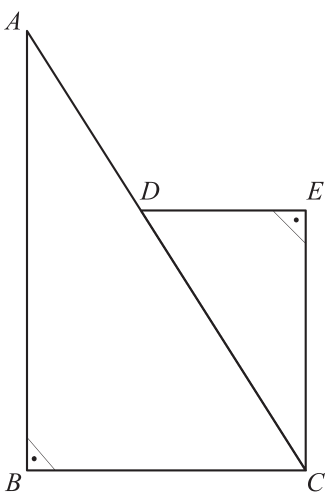
Quel est le coefficient de proportionnalité ?

Exercices 833 à 836

11.4 RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME À L'AIDE DE TRIANGLES SEMBLABLES

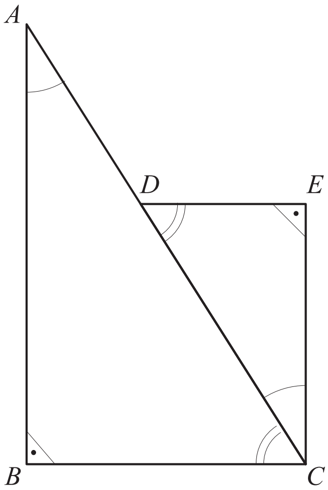
Problème Dans cette figure, AB et CE sont parallèles.

Calculer $\overline{CD}$ et $\overline{DE}$, sachant que



- $\overline{AB} = 20$ cm
- $\overline{BC} = 15$ cm
- $\overline{AC} = 25$ cm
- $\overline{CE} = 12$ cm.

1. Montrons que les triangles ABC et CED sont semblables



Indiquons sur la figure les angles égaux.

$\widehat{ABC} = \widehat{CED}$ car ce sont deux angles droits.
$\widehat{BAC} = \widehat{DCE}$ car ils sont alternes-internes, donc égaux.

Donc $\widehat{BCA} = \widehat{EDC}$ (la somme des angles d'un triangle est 180^o).
Par conséquent, $\triangle ABC \approx \triangle CED$.

$\boxed{\text{2. Ecrivons l'égalité entre les rapports des côtés correspondants}}$

$$\begin{array}{lcl} \triangle ABC & : & \\ \triangle CED & : & \end{array} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}}$$

$\boxed{\text{3. Utilisons ces égalités pour calculer les longueurs demandée}}$

$$\frac{20}{12} = \frac{15}{\overline{ED}} = \frac{25}{\overline{CD}}$$

Calcul de $\overline{ED}$: $\frac{20}{12} = \frac{15}{\overline{ED}} \quad \Rightarrow \quad \overline{ED} = \frac{12 \cdot 15}{20} = 9$

Calcul de $\overline{CD}$: $\frac{20}{12} = \frac{25}{\overline{CD}} \quad \Rightarrow \quad \overline{CD} = \frac{12 \cdot 25}{20} = 15$

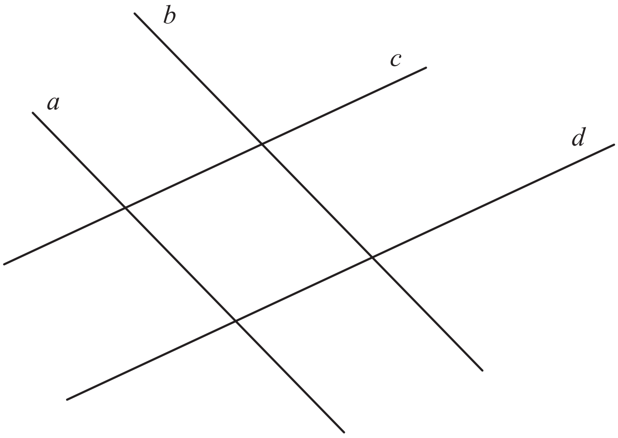
Réponse $[ED]$ mesure 9 cm et $[CD]$ mesure 15 cm.

$\boxed{\text{Exercices 869 à 887}}$

Exercices écrits

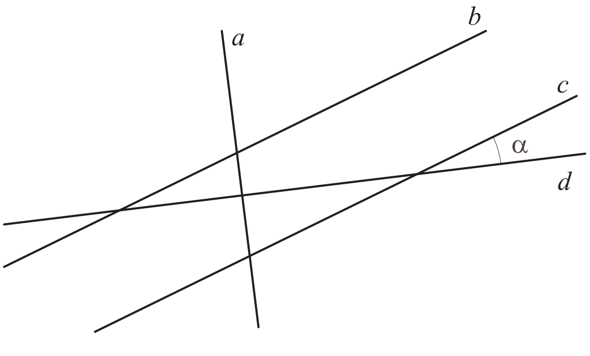
Lorsqu'un exercice fait intervenir des longueurs, on supposera qu'elles sont toutes exprimées dans la même unité.

∇∇∇ EXERCICE 825



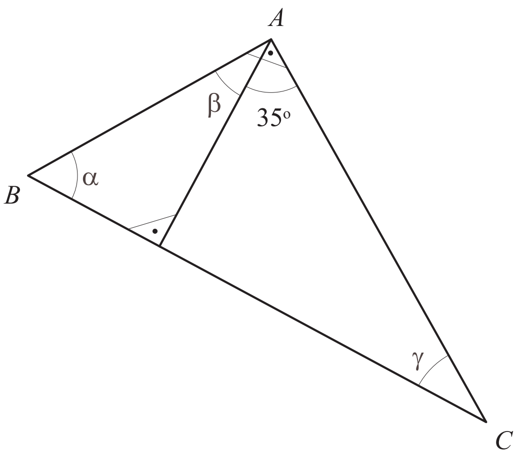
a, b, c et d sont des droites telles que $a \parallel b$ et $c \parallel d$. Nommer tous les angles formés par ces 4 droites. Indiquer ceux qui sont égaux, en justifiant la réponse.

∇∇∇ EXERCICE 826



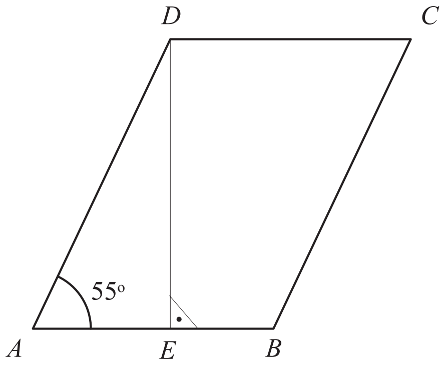
a, b, c et d sont des droites telles que $a \perp d$ et $b \parallel c$. Indiquer les angles qui sont égaux à l'angle α; justifier votre réponse.

∇∇∇ EXERCICE 827



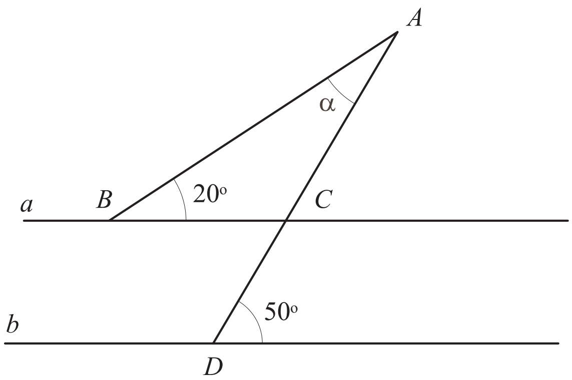
Le triangle ABC est rectangle en A. Calculer la mesure des angles α, β et γ; justifier votre réponse.

∇∇∇ EXERCICE 828



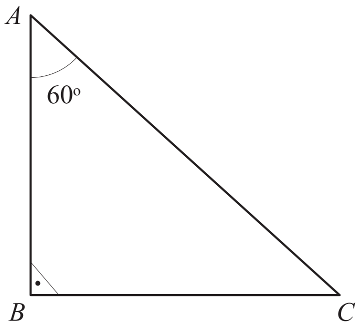
ABCD est un parallélogramme.
Calculer la mesure des angles $\widehat{ADE}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{CDE}$ justifier votre réponse.

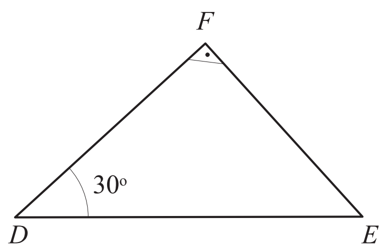
∇∇∇ EXERCICE 829



Les droites *a* et *b* sont parallèles.
Quelle est la mesure de l'angle α ?
Justifier votre réponse.

∇∇∇ EXERCICE 830



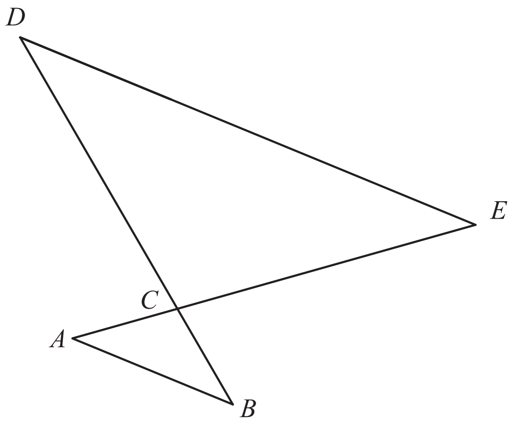


1) Montrer que les angles correspondants des triangles *ABC* et *FDE* sont égaux.

2) Quel est le côté du triangle *FDE* correspondant à

1. $[AB]$?
2. $[BC]$?
3. $[AC]$?

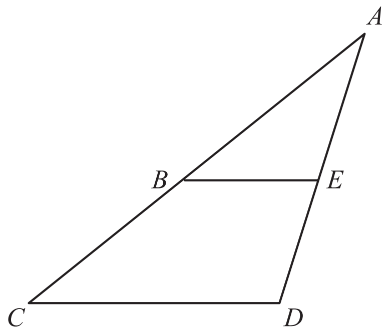
∇∇∇ EXERCICE 831



$AB \parallel DE$

1. Montrer que les triangles ABC et EDC ont leurs angles correspondants égaux.
2. Indiquer les paires de côtés correspondants.

