Georg-August-Universität Göttingen

Institut für Wirtschaftsinformatik

Professor Dr. Matthias Schumann

Platz der Göttinger Sieben 5
37073 Göttingen
Telefon: + 49 551 39 - 44 33
+ 49 551 39 - 44 42

Arbeitsbericht Nr. 13/2005

Hrsg.: Matthias Schumann

Andre Daldrup

Kreditrisikomaße im Vergleich

© Copyright: Institut für Wirtschaftsinformatik, Abteilung Wirtschaftsinformatik II, Georg-August-Universität Göttingen. Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urhebergesetzes ist ohne Zustimmung des Herausgebers unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Alle Rechte vorbehalten.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

CE	Credit Exposure
DP	Default Probability
EL	Expected Loss bzw. erwarteter Verlust
ES	Expected Shortfall
E(X)	Erwartungswert
F	Verteilungsfunktion
LGD	Loss Given Default
LPM	Lower Partial Moment
LS	Verlustquote
p	Wahrscheinlichkeit
r_f	risikofreier Zinssatz
RR	Recovery Rate
UL	Unexpected Loss bzw. unerwarteter Verlust
VaR	Value at Risk
VaR_a	absoluter Value at Risk
VaR_r	relativer Value at Risk
X	Verlust
1-α	Konfidenzniveau
ρ	Risikomaß
σ	Standardabweichung

1 Einleitung

Das Kreditgeschäft der Banken ist in den letzten Jahren durch steigende Insolvenzzahlen und sinkende Margen gekennzeichnet. Aus diesem Grund steigen die ökonomischen Anforderungen an Banken, das Kreditrisiko der eingegangenen Geschäfte adäquat zu quantifizieren, um darauf aufbauend die Konditionen für Kredite risikoadäquat bestimmen und die Kreditrisiken direkt steuern zu können. Zusätzlich wird von den Regulierungsbehörden gefordert, dass Banken ihr Kreditrisiko bestimmen und entsprechend mit Risikokapital unterlegen, um der eigenen Insolvenz vorzubeugen. Das Kreditrisiko sollte daher nach Möglichkeit in einer Kennzahl ausgewiesen werden, die das Risiko in Geldeinheiten ausdrückt, um so einen Bezug zum benötigten Risikokapital aufzuzeigen.

Das Risikomaß Value at Risk hat sich in den letzten Jahren zum Standardrisikomaß für finanzielle Risiken entwickelt, dessen Verwendung im Bereich des Kreditrisikos nicht gänzlich unumstritten ist, so dass ihm vorgeworfen wird, für Portfoliosteuerung und Portfolio-Optimierungsprobleme nicht geeignet zu sein. Die vorliegende Arbeit zeigt daher verschiedene alternative Risikomaße auf und untersucht, ob für die Kreditrisikoquantifizierung ein alternatives Risikomaß zum Value at Risk existiert, das die aufgezeigten Kritikpunkte beseitigt.

In Kapitel 2 werden hierfür zunächst eine geeignete Kreditrisikodefinition gegeben und der Unterschied zwischen erwartetem und unerwartetem Verlust im Rahmen der Konditionenkalkulation für Kredite aufgezeigt. Bevor die alternativen Risikomaße beschrieben und analysiert werden, beginnt Kapitel 3 mit einer Darstellung von Anforderungen, die an ein Kreditrisikomaß gestellt werden sollten. Die Risikomaße werden anschließend miteinander verglichen und auf ihre Anwendbarkeit analysiert, worauf die Arbeit in Kapitel 4 abschließend zusammengefasst wird.

2 Grundlagen

2.1 Kreditrisiko und Standardrisikokosten

Für die Definition des Begriffes „Kreditrisiko“ gilt es in einem ersten Schritt, einen zweckmäßigen allgemeinen Risikobegriff festzulegen. In der Praxis und in der wissenschaftlichen Literatur hat sich bisher noch keine gänzlich einheitliche Begriffsinterpretation herausgebildet.[1] Grundsätzlich können die meisten Ansätze jedoch auf eine ursachenbezogene oder auf eine wirkungsbezogene Auffassung von „Risiko“ zurückgeführt werden. In der ursachenbezogenen Auffassung wird Risiko als Unsicherheit über den Eintritt zukünftiger Ereignisse aufgefasst, wobei ein unvollständiger Informationsstand als Voraussetzung angenommen wird. In dieser Betrachtung können den somit unsicheren Ereignissen subjektive oder objektive (Eintritts-) Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden.[2] Die wirkungsbezogene Auffassung stellt die Risikowirkung in den Mittelpunkt der Betrachtung, so dass Risiko als die Gefahr einer negativen Zielverfehlung interpretiert werden kann.[3] Diese beiden Risikoauffassungen können jedoch nicht als unabhängig voneinander angesehen werden, da die wirkungsbezogene Risikoauffassung die ursachenbezogene voraussetzt.[4]