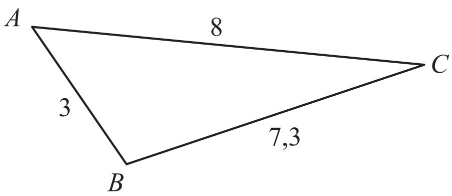
∇∇∇ EXERCICE 832



$BE \parallel CD$

1. Montrer que les triangles ACD et ABE ont leurs angles correspondants égaux.
2. Indiquer les paires de côtés correspondants.

∇∇∇ EXERCICE 833



Sachant que le triangle $A'B'C'$ est semblable au triangle ABC et que $\overline{A'B'} =$ 4,5 cm, calculer le périmètre du triangle $A'B'C'$.

∇∇∇ EXERCICE 834

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables.

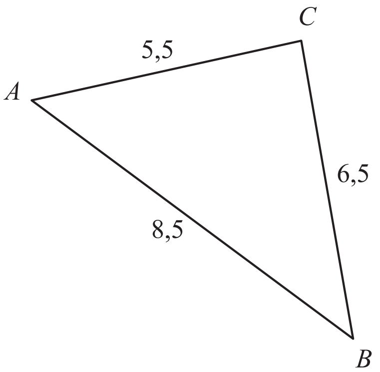
1) Sachant que
$\overline{AB} = 3$ cm , $\overline{BC} = 5$ cm , $\overline{AC} = 7$ cm , $\overline{A'B'} = 9$ cm,
calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{A'C'}$.

2) Sachant que
$\overline{AB} = 3{,}5$ cm , $\overline{BC} = 4{,}3$ cm , $\overline{A'B'} = 7$ cm , $\overline{A'C'} = 11$ cm,
calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{AC}$.

∇∇∇ EXERCICE 835

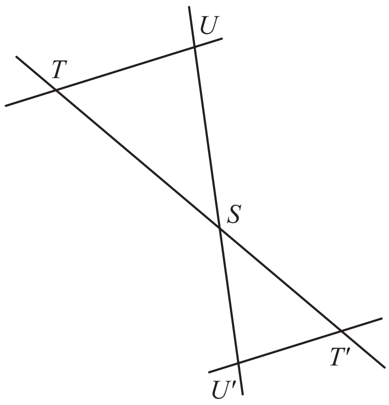
Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. Un autre triangle rectangle, semblable au précédent, a une hypoténuse qui mesure 35 cm. Calculer l'aire du second triangle.

∇∇∇ EXERCICE 836



Sachant qu'un triangle semblable au triangle ABC a un périmètre de 16,4 cm, calculer la longueur de chacun de ses côtés.

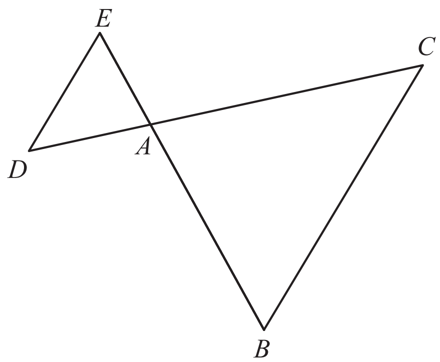
∇∇∇ EXERCICE 837



$UT \parallel U'T'$
$\overline{ST} = 56$
$\overline{ST'} = 28$
$\overline{SU'} = 27$

Calculer $\overline{SU}$.

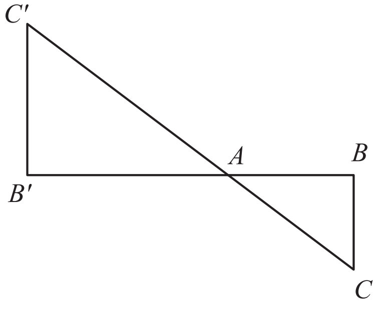
∇∇∇ EXERCICE 838



$ED \parallel BC$
$\overline{AD} = 30$
$\overline{AC} = 50$
$\overline{DE} = 48$

Calculer $\overline{BC}$.

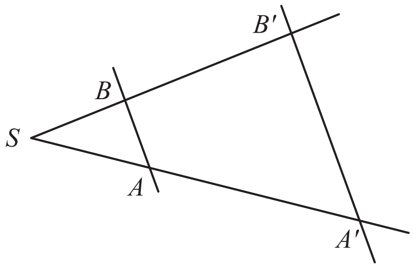
∇∇∇ EXERCICE 839



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AC'} = 21$
$\overline{AB'} = 17$
$\overline{B'C'} = 4$
$\overline{BC} = 2$

Calculer $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$.

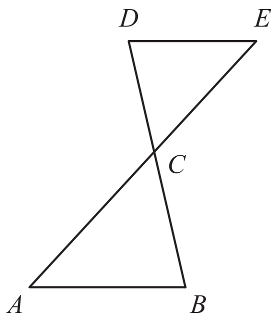
∇∇∇ EXERCICE 840



$AB \parallel A'B'$
$\overline{SA} = 40$
$\overline{SA'} = 70$
$\overline{SB} = 32$

Calculer $\overline{SB'}$.

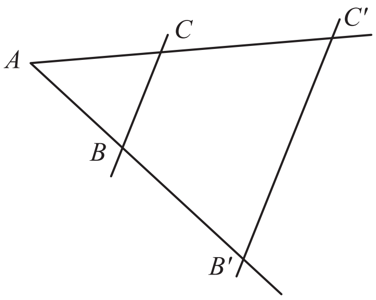
∇∇∇ EXERCICE 841



$AB \parallel DE$
$\overline{CB} = 56$
$\overline{CD} = 32$
$\overline{CE} = 24$
$\overline{AB} = 63$

Calculer $\overline{AC}$ et $\overline{DE}$.

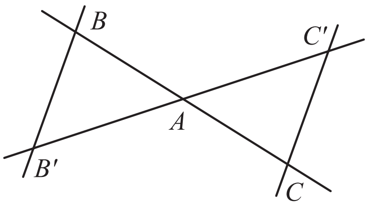
∇∇∇ EXERCICE 842



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AB} = 4$
$\overline{AB'} = 9$
$\overline{BC} = 2$

Calculer $\overline{B'C'}$.

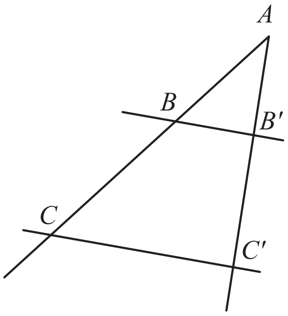
∇∇∇ EXERCICE 843



$BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 25$
$\overline{AC} = 35$
$\overline{CC'} = 63$

Calculer $\overline{BB'}$.

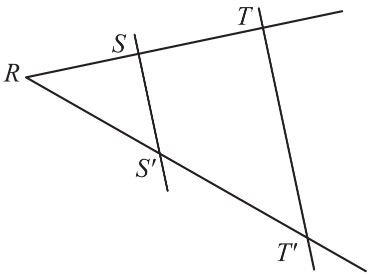
∇∇∇ EXERCICE 844



$BB' \parallel CC'$
$\overline{AB'} = 20$
$\overline{AC'} = 44$
$\overline{AB} = 40$
$\overline{BB'} = 30$

Calculer $\overline{AC}$ et $\overline{CC'}$.

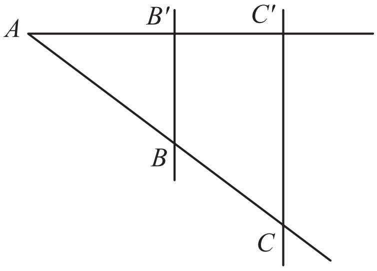
∇∇∇ EXERCICE 845



$SS' \parallel TT'$
$\overline{RS} = 30$
$\overline{ST} = 20$
$\overline{RT'} = 80$
$\overline{TT'} = 56$

Calculer $\overline{RS'}$ et $\overline{SS'}$.

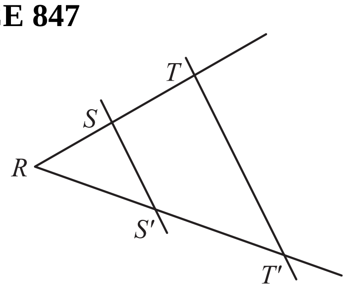
∇∇∇ EXERCICE 846



$BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 64$
$\overline{BC} = 24$
$\overline{BB'} = 42$

Calculer $\overline{CC'}$.

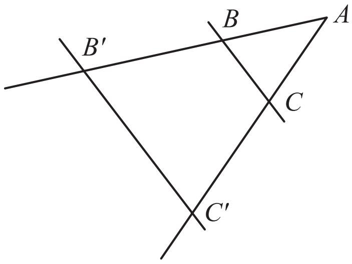
∇∇∇ EXERCICE 847



$SS' \parallel TT'$
$\overline{RS} = 35$
$\overline{ST} = 21$
$\overline{RS'} = 55$

Calculer $\overline{S'T'}$.

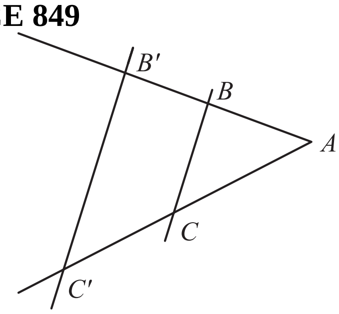
∇∇∇ EXERCICE 848



$BC \parallel B'C'$
$\overline{BC} = 4$
$\overline{B'C'} = 6$
$\overline{AC} = 5$

Calculer $\overline{CC'}$.