Rekurrierend auf die in dieser Arbeit betrachtete finanzwirtschaftliche Problemstellung, wird Risiko gemäß der obigen Betrachtung allgemein als *die aus der Unsicherheit über zukünftige Entwicklungen resultierende Gefahr der negativen Abweichung eines tatsächlich erzielten Wertes einer (finanzwirtschaftlichen) Zielgröße von seinem Erwartungswert* definiert.[5] Die Fokussierung des Risikos auf ausschließlich negative Abweichungen von einem Referenzwert wird häufig auch als Downside- oder Shortfall-Risiko bezeichnet.[6]

Um diese allgemeine Risikodefinition auf die Kreditrisikodefinition zu übertragen, wird zunächst die Bedeutung des Kreditrisikos aufgezeigt. Der Begriff des Kreditrisikos umfasst sowohl das Ausfallrisiko als auch das Bonitätsrisiko. Das Ausfallrisiko drückt hierbei die Gefahr aus, dass ein Kreditnehmer seinen vertragskonformen Zahlungsverpflichtungen aus dem Kreditvertrag nicht oder nur unvollständig nachkommt.[7] Im Rahmen dieser Erläuterung bezeichnet das Ausfallrisiko also die Gefahr der Insolvenz eines Kreditnehmers. Das Bonitätsrisiko bezeichnet demgegenüber die Gefahr einer Bonitätsverschlechterung des Schuldners während der Kreditlaufzeit. Somit ist der Begriff des Bonitätsrisikos umfassender als der des Ausfallrisikos, da der Kreditausfall respektive der Default als Extremfall der

---

1 Vgl. Völker (2001), S. 33.
2 Vgl. Schulte/Horsch (2002), S. 14.
3 Die Definition des Risikos als ausschließlich negative Zielverfehlung wird häufig auch als Downside-Risiko bezeichnet. Eine positive Zielverfehlung wird demgegenüber als Chance bezeichnet.
4 Vgl. Schulte/Horsch (2002), S. 14 f.
5 Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 21 sowie Kürsten/Straßberger (2004), S. 203.
6 Vgl. Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2000), S. 541.
7 Vgl. Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2000), S. 151.

Bonitätsverschlechterung angesehen und somit dem Bonitätsrisiko zugeordnet werden kann.[8] Ausfall- und Bonitätsrisiko werden daher im Weiteren unter dem Oberbegriff Kreditrisiko subsumiert.

Transformiert man abschließend die allgemeine Risikodefinition auf das Kreditrisiko, so bezeichnet es *die aus einem unvollständigen Informationsstand resultierende Gefahr der (negativen) Abweichung des tatsächlichen vom erwarteten Zahlungsstrom, der aus einer Forderung entsteht*.[9]

Intuitiv könnte angenommen werden, dass der erwartete Zahlungsstrom einer Forderung aus dem Nominalvolumen eines Kredites zuzüglich der geforderten Zinszahlungen besteht und somit implizit von einer vollständigen Erfüllung des Kreditvertrages ausgegangen wird. Diese Annahme ist jedoch nicht realitätsnah, da Banken beispielsweise aus Erfahrung wissen, dass bei der Vergabe von vielen Krediten ein bestimmter Prozentsatz ausfallen wird und somit der erwartete Zahlungsstrom aller vergebenen Kredite in der Regel nicht der Summe der vertraglich vereinbarten Zahlungsströme entspricht. Diese aus Erfahrungswerten antizipierbaren Verluste aus Kreditausfällen können anhand statistischer Wahrscheinlichkeiten prognostiziert werden. Folglich können die mit Hilfe dieser Wahrscheinlichkeiten bestimmten Kreditverluste als Erwartungswert der Zufallsvariable „Verlust“ angesehen werden.[10] Dieser so genannte „erwartete Verlust“ respektive „Expected Loss“ (EL) wird bzw. sollte bereits im Vorfeld der Kreditvergabe in die Risikokostenkalkulation des Kreditgeschäftes in Form von Ausfallprämien mit einbezogen werden und wird daher nicht zum eigentlichen Kreditrisiko gezählt. Der in dieser Arbeit verwendete Kreditrisikobegriff bezieht sich gemäß der obigen Definition auf die Verlustüberraschung, d. h. auf den möglichen Verlustbetrag, der über den erwarteten Verlust hinausgeht und als „unerwarteter Verlust“ respektive „Unexpected Loss“ (UL) bezeichnet wird.[11]

Wie in Abbildung 2.1-1 zu sehen ist, kann der erwartete Verlust bei dieser Betrachtung als Erwartungswert E(x) der Kreditverlustverteilung interpretiert werden. Der unerwartete Verlust stellt demgegenüber die (negative) Abweichung vom Erwartungswert dar.

---

[8] Vgl. Schierenbeck (2003a), S. 314.
[9] Vgl. Knapp (2002), S. 9.
[10] Vgl. Schierenbeck (2003b), S. 153.
[11] Vgl. Bröker (2000), S. 13-15.

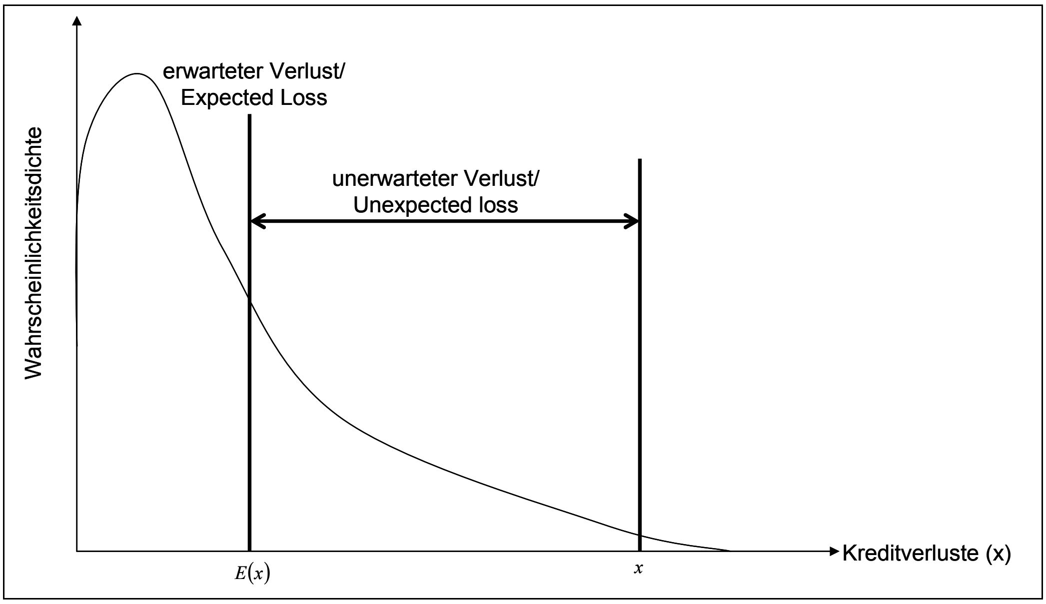

Abbildung 2.1-1: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung von Kreditverlusten[12]

Die Abbildung zeigt ergänzend, dass die Wahrscheinlichkeiten für Kreditverluste in der Realität (häufig) deutlich rechtsschief (und nicht normal-) verteilt sind. Diese Rechtsschiefe und Asymmetrie lässt sich ökonomisch dadurch begründen, dass hohe Kreditverluste nur selten, und daher mit niedrigen Wahrscheinlichkeiten eintreten, währenddessen kleinere Verluste höhere Wahrscheinlichkeiten aufweisen. Somit ist es möglich, dass in mehreren (aufeinander folgenden) Jahren der realisierte Kreditverlust geringer ist als der erwartete Kreditverlust E(x). In anderen Jahren kann der tatsächliche den erwarteten Kreditverlust jedoch auch stark übersteigen, so dass der Mittelwert E(x) eine geeignete Kennzahl für den erwarteten Verlust darstellt.[13]

Durch die Differenzierung zwischen erwarteten und unerwarteten Verlusten ergibt sich somit die Notwendigkeit der Aufteilung der Risikokosten. Die bereits bei der Kreditvergabe zu berücksichtigenden Standard-Risikokosten sollten in Form von Ausfallprämien den erwarteten Verlust aller Kreditengagements im Durchschnitt abdecken und verringern als Aufwand das ordentliche Betriebsergebnis.[14] Die Risikokosten für den unerwarteten Verlust können als außergewöhnliche Aufwendungen aufgefasst werden und müssen durch entsprechende Eigenkapitalunterlegungen (ökonomisches Kapital) abgesichert werden.[15]

Die Standard-Risikokosten können auf unterschiedlichen Ebenen kalkuliert werden.[16] Die Bestimmung auf Einzelkreditnehmerebene stellt die detaillierteste Variante dar, indem für jedes einzelne Kreditgeschäft eine dem Kreditrisiko des Kunden entsprechende Ausfallprämie ermittelt wird. Neben dieser individuellen Berechnung der Standard-Risikokosten können Risikokosten auch auf der Ebene von Rating-Klassen, Geschäftssegmenten oder auf der Ebene des gesamten Kreditgeschäftes ermittelt