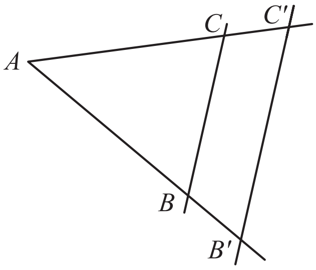
∇∇∇ EXERCICE 849



$BC \parallel B'C'$
$\overline{AB} = 4$
$\overline{BB'} = 5$
$\overline{CC'} = 6$

Calculer $\overline{AC}$.

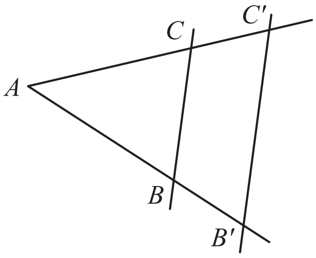
∇∇∇ EXERCICE 850



$\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$
$\overline{CC'} = 5$
$\overline{B'C'} = 25$
$\overline{AB} = 18$
$\overline{BB'} = 2$

Calculer $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$.

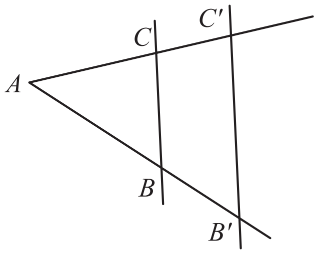
∇∇∇ EXERCICE 851



$\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$
$\overline{AC} = 12$
$\overline{BB'} = 2$
$\overline{BC} = 10$
$\overline{B'C'} = 14$

Calculer $\overline{CC'}$ et $\overline{AB}$.

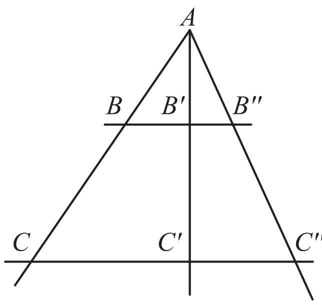
∇∇∇ EXERCICE 852



$\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$
$\overline{AC} = 7$
$\overline{AB} = 5$
$\overline{BB'} = 3$
$\overline{B'C'} = 4$

1) Calculer les deux rapports $r_1 = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AB'}}$ et $r_2 = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BB'}}$.
2) Le rapport $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$ est-il égal à r_1 ou à r_2 ?
3) Calculer $\overline{BC}$.
4) Calculer $\overline{CC'}$ en utilisant le rapport r_1 .
5) Calculer $\overline{CC'}$ en utilisant le rapport r_2.

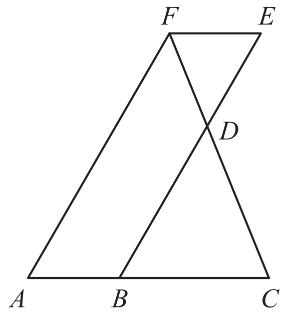
∇∇∇ EXERCICE 853



$BB'' \parallel CC''$
$\overline{AB} = 28$
$\overline{BC} = 36$
$\overline{AB'} = 21$
$\overline{BB'} = 14$
$\overline{C'C"} = 80$

Calculer $\overline{CC'}$, $\overline{AC'}$, $\overline{B'B"}$.

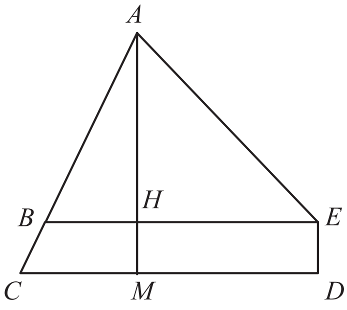
∇∇∇ EXERCICE 854



$AF \parallel BE et AC \parallel FE$
$\overline{BC} = 54$
$\overline{CD} = 45$
$\overline{EF} = 18$
$\overline{AF} = 100$

Calculer $\overline{FD}$ et $\overline{BD}$.

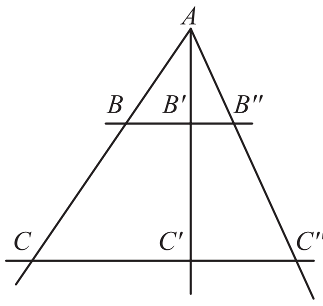
∇∇∇ EXERCICE 855



$BE \parallel CD et AM \perp BE$
$\overline{AB} = 10$
$\overline{BC} = 5$
$\overline{BH} = 6$

Calculer $\overline{ED}$.

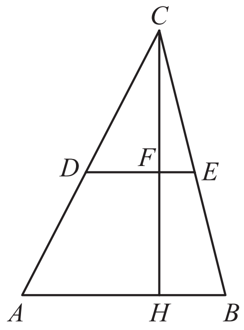
∇∇∇ EXERCICE 856



$BB' \parallel CC' et AB' \perp BB'$
$\overline{AB} = 30$
$\overline{AB'} = 24$
$\overline{BC} = 20$
$\overline{AB"} = 25$

Calculer $\overline{BB'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{B'B"}$, $\overline{AC''}$, $\overline{C'C''}$.

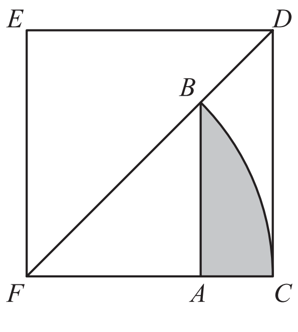
∇∇∇ EXERCICE 857



$DE \parallel AB$ et $CH \perp AB$
$\overline{AH} = 3$
$\overline{CH} = 4$
$\overline{DC} = 2$

Calculer $\overline{FH}$ et $\overline{DF}$.

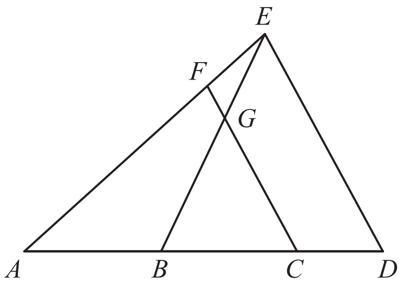
∇∇∇ EXERCICE 858



$\overset{\frown}{BC}$ arc de cercle centré en F.
$AB \parallel CD$
L'aire du carré $CDEF$ mesure 16 cm ^{2}.

Calculer l'aire de la surface ombrée.

∇∇∇ EXERCICE 859



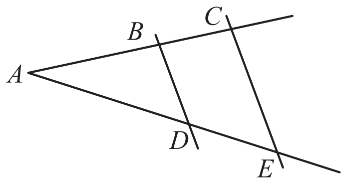
$FC \parallel ED$
$\overline{CD} = 14$
$\overline{ED} = 54$
$\overline{GC} = 36$
$\overline{FE} = 17$
$\overline{AF} = 85$

Calculer $\overline{BC}$, $\overline{FG}$ et $\overline{AB}$.

∇∇∇ EXERCICE 860

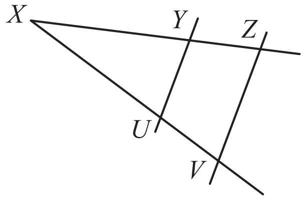
Indiquer la proportion permettant de calculer, si c'est possible, la longueur demandée.

1)



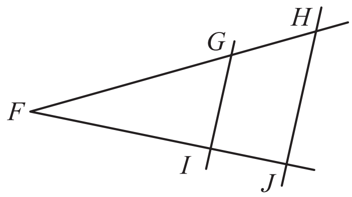
$BD \parallel CE$
On donne $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$.
On demande $\overline{DE}$.

2)



$UY \parallel VZ$
On donne $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$, $\overline{VZ}$.
On demande $\overline{UY}$.

3)

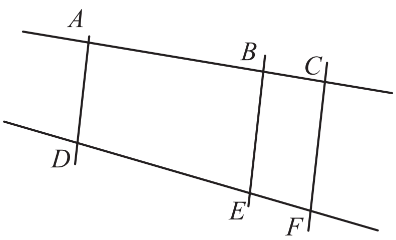


$GI \parallel HJ$
On donne $\overline{FG}$, $\overline{FH}$, $\overline{FI}$.
On demande $\overline{IJ}$.

∇∇∇ EXERCICE 861

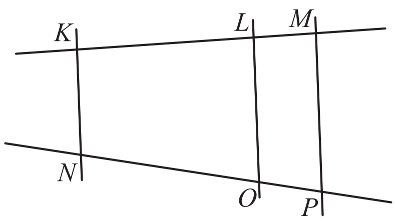
Indiquer la proportion permettant de calculer, si c'est possible, la longueur demandée.

1)



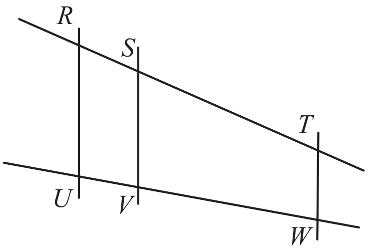
$AD \parallel BE \parallel CF$
On donne $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$.
On demande $\overline{EF}$.

2)



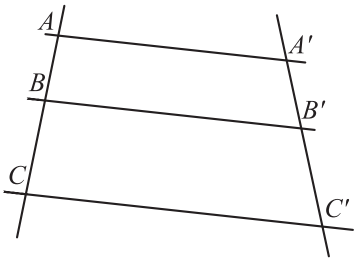
$KN \parallel LO \parallel MP$
On donne $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{NK}$.
On demande $\overline{LO}$.

3)



$RU \parallel SV \parallel TW$
On donne $\overline{RS}$, $\overline{RU}$, $\overline{SV}$, $\overline{TW}$.
On demande $\overline{ST}$.

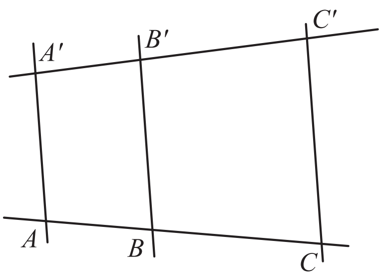
∇∇∇ EXERCICE 862



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 75$
$\overline{BC} = 55$
$\overline{A'B'} = 45$

Calculer $\overline{B'C'}$.