12 In Anlehnung an Bröker (2000), S. 18.
13 Vgl. Kirmße (2001), S. 122.
14 Vgl. Schierenbeck (2003a), S. 311.
15 Unerwartete Verluste können in Form von Risikoprämien in die Konditionengestaltung integriert werden.
16 Vgl. Schierenbeck (2003a), S. 312.

werden. Die auf diesen Ebenen ermittelten und über die Kreditkonditionen weitergegebenen Ausfallprämien sollten die gesamten erwarteten Standard-Risikokosten abdecken.[17] Die Ermittlung auf Gesamtgeschäfts- sowie auf Geschäftssegmentebene weist den Nachteil auf, dass alle bzw. viele Kreditnehmer eine identische Ausfallprämie zugeordnet bekommen, so dass es zu einer Quersubventionierung der schlechten durch die guten Kreditnehmer kommen kann. Bonitätsmäßig bessere Kunden zahlen demnach einen (ihrem Risiko entsprechend) zu hohen Preis für ihren Kredit, während schlechtere Kunden einen zu tiefen Preis bezahlen.[18] Unter diesen Gesichtspunkten stellt eine Standard-Risikokostenkalkulation auf der Ebene von Rating-Klassen eine in Bezug auf den Detaillierungsgrad mindestens zu wählende Vorgehensweise dar. Die folgende Abbildung verdeutlicht abschließend den Unterschied zwischen risikoadjustierter und risikoindifferenter Konditionenkalkulation, wobei die Kurve für die risikoadjustierte Konditionenpolitik aufzeigt, dass eine Kalkulation der Standard-Risikokosten mindestens auf Ratingklassen-Ebene vorgenommen werden sollte, um die oben beschriebene Gefahr der Quersubventionierung zu vermindern.

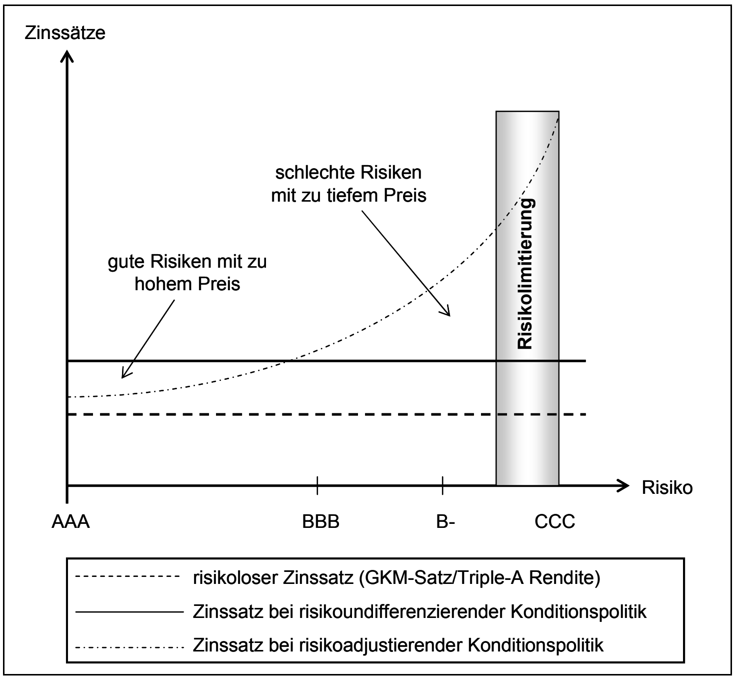

Abbildung 2.1-2: Risikoadjustierte versus risikoindifferente Konditionengestaltung[19]

2.2 Expected Loss und zentrale Kalkulationsparameter

Der für die Bestimmung der Standard-Risikokosten relevante Expected Loss bzw. der erwartete Kreditverlust eines Kreditengagements ergibt sich als Produkt aus der (erwarteten) Ausfallwahrscheinlichkeit (Default Probability, DP) mit dem (erwarteten) Verlustumfang einer Forderung zum Zeitpunkt des

[17] Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 313.
[18] Vgl. Schierenbeck (2003a), S. 312.
[19] Quelle: Schierenbeck (2003a), S. 312.

Ausfalles (Credit Exposure, CE) und der Verlustquote (Loss Severity, LS). Die Verlustquote wird häufig auch als Loss Given Default (LGD) bezeichnet.[20]

(1) $$EL = DP \cdot CE \cdot LS$$

Die Loss Severity gibt den Teil des Credit Exposure an, der uneinbringlich ist. Sie wird aus der Differenz von 1 minus der Wiedereinbringungsrate bzw. Recovery Rate (RR) bestimmt.[21] Durch Einsetzen dieses Zusammenhangs in Formel (1) ergibt sich die folgende Bestimmungsgleichung für den Expected Loss.

(2) $$EL = DP \cdot CE \cdot (1 - RR)$$

Im Rahmen einer Portfoliobetrachtung lässt sich der erwartete Verlust des Kreditportfolios (EL_p) durch die Summe der Erwartungswerte der einzelnen Kreditpositionen bestimmen.[22]

(3) $$EL_P = \sum EL$$

Für i = 1, 2, …, N Kreditpositionen ergibt sich

(4) $$EL_P = \sum_i \left(DP_i \cdot CE_i \cdot (1 - RR_i) \right).$$

Der **Credit Exposure (CE)** bezeichnet hierbei allgemein das Kreditvolumen, welches einem Kreditrisiko ausgesetzt ist. Im klassischen Kreditgeschäft entspricht seine Höhe in der Regel dem Buchwert aller Forderungen gegenüber einem einzelnen Kreditnehmer.[23] Diese Methodik ist durch ihre einfache Anwendbarkeit sowie ihren direkten Bezug zur Rechnungslegung charakterisiert. Zudem gibt sie einen recht guten Einblick in die offenen Positionen eines Schuldners.[24] Bei ökonomischer Betrachtungsweise erscheint der Buchwert jedoch nicht als geeignete Quantifizierungsgröße für den Credit Exposure.[25] Fällt eine Forderung aus, so ist eine Wiederbeschaffung einer äquivalenten Kreditposition nur zu dem im Ausfallzeitpunkt aktuellen Marktwert und nicht zum aktuellen Buchwert möglich. Daher entspricht der Credit Exposure unter Verwendung des Barwertkonzeptes dem aktuellen Betrag der Wiederbeschaffungskosten einer äquivalenten Kreditposition, wobei ein vollständiger Kreditausfall angenommen wird.[26]

Die **erwartete Rückzahlungsquote** bzw. **Recovery Rate (RR)** bezeichnet den (prozentualen) Anteil des Credit Exposure, der bei Ausfall eines Kreditnehmers an den Gläubiger zurückfließt.[27] In ihrer Höhe wird sie vor allem durch das im Ausfallzeitpunkt noch vorhandene Vermögen des Schuldners sowie durch Kreditsicherheiten und die Rangstellung der Gläubigerposition beeinflusst.[28] Bei Ausfall eines

---

[20] Vgl. Heim/Balica (2001), S. 215 sowie Schuermann (2003), S. 2.
[21] Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 313.
[22] Vgl. Ong (2000), S. 123.
[23] Vgl. Knapp/Hamerle (1999), S. 138.
[24] Vgl. Bröker (2000), S. 23.
[25] Vgl. Schierenbeck (2003a), S. 327.
[26] Vgl. Bröker (2000), S. 24.
[27] Vgl. Ong (2000), S. 63.
[28] Vgl. auch im Folgenden Schierenbeck (2003a), S. 328 f.

Schuldners kann der Gläubiger durch die Verwertung ggf. vorhandener Sicherheiten die Kreditverluste reduzieren und im optimalen Fall sogar gänzlich vermeiden. Als Wert für die gestellten Sicherheiten sollte möglichst der nachhaltig erzielbare Nettoerlös bei Sicherheitenverwertung angesetzt werden.

Recovery Rates lassen sich in der Praxis nur schwer bestimmen.[29] Aus diesem Grund werden sie häufig anhand von historischen Daten als Mittelwert respektive Median bestimmt. Aus pragmatischen Gründen werden die Recovery Rates jedoch selten für einzelne Kreditengagements, sondern in der Regel für Risikoklassen ermittelt. Hierbei wird die Annahme getroffen, dass sie innerhalb einer Risikoklasse konstant sind. Eine weitere Alternative zur Bestimmung von Recovery Rates (auch für einzelne Engagements) liegt in deren Schätzung auf Basis einer Beta-Verteilung.[30]