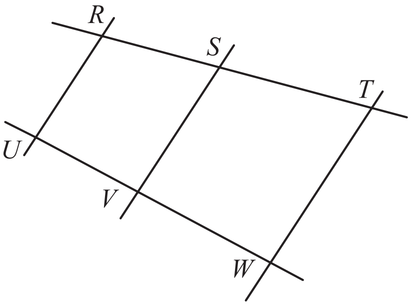
∇∇∇ EXERCICE 863



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$\overline{A'B'} = 3$
$\overline{A'C'} = 12$
$\overline{AB} = 6$

Calculer $\overline{AC}$.

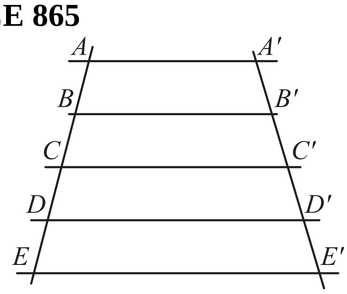
∇∇∇ EXERCICE 864



$RR' \parallel SS' \parallel TT'$
$\overline{R'S'} = 45$
$\overline{R'T'} = 96$
$\overline{RS} = 49$

Calculer $\overline{RT}$.

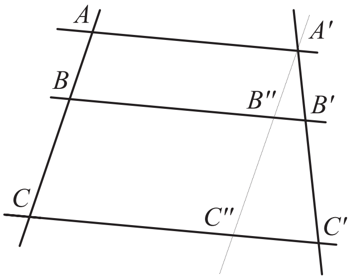
∇∇∇ EXERCICE 865



$AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD' \parallel EE'$
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 2$
$\overline{A'B'} = 3{,}2$

Calculer $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'E'}$.

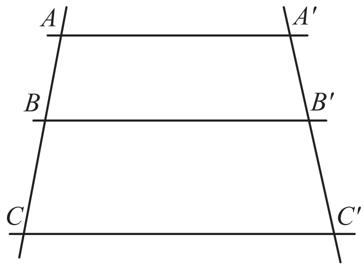
∇∇∇ EXERCICE 866



$AA' \parallel BB' \parallel CC' et A'C" \parallel AC$
$\overline{AB} = 24$
$\overline{BC} = 32$
$\overline{A'B'} = 36$
$\overline{AA'} = 39$
$\overline{BB'} = 60$

Calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{CC'}$.

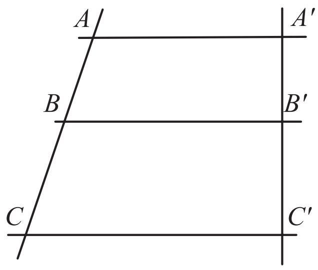
∇∇∇ EXERCICE 867



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$\overline{AB} = 4$
$\overline{BC} = 5$
$\overline{AA'} = 12$
$\overline{BB'} = 16$
$\overline{A'B'} = 5$

Calculer $\overline{B'C'}$ et $\overline{CC'}$.

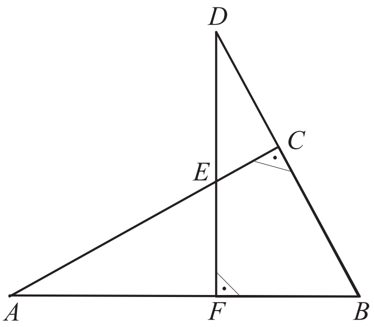
∇∇∇ EXERCICE 868



$AA' \parallel BB' \parallel CC'$
$A'C' \perp BB'$
$\overline{AB} = 15$
$\overline{AA'} = 10$
$\overline{BC} = 30$
$\overline{A'B'} = 12$

Calculer le périmètre du trapèze $BB'C'C$.

∇∇∇ EXERCICE 869



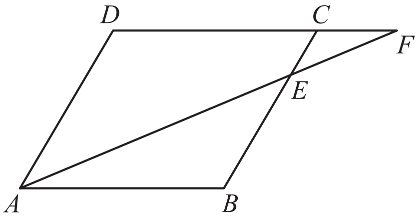
ABC est un triangle rectangle en C. DBF est un triangle rectangle en F.

Montrer que les triangles AEF et DBF sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 870

Montrer que, dans un parallélogramme $ABCD$, les triangles ABC et CDA sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 871

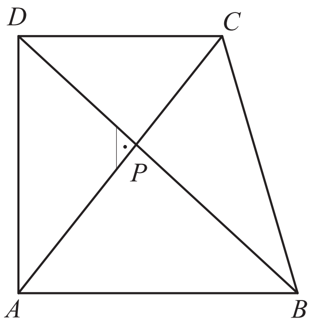


$ABCD$ est un parallélogramme. Montrer que les triangles ABE et FDA sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 872

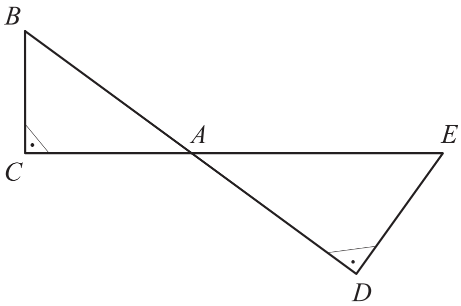
Construire un triangle isocèle ABC ($\overline{AB} = \overline{AC}$). Les bissectrices des angles de sommets B et C coupent en X, respectivement Y, les côtés $[AC]$, respectivement $[AB]$, du triangle. Montrer que les triangles ABX et ACY sont semblables.

∇∇∇ EXERCICE 873



$ABCD$ est un trapèze rectangle en A et en D. Ses diagonales se coupent à angle droit en P. Montrer que les triangles APB, DPA et CPD sont semblables.

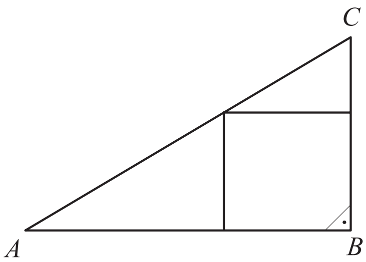
∇∇∇ EXERCICE 874



$\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{DE} = 15$

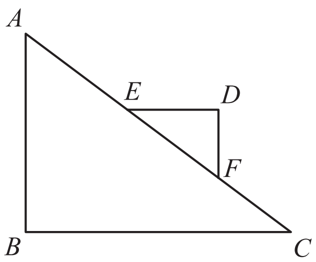
Calculer $\overline{AC}$, $\overline{AE}$, $\overline{AD}$.

∇∇∇ EXERCICE 875



ABC est un triangle rectangle en B. Les côtés de l'angle droit mesurent 36 cm et 48 cm.
Calculer la longueur du côté du carré inscrit.

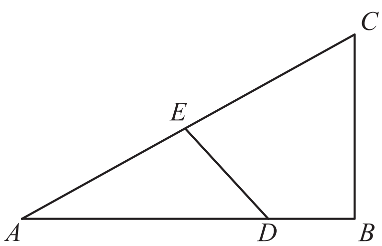
∇∇∇ EXERCICE 876



$AB \perp BC$
$ED \parallel BC$ ET $DF \parallel AB$
$\overline{AC} = 39$, $\overline{AB} = 15$, $\dfrac{\overline{EF}}{\overline{AC}} = \dfrac{1}{3}$

Calculer le périmètre du triangle EDF.

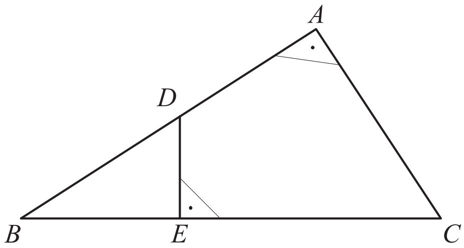
∇∇∇ EXERCICE 877



$BC \perp ABetED \perp AC$
$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 6, \overline{EC} = 8$

Calculer $\overline{AD}$ et $\overline{ED}$.

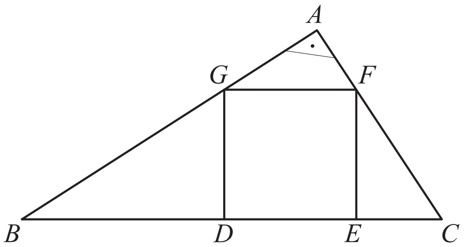
∇∇∇ EXERCICE 878



$\overline{BD} = 25$, $\overline{ED} = 15$, $\overline{EC} = 35$

Calculer l'aire et le périmètre du quadrilatère *ADEC*.

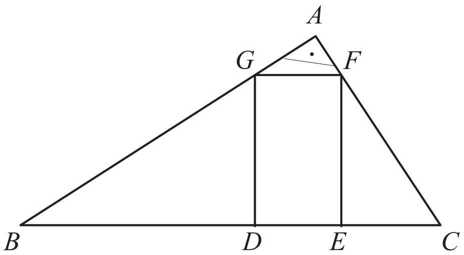
∇∇∇ EXERCICE 879



ABC est un triangle rectangle en *A*. *DEFG* est un carré inscrit dans ce triangle.

1) Montrer que les triangles *BDG* et *FEC* sont semblables.
2) En déduire que $\overline{DG}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{EC}$.

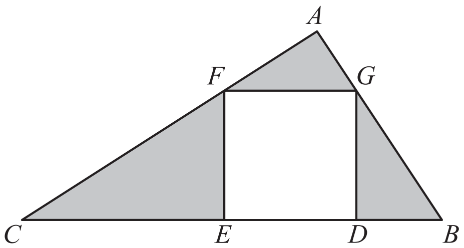
∇∇∇ EXERCICE 880



ABC est un triangle rectangle en *A*.
DEFG est un rectangle inscrit dans ce triangle.
$\overline{BD} = 48$, $\overline{DG} = 36$, $\overline{GF} = 20$

Calculer $\overline{BG}$, $\overline{AG}$, $\overline{AF}$, $\overline{CF}$, $\overline{EC}$.