Die **erwartete Ausfallrate** (Ausfallwahrscheinlichkeit) bzw. **Default Probability (DP)** gibt die Wahrscheinlichkeit des Ausfalles bzw. der vollständigen oder partiellen Zahlungsunfähigkeit eines Schuldners an. Im Gegensatz zum Credit Exposure und der Recovery Rate, die sich auf einzelne Kreditpositionen beziehen, kann die Ausfallwahrscheinlichkeit eindeutig der Ebene des Kreditnehmers zugeordnet werden, da im Normalfall nicht eine einzelne Forderung, sondern ein Schuldner mit sämtlichen Forderungen ausfällt.[31] Die Default Probability von Kreditnehmern kann nicht direkt gemessen werden, sondern muss geschätzt werden.[32] Der einfachste Ansatz zu ihrer Schätzung besteht darin, die aus Vergangenheitsdaten ermittelte Ausfallrate, die der relativen Ausfallhäufigkeit einer Risiko- bzw. Rating-Klasse entspricht, mit der Ausfallwahrscheinlichkeit gleichzusetzen.[33] Eine weitere Möglichkeit der Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit besteht in der Verwendung von statistischen Verfahren wie z. B. Logit- oder Probit-Regressionen.[34]

---

[29] Vgl. Rohmann (2000), S. 127.
[30] Vgl. Altman et al. (2002), S. 11.
[31] Vgl. Schierenbeck (2003a), S. 331.
[32] Vgl. Rohmann (2000), S. 46.
[33] Vgl. auch im Folgenden Oehler/Unser (2002), S. 259 f.
[34] Vgl. Huschens (2004), S. 2. Für ein Beispiel siehe Daldrup/Gehrke/Schumann (2004).

3 Risikomaße zur Quantifizierung des Unexpected Loss

Nachdem im vorigen Abschnitt der unerwartete Kreditverlust als Kreditrisiko identifiziert sowie die Notwendigkeit aufgezeigt wurde, den erwarteten Kreditverlust in Form von Ausfallprämien in die Konditionenpolitik bei der Kreditvergabe zu integrieren, behandelt das folgende Kapitel verschiedene Risikomaße zur Quantifizierung des unerwarteten Verlustes. In einem ersten Schritt werden Anforderungen, die an diese Kennzahlen im Bereich der Kreditrisikoquantifizierung gestellt werden, erarbeitet und die Risikomaße anhand dieser analysiert. Abschließend folgt ein Vergleich der Kennzahlen, wobei sich der Schwerpunkt des Vergleichs auf den Value at Risk und den Expected Shortfall konzentriert.

3.1 Anforderungen an (Kredit-)Risikomaße

Im Allgemeinen werden Risikokennzahlen bzw. Risikomaße verwendet, um Risiko quantifizieren und darauf aufbauend Steuerungsmaßnahmen vornehmen zu können.[35] Speziell für Banken ist die quantitative Messung des Kreditrisikos von höchster Relevanz. Neben dem grundlegenden Ziel mittels der Risikoquantifizierung durch Risikomaße existenzgefährdende Risiken zu erkennen, sind Banken zudem durch aufsichtsrechtliche Bestimmungen verpflichtet, das Kreditrisiko zu bestimmen und es zur Sicherung ihrer eigenen Zahlungsfähigkeit mit Eigenkapital zu unterlegen. Des Weiteren ist die Kreditrisikoquantifizierung die Voraussetzung für eine nach dem jeweils eingegangenen Risiko differenzierenden Bepreisung sowie für eine risikoorientierte Steuerung der Kreditvergabe auf Portfolioebene. Zur Quantifizierung des Kreditrisikos muss daher ein Risikomaß verwendet werden, dass die Höhe des Risikos adäquat wiedergibt. Allgemein kann das Risiko in Form einer Wahrscheinlichkeitsdichte- oder Verteilungsfunktion einer Zufallsvariable dargestellt werden.[36] Die Repräsentation des Risikos in einer solchen Form ist jedoch nicht sehr operational und nachvollziehbar, so dass eine Verdichtung der Informationen in wenige bzw. eine Maßzahl erfolgen sollte, was allerdings prinzipiell mit einem Informationsverlust einhergeht.[37]

Gemäß der obigen Risiko- und Kreditrisikodefinition wird die Höhe des (Kredit-)Risikos durch das Ausmaß der Zielverfehlung, also durch das Ausmaß der Abweichung vom Erwartungswert, sowie den jeweils zuzurechnenden Wahrscheinlichkeiten determiniert. Aus diesem Grund sollten Kreditrisikomaße einerseits Aussagen über die Eintrittswahrscheinlichkeiten und andererseits Aussagen über die Risikohöhe zulassen.[38] Zusätzlich sollte das gewählte Risikomaß **leicht zu interpretieren** sein und daher zum einfachen Verständnis in Geldeinheiten ausgedrückt werden.[39]

---

[35] Vgl. Kürsten/Straßberger (2004), S. 203.
[36] Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 11.
[37] Vgl. Völker (2001), S. 46.
[38] Vgl. Schulte/Horsch (2002), S. 15.
[39] Vgl. Rohmann (2000), S. 31.

Aufgrund der alleinigen Betrachtung von negativen Abweichungen vom erwarteten Verlust und der aufsichtsrechtlichen Verpflichtung zur Unterlegung des unerwarteten Verlustes mit Eigenkapital, stellt eine erste Anforderung an Risikomaße daher die Möglichkeit der **direkten Messung des ökonomischen Risikos** dar.[40] D. h. das Risikomaß sollte das Verlustpotenzial aufzeigen, welches mit ökonomischem Kapital zu unterlegen ist. Zusätzlich ist es für eine risikoorientierte Steuerung des Kreditportfolios notwendig, dass das Risikomaß ergänzend als **Zielgröße von Optimierungsproblemen** verwendet werden kann.

In dieser Arbeit liegt der Fokus zwar ausschließlich auf der Quantifizierung des Kreditrisikos, bei der Wahl des Risikomaßes sollte allerdings von der Bestimmung von Marktpreisrisiken (und operationellen Risiken) nicht vollständig abstrahiert werden. Im Rahmen einer Gesamtbanksteuerung wird eine integrierte Risikomessung gefordert, bei der mithilfe eines Risikomaßes sowohl Marktpreis- als auch Kreditrisiken quantifiziert werden können. Das zu wählende Risikomaß muss daher für eine **integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten** geeignet sein. Bei der Berücksichtigung verschiedener Risikoarten stellt sich implizit die Notwendigkeit dar, dass das Risikomaß optimalerweise zur **Risikosteuerung eines Bankportfolios** verwendet werden kann, wobei das Risikomaß hier als Grundlage für eine portfolio-übergreifende Risikosteuerung geeignet sein sollte. Gemäß dieser Anforderung haben Artzner et al. vier Axiome formuliert, die ein Risikomaß im Rahmen der Risikosteuerungsmöglichkeit erfüllen sollte. Risikomaße, die diesen Eigenschaften entsprechen werden als **kohärente Risikomaße** bezeichnet.[41]

Bei der Formulierung der vier Axiome gehen Artzner et al. davon aus, dass es im Rahmen des Risikomanagements notwendig ist, zwischen akzeptablen und nicht akzeptablen Portfolios differenzieren zu können. Nicht akzeptable Portfolios sind durch ein zu hohes Risiko charakterisiert, wobei unter zu hohem Risiko ein zu niedriger Portfoliowert zum prognostizierten Zeitpunkt verstanden wird.[42] Diese Differenzierung verstehen die Autoren bereits als grobe Risikomessung, indem sie in einem ersten Schritt die Menge der akzeptierten Portfoliowerte, bestehend aus allen Portfoliopositionen mit einem akzeptablen zukünftigen Wert, bestimmen.[43] In die weitere Betrachtung gehen ausschließlich die nicht akzeptablen Positionen ein, für die jeweils der kleinste Kapitalbetrag gesucht wird, der in Kombination mit der untersuchten Position den minimalen (gerade) akzeptablen Wert ergibt. Entsprechend dieser Überlegungen definieren Artzner et al. ein Risikomaß wie folgt:[44]

Der minimale Kapitaleinsatz, der benötigt wird, um aus einer nicht akzeptablen Position durch Investition in andere (finanzwirtschaftliche) Instrumente und deren Kombination mit der betrachteten Position eine gerade akzeptable Position zu generieren, wird als Risikomaß bezeichnet.

Formal bezeichnet ein kohärentes Risikomaß ρ eine Abbildung, die jedem Portfolio mit dem zukünftigen Wert X eine Zahl ρ(X) zuweist[45] und die folgenden vier Eigenschaften erfüllt:[46]

---

[40] Vgl. auch im Folgenden Theiler (2002), S. 69.
[41] Vgl. Artzner et al. (1997) und Artzner et al. (1999).
[42] Vgl. Theiler (2002), S. 70.
[43] Vgl. Artzner et al. (1999), S. 205.
[44] Vgl. Artzner et al. (1999), S. 204.
[45] Vgl. Artzner et al. (1997), S. 68 sowie Theiler (2002), S. 72.