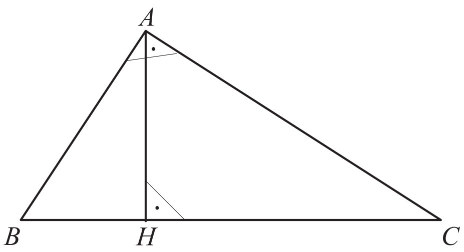
∇∇∇ EXERCICE 881



ABC est un triangle rectangle en *A*.
DEFG est un carré inscrit dans ce triangle.
$\overline{GF} = 6$, $\overline{BD} = 8$

Calculer l'aire de la surface ombrée.

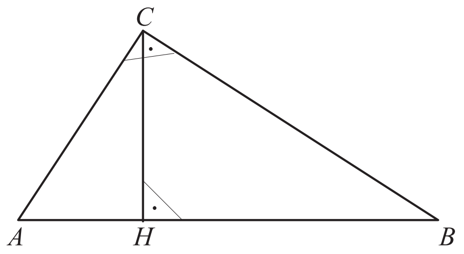
∇∇∇ EXERCICE 882



ABC est un triangle rectangle en A.
$[AH]$ est la hauteur issue de *A*.
Montrer que

1. $\triangle ABC\ approx \triangle HBA$
2. $\triangle ABC\ approx \triangle HAC$
3. $\triangle HBA\ approx \triangle HAC$

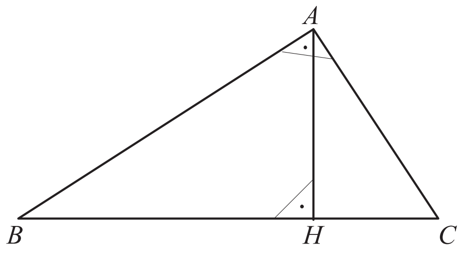
∇∇∇ EXERCICE 883



$\overline{BH} = 18$
$\overline{BC} = 30$

Calculer $\overline{CH}$, $\overline{AH}$, $\overline{AC}$.

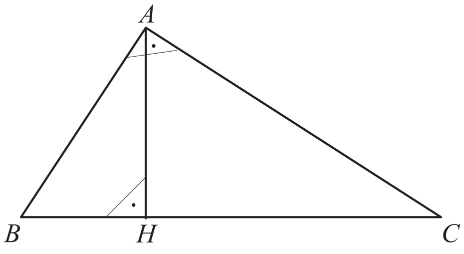
∇∇∇ EXERCICE 884



$\overline{AB} = 12$
$\overline{BC} = 15$

Calculer $\overline{AC}$, $\overline{AH}$, $\overline{BH}$, $\overline{CH}$.

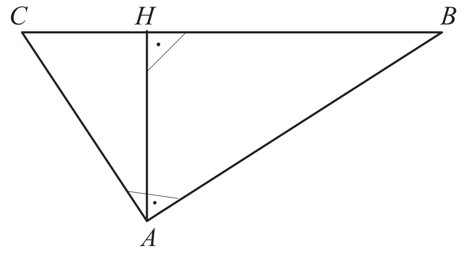
∇∇∇ EXERCICE 885



$\overline{AB} = 65$
$\overline{AH} = 60$

Calculer $\overline{BH}$, $\overline{CH}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$.

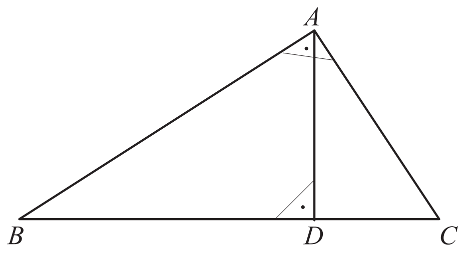
∇∇∇ EXERCICE 886



$\overline{HB} = 27$
$\overline{AH} = 36$

Calculer $\overline{AB}$, $\overline{CH}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$.

∇∇∇ EXERCICE 887



$\overline{AB} = 20$
$\overline{AC} = 15$

Calculer $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$.

Exercices de développement

Lorsqu'un exercice fait intervenir des longueurs, on supposera qu'elles sont toutes exprimées dans la même unité.

∇∇∇ EXERCICE 888

Soit ABC un triangle rectangle en C. Soit $[CH]$ la hauteur issue du sommet C. Calculer les longueurs des côtés de l'angle droit du triangle ABC, sachant que $\overline{AH} = 225$ mm et $\overline{BH} = 64$ mm.

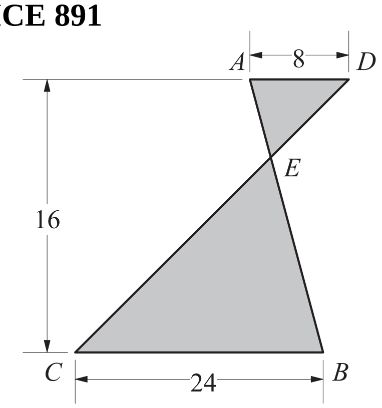
∇∇∇ EXERCICE 889

Soit un triangle ABC, rectangle en A. Sachant que $\overline{AB} = 17{,}5$ cm et $\overline{AC} = 60$ cm, calculer la longueur de la hauteur issue du sommet A.

∇∇∇ EXERCICE 890

Dans un triangle rectangle en A, la hauteur issue du sommet A coupe le côté $[BC]$ en H. Sachant que $\overline{AB} = 65$ cm et $\overline{AH} = 60$ cm, calculer le périmètre du triangle ABC.

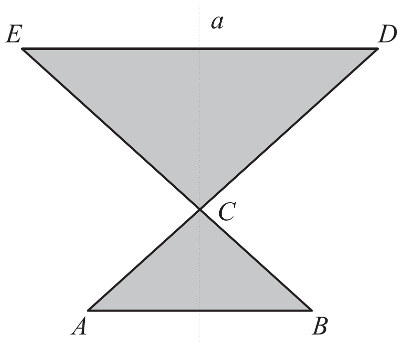
∇∇∇ EXERCICE 891



$AD \parallel BC$

Calculer l'aire de la surface ombrée.

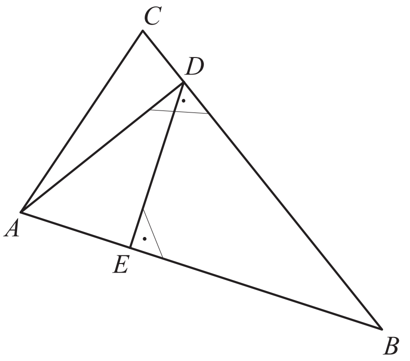
∇∇∇ EXERCICE 892



$AB \parallel DE$
$\overline{AB} = 4{,}8$, $\overline{ED} = 33{,}6$, $\overline{AC} = 20$

Calculer l'aire de cette figure.
(a est l'axe de symétrie de cette figure.)

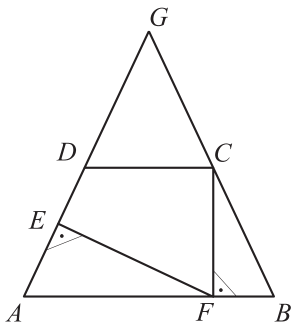
∇∇∇ EXERCICE 893



$AD \perp BC et DE \perp AB$
$\overline{BC} = 35$, $\overline{BD} = 24$, $\overline{DE} = 9{,}24$

Calculer l'aire du triangle ABC.
!! ABC n'est pas un triangle rectangle.

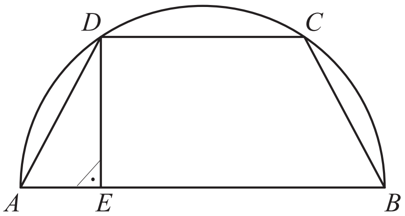
∇∇∇ EXERCICE 894



Le triangle ABG est isocèle en G ($\overline{AG} = \overline{BG}$).
$DC \parallel AB$
$\overline{AB} = 111$, $\overline{DC} = 45$, $\overline{CF} = 56$

1) Montrer que les triangles AEF et BFC sont semblables.
2) Calculer le périmètre du quadrilatère $CDEF$.

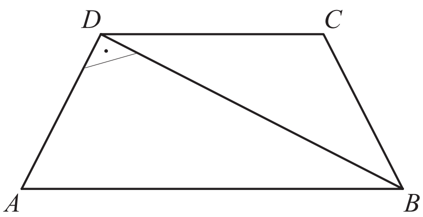
∇∇∇ EXERCICE 895



Le trapèze $ABCD$ est inscrit dans un demi-cercle.
$\overline{AE} = 4$, $\overline{DE} = 8$

Calculer le périmètre de ce trapèze.

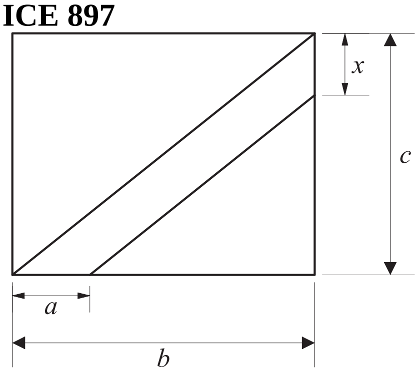
∇∇∇ EXERCICE 896



$ABCD$ est un trapèze isocèle.
De plus, $AD \perp BD$.

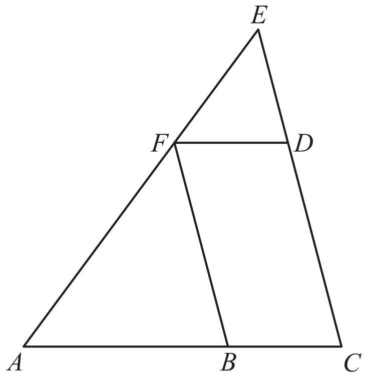
Calculer l'aire et le périmètre de $ABCD$, sachant que $\overline{AD} = 72$ et $\overline{BD} = 96$.

∇∇∇ EXERCICE 897



Calculer la longueur x, sachant que:
$a = 12$
$b = 40$
$c = 10$

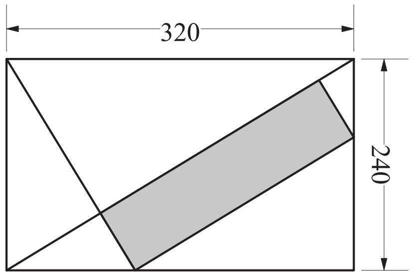
∇∇∇ EXERCICE 898



$BCDF$ est un parallélogramme. Son périmètre est égal à celui du triangle ABF. De plus,
$\overline{AE} = 102$
$\overline{AC} = 85$
$\overline{EC} = 68$.

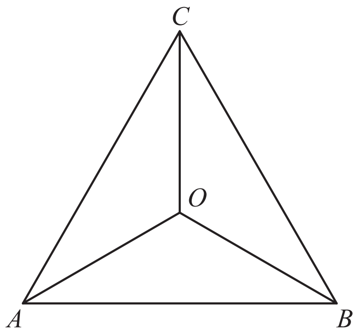
Calculer les longueurs des côtés du triangle ABF.

∇∇∇ EXERCICE 899



Calculer l'aire du rectangle ombré.

∇∇∇ EXERCICE 900



Le triangle ABC est équilatéral. Ses bissectrices se coupent en un point O.

Calculer $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ et $\overline{OC}$, sachant que $\overline{AB} = 12$.

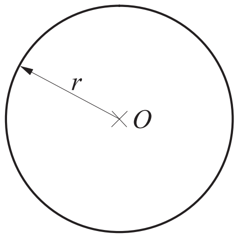
Chapitre 12

Le cercle

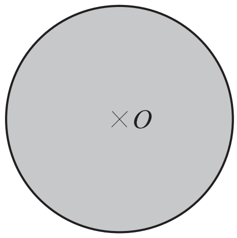
Théorie

12.1 QUELQUES DÉFINITIONS

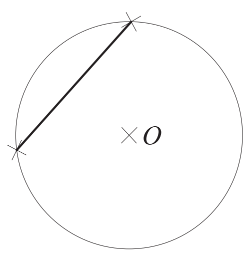
Le **cercle de centre** *O* **et de rayon** *r* est l'ensemble des points du plan qui sont à distance *r* du point *O*.



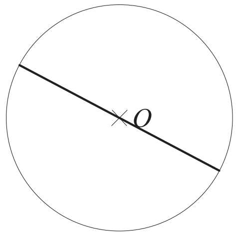
Le **disque de centre** *O* **et de rayon** *r* est l'ensemble des points du plan dont la distance au point *O* est inférieure ou égale à *r*.



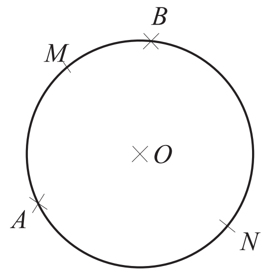
Une **corde** d'un cercle est un segment de droite dont les deux extrémités sont sur le cercle.



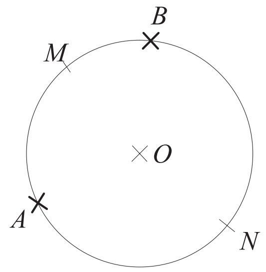
Un **diamètre** est une corde qui passe par le centre du cercle.



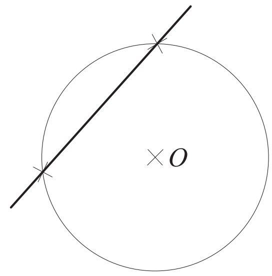
Un **arc de cercle** est une portion de cercle comprise entre deux points du cercle.
Deux points A et B d'un cercle déterminent deux arcs de ce cercle, dont ils sont les **extrémités**. (Sur la figure, ce sont les arcs $\overset{\frown}{AMB}$ et $\overset{\frown}{ANB}$.)



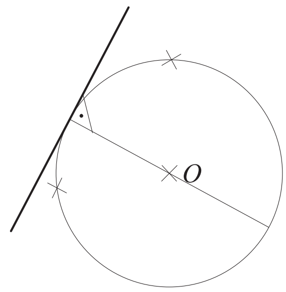
Un **secteur** est la figure formée par un arc de cercle et les rayons qui aboutissent à ses extrémités.



Une droite **sécante** à un cercle est une droite qui coupe le cercle en deux points.

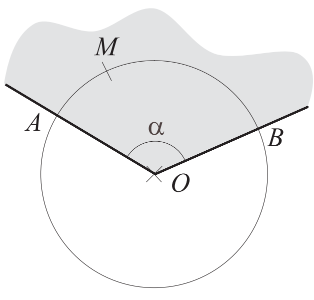


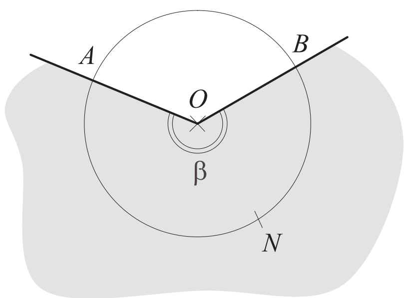
Une **tangente** à un cercle est une droite qui rencontre le cercle en un seul point. On appelle ce point le **point de contact** du cercle et de la tangente.
On peut démontrer qu'une tangente est perpendiculaire au diamètre qui passe par le point de contact.



Un **angle au centre** d'un cercle est un angle dont le sommet est le centre du cercle.

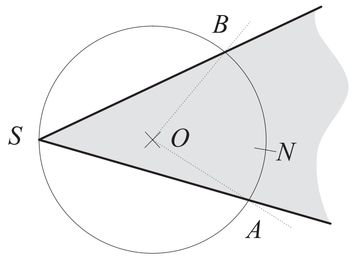
On dit que, sur les figures suivantes, l'angle au centre α **intercepte** l'arc $\overset{\frown}{AMB}$ et que l'angle au centre β **intercepte** l'arc $\overset{\frown}{ANB}$.





Un **angle inscrit** dans un cercle est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés coupent le cercle.

L'angle inscrit $\widehat{ASB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc (sur la figure, c'est l'arc $\overset{\frown}{ANB}$).

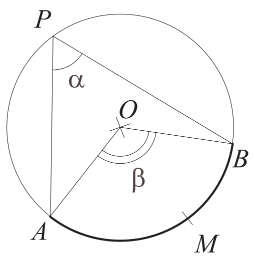


12.2 LE THÉORÈME DE L'ANGLE INSCRIT

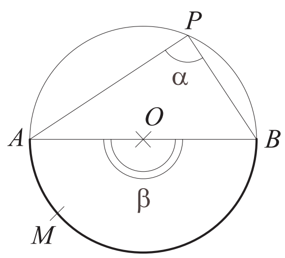
On peut démontrer le théorème suivant:

Théorème	Dans un cercle, un angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.

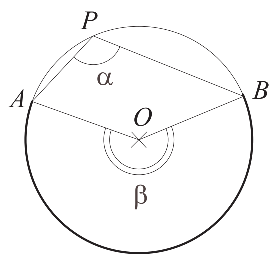
Trois figures sont possibles, selon que l'angle au centre est inférieur à 180^o, égal à 180^o ou supérieur à 180^o :



$(\beta < 180^o)$



$(\beta = 180^o)$



$(\beta > 180^o)$

(Dans chaque figure, α est l'angle inscrit, β est l'angle au centre et $\overset{\frown}{AMB}$ est l'arc intercepté.)

Si on note:

α l'angle inscrit,

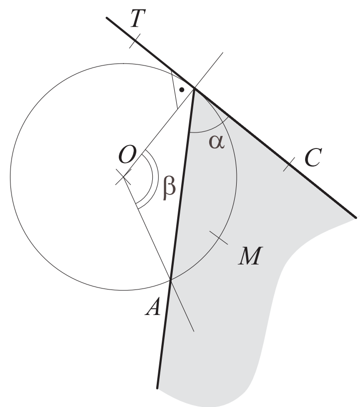
β l'angle au centre,

alors le théorème affirme que $\boxed{\alpha = \frac{\beta}{2}\,.}$

Ce résultat est vrai aussi pour un angle dont le sommet est sur le cercle, dont l'un des côtés coupe le cercle et dont l'autre côté est tangent au cercle:

si $\widehat{OPT} = 90^o$,
si α désigne l'angle $\widehat{APC}$
et β désigne l'angle $\widehat{AOP}$ ($\overset{\frown}{AMP}$ est l'arc intercepté), alors on a:

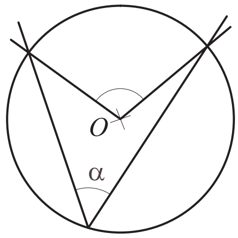
$$\boxed{\alpha = \frac{\beta}{2}\,.}$$



Exemple 1

L'angle au centre qui intercepte le même arc que α mesure 110^o. Donc

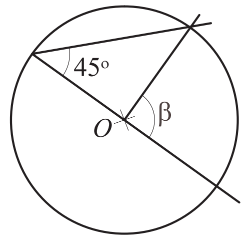
$$\alpha = \frac{110^o}{2} = 55^o.$$



Exemple 2

β est un angle au centre qui intercepte le même arc qu'un angle inscrit de 45^o. Donc

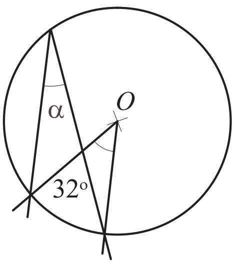
$$\beta = 2 \cdot 45^o = 90^o.$$



Exemple 3

L'angle au centre qui intercepte le même arc que α mesure 32^o. Donc

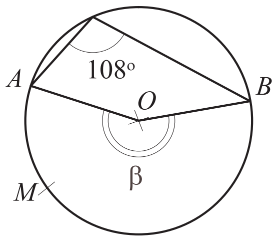
$$\alpha = \frac{32^o}{2} = 16^o.$$



Exemple 4

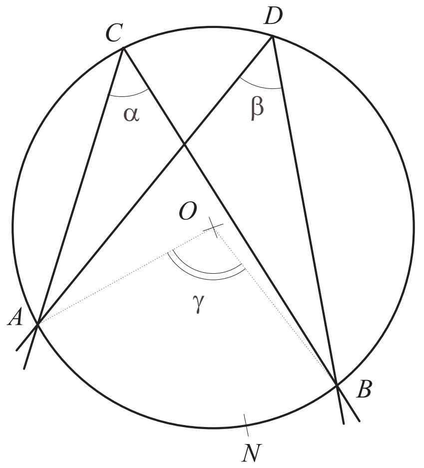
L'angle inscrit mesure 108^o. L'angle au centre β intercepte le même arc $\overset{\frown}{AMB}$ que cet angle inscrit. Donc

$$\beta = 2 \cdot 108^o = 216^o.$$



12.3 CONSÉQUENCE DU THÉORÈME DE L'ANGLE INSCRIT

Deux angles inscrits dans le même cercle sont égaux s'ils interceptent le même arc de cercle.

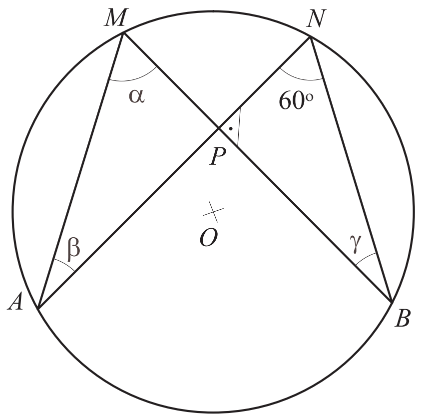


En effet, si γ est l'angle au centre qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{ANB}$ que chacun des angles α et β, le théorème de l'angle inscrit nous dit que

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\gamma}{2}.$$

Donc $\boxed{\alpha = \beta}$.

Problème On sait que $\widehat{BPN} = 90^o$ et que $\widehat{ANB} = 60^o$; déterminer la mesure de chacun des angles α, β et γ.



Solution
$\widehat{ANB}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle, donc $\boxed{\alpha = 60^o}$.

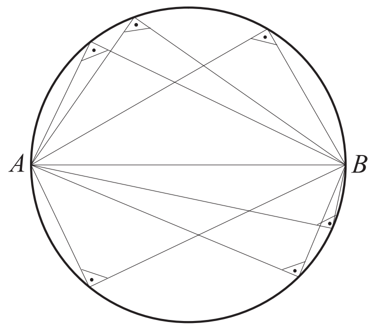
Et $\boxed{\gamma = 30^o}$ car la somme des angles du triangle PNB est 180^o.

Enfin, β et γ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle, donc $\boxed{\beta = 30^o}$.

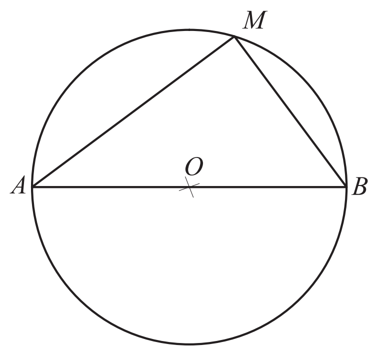
12.4 LE THÉORÈME DE L'ANGLE DROIT

On peut démontrer les deux résultats suivants:

1) Tout triangle rectangle d'hypoténuse $[AB]$ a le sommet de son angle droit sur le cercle de diamètre $[AB]$.



2) Pour tout point M du cercle de diamètre $[AB]$ (avec $M \neq A$ et $M \neq B$), le triangle AMB est rectangle en M.



On peut résumer ces deux propriétés de la manière suivante:

> Si A et B sont deux points donnés, alors l'ensemble des points M du plan tels que
>
> $$\widehat{AMB} = 90^o$$
>
> est le cercle de diamètre $[AB]$ (sans les points A et B).

Exercices 901 à 941

Exercices écrits

∇∇∇ **EXERCICE 901**

Tracer un cercle C et placer un point A sur ce cercle. Construire la tangente par le point A au cercle C.

∇∇∇ **EXERCICE 902**

Tracer une droite d et placer un point A sur cette droite. Construire un cercle C de 5 cm de rayon qui soit tangent en A à la droite d.

∇∇∇ **EXERCICE 903**

Soit un point A et une droite d ne passant pas par A. Construire le cercle C de centre A, tangent à la droite d.

∇∇∇ **EXERCICE 904**

Tracer deux cercles tangents, $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, dont les rayons mesurent respectivement 5 cm et 3 cm. Quelle distance sépare les centres de ces deux cercles ? Combien existe-t-il de solutions ?

∇∇∇ **EXERCICE 905**

Tracer une droite d. Choisir un point A sur d et un point B qui n'est pas sur d. Construire un cercle qui passe par B et est tangent en A à la droite d.

∇∇∇ **EXERCICE 906**

Tracer 2 droites sécantes a et b. Construire un cercle tangent à ces 2 droites. Combien existe-t-il de solutions ?

∇∇∇ **EXERCICE 907**

Tracer 2 droites sécantes a et b. Choisir un point A qui soit sur a, mais pas sur b. Construire un cercle passant par le point A et tangent aux droites a et b. Combien existe-t-il de solutions ?

∇∇∇ **EXERCICE 908**

Tracer un segment $[BC]$. Construire un triangle isocèle ABC, rectangle en A.

∇∇∇ **EXERCICE 909**

Tracer un segment $[AB]$, de longueur 6 cm. Construire un triangle ABC, rectangle en C, dont le côté [AC] mesure 2 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 910**

Construire un carré dont la diagonale mesure 7 cm.

∇∇∇ **EXERCICE 911**

Tracer un segment $[AB]$, de longueur 6 cm. Construire un triangle ABC, rectangle en C, tel que la hauteur issue de C mesure 2 cm. Combien existe-t-il de solutions ?

∇∇∇ EXERCICE 912

Construire un rectangle dont la diagonale mesure 10 cm et la largeur mesure 4 cm.

∇∇∇ EXERCICE 913

Construire un triangle ABC tel que

$$\overline{AB} = 9 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = 4 \text{ cm}, \quad \overline{AC} = 7 \text{ cm} .$$

Construire ensuite un triangle ABD, rectangle en D, de base $[AB]$ et de même aire que le triangle ABC.
Combien existe-t-il de solutions ?

∇∇∇ EXERCICE 914

Construire un triangle ABC tel que

$$\overline{AB} = 9 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = 8 \text{ cm}, \quad \overline{AC} = 10 \text{ cm} .$$

Construire ensuite un triangle ABD, rectangle en D, de base $[AB]$ et de même aire que le triangle ABC.

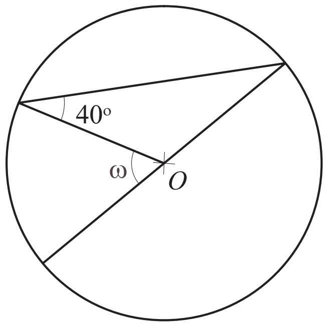
∇∇∇ EXERCICE 915

Tracer un cercle C de 6 cm de diamètre.
Tracer dans ce cercle un angle au centre de 60^o, qu'on appellera α.
Tracer trois angles inscrits dans ce cercle, β, γ et δ, qui interceptent sur le cercle le même arc que α.
Combien mesure chacun des angles β, γ et δ ?

∇∇∇ EXERCICE 916

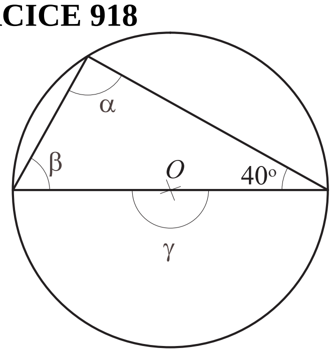
Construire un cercle C de 5 cm de diamètre.
Construire un angle inscrit α qui intercepte un demi-cercle.
Construire l'angle au centre β qui intercepte ce même demi-cercle.
Combien mesure chacun des angles α et β ?

∇∇∇ EXERCICE 917



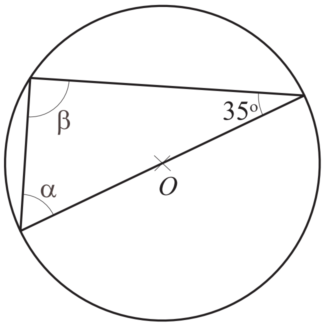
Calculer la mesure de l'angle ω.

∇∇∇ EXERCICE 918



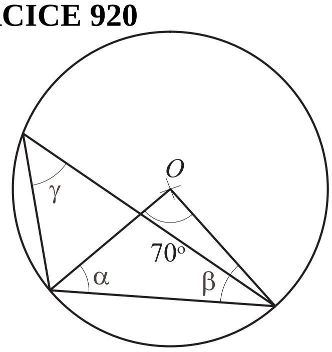
Calculer la mesure de chacun des angles α, β et γ.

∇∇∇ EXERCICE 919



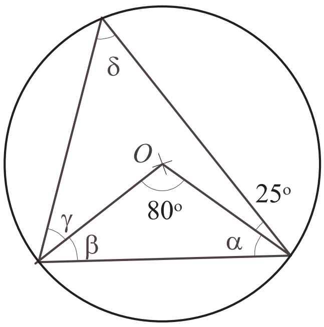
Calculer la mesure de l'angle α et celle de l'angle β.

∇∇∇ EXERCICE 920



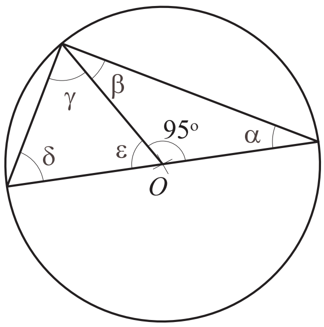
Calculer la mesure de chacun des angles α, β et γ.

∇∇∇ EXERCICE 921



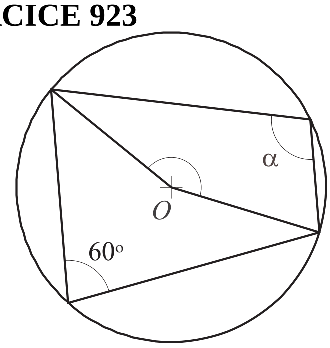
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ et δ.

∇∇∇ EXERCICE 922



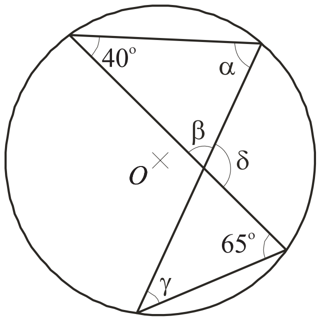
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ et ε.

∇∇∇ EXERCICE 923



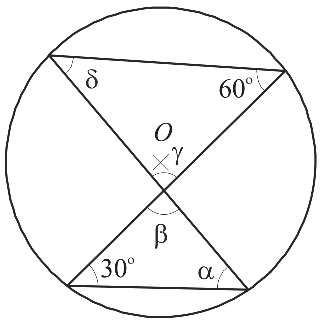
Calculer la mesure de l'angle α et celle de l'angle β.

∇∇∇ EXERCICE 924



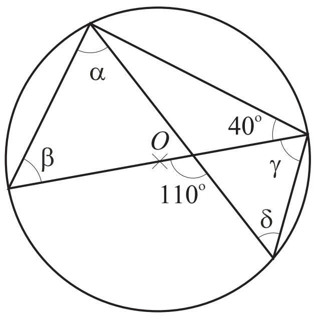
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 925



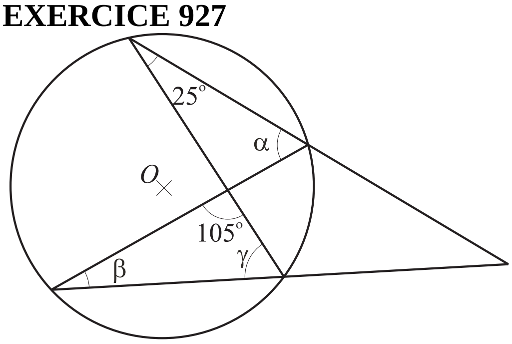
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 926



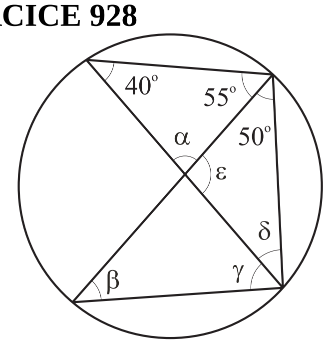
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 927



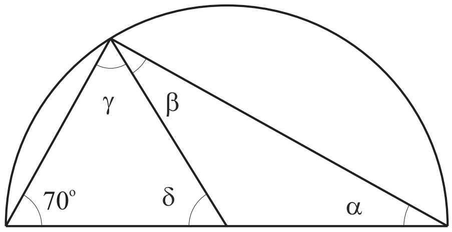
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 928



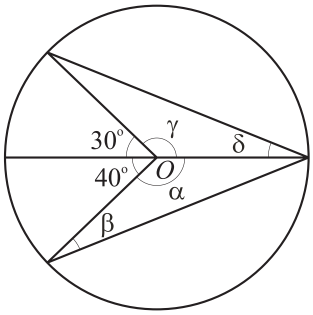
1) Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ et ε.
2) Placer le centre O du cercle sur la figure.

∇∇∇ EXERCICE 929



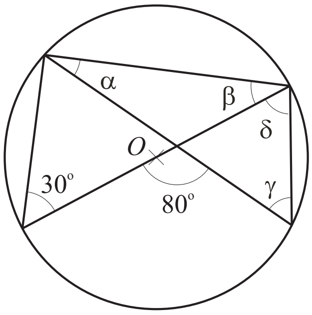
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 930



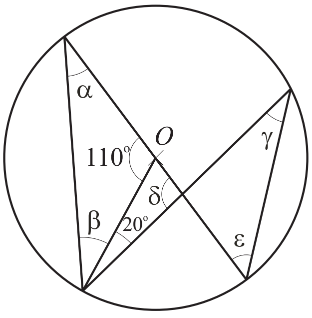
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 931



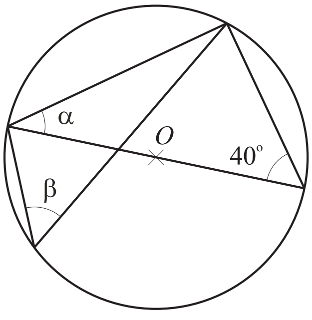
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ.

∇∇∇ EXERCICE 932



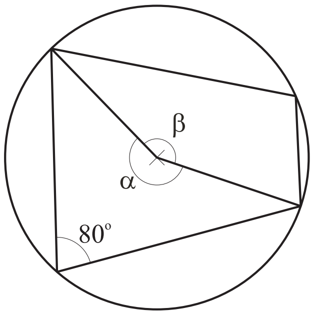
Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ et ε.

∇∇∇ EXERCICE 933



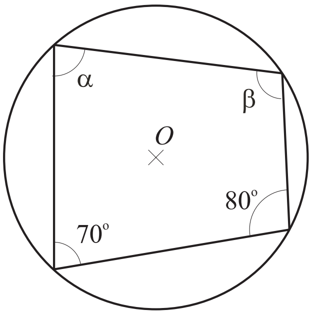
Calculer la mesure de chacun des angles α et β.

∇∇∇ EXERCICE 934



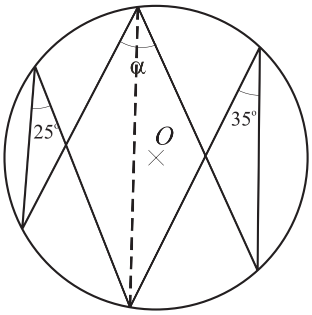
Calculer la mesure de chacun des angles α et β.

∇∇∇ EXERCICE 935



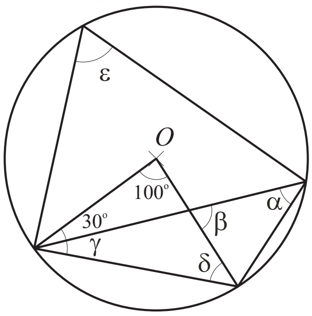
Calculer la mesure de chacun des angles α et β.

∇∇∇ EXERCICE 936



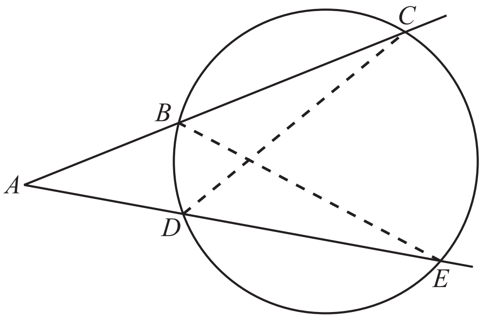
Calculer la mesure de l'angle α.

∇∇∇ EXERCICE 937



Calculer la mesure de chacun des angles α, β, γ, δ et ε.

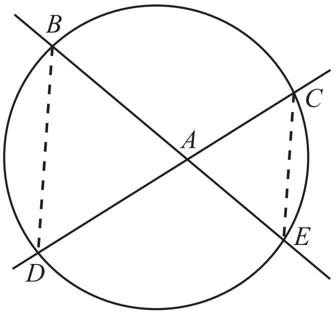
∇∇∇ EXERCICE 938



1) Montrer que les triangles ABE et ADC sont semblables.
2) Montrer que

$$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AD}\cdot\overline{AE}.$$

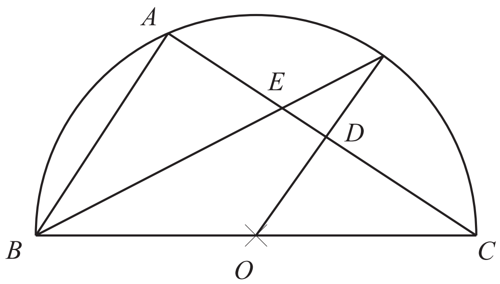
∇∇∇ EXERCICE 939



1) Montrer que les triangles ABD et ACE sont semblables.
2) Montrer que

$$\overline{AB} \cdot \overline{AE} = \overline{AC} \cdot \overline{AD}.$$

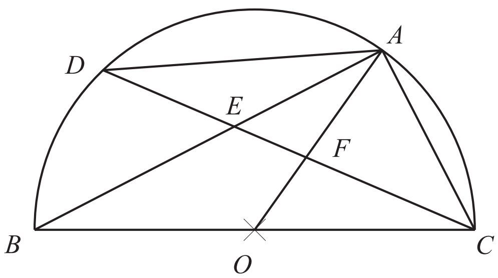
∇∇∇ EXERCICE 940



Unité : le cm
O est le centre du cercle.
$OF \parallel AB$

1) Montrer que les triangles ABC et DOC sont semblables, de même que les triangles ABE et DFE.
2) Sachant que
$\overline{BC} = 60$ et $\overline{AC} = 48$,
calculer $\overline{AB}$, $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ et $\overline{ED}$.

∇∇∇ EXERCICE 941



Unité : le cm
O est le centre du cercle.
$AO \perp DC$

1) Montrer que le triangle ACD est isocèle.
2) Montrer que les triangles
ABC, FDA, FCA et ACE
sont semblables.
3) Sachant que $\overline{AB} = 150$ et $\overline{AC} = 180$, calculer $\overline{CF}$, $\overline{AE}$, $\overline{OF}$ et $\overline{DE}$.