(1) Subadditivität:

Die Subadditivitäts-Eigenschaft fordert von einem Risikomaß, dass das Risiko eines Portfolios, bestehend aus zwei Positionen, stets kleiner oder gleich der Summe der Einzelrisiken der zwei Positionen[47] ist. Dieses Axiom berücksichtigt den Diversifikationseffekt im Portfoliokontext, so dass durch die Hinzunahme einer Position Y in das Portfolio X das Portfoliorisiko maximal um das Einzelrisiko von Y ansteigt. Es gilt daher:

$$\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y).$$

(2) Positive Homogenität:

Das Homogenitäts-Axiom fordert, dass das Risiko proportional zu einem positiven Faktor steigt. D. h. eine Position, die den t-fachen Wert aufweist, beinhaltet auch das t-fache Risiko, so dass gilt:

$$\rho(t \cdot X) = t \cdot \rho(X),\ t > 0.$$

(3) Monotonie:

Die Monotonie-Eigenschaft besagt, dass das Risiko eines Portfolios X stets höher ist als bei einem Portfolio Y, wenn der Wert von X in jedem möglichen Zustand immer kleiner ist als der Wert von Y.[48] X weist damit aufgrund des jeweils höheren Verlustpotenzials ein größeres Risiko auf als Y.[49] Mit der Erfüllung der Monotonie-Eigenschaft wird zudem sichergestellt, dass ein kohärentes Risikomaß mit dem Prinzip der stochastischen Dominanz ersten Grades vereinbar ist.[50] In diesem Axiom wird somit die (ökonomische) Risikodefinition berücksichtigt, die ausschließlich negative Abweichungen als Risiko betrachtet.[51] Es gilt somit:

$\rho(X) \geq \rho(Y)$, falls $X \leq Y$

(4) Translationsinvarianz:

Wenn zu einem vorhandenen Portfolio X für die betrachtete Haltedauer zusätzlich ein Geldbetrag n zu einem risikofreien Zinssatz r_f investiert wird, so verringert sich das Risiko des Portfolios um den Betrag n.

$$\rho(X + (1+r_f) \cdot n) = \rho(X) - n$$

Das Axiom der Translationsinvarianz unterstreicht die Definition des Risikomaßes als mindestens zu investierenden Kapitalbetrag, um aus einer nicht akzeptablen Position eine akzeptable zu generieren. Bei der Investition eines Anlagebetrages Z in Höhe des vorhande-

---

46 Vgl. auch im Folgenden Artzner et al. (1997), S. 68, Artzner et al. (1999), S. 208-210, Kürsten/Straßberger (2004), S. 206 sowie Theiler (2002), S. 72-74.

47 In diesem Punkt wird das einer Einzelposition inhärente Risiko betrachtet, nicht sein Risikobeitrag im Portfoliokontext.

48 Vgl. Denault (2001), S. 5.

49 Vgl. Albrecht (2003), S. 13 f.

50 Vgl. Baule (2004), S. 21.

51 Vgl. Theiler (2002), S. 73.

nen Risikopotenzials der bestehenden Position X $(Z = \rho(X))$ zum risikofreien Zinssatz r_f, neutralisiert die Hinzunahme der risikofreien Position das Risiko der Ursprungs-Position und stellt damit implizit das Risikodeckungspotenzial dar.[52]

$$\rho\left(X + \left(1 + r_f\right) \cdot Z\right) = \rho\left(X + \left(1 + r_f\right) \cdot \rho(X)\right) = \rho(X) - \rho(X) = 0$$

Erfüllt ein Risikomaß die Axiome der Subadditivität und der Positiven Homogenität, so ist das Risikomaß konvex. Die Konvexität garantiert die Lösbarkeit von (Risiko-/Rendite-)Portfolio-Optimierungen, so dass für jedes Risikoniveau ein optimales Risiko-/Rendite-Portfolio gefunden werden kann.[53] Die Konvexitätsanforderung an ein Risikomaß entspricht damit implizit der oben angesprochenen Anforderung der Verwendung des Risikomaßes als Zielgröße für Optimierungsprobleme.

Zusammenfassend sollte ein Risikomaß zur Kreditrisikoquantifizierung die folgenden Anforderungen erfüllen:

- leichte Interpretierbarkeit,
- Möglichkeit zur direkten Messung des ökonomischen Risikos,
- Verwendung als Zielgröße für Optimierungsprobleme,
- Möglichkeit der integrierten Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten,
- Verwendung zur Risikosteuerung eines Bankportfolios sowie
- Kohärenz.

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene Risikomaße dargestellt und auf die Erfüllung der gestellten Anforderungen untersucht.

3.2 Varianz und Standardabweichung

Ein in der finanzwirtschaftlichen Theorie und Praxis stark verbreitetes und auch aus der Statistik bekanntes Risikomaß ist die Varianz (bzw. Standardabweichung).[54] Diese Kennzahl stellt ein Streuungsmaß dar, das die Dispersion vom Erwartungswert misst. Allgemein wird der Erwartungswert E(X), die Varianz und die Standardabweichung (σ), als quadratische Wurzel der Varianz, gemäß der folgenden Formeln für diskrete bzw. stetige Zufallsvariablen ermittelt.[55]

(5) $$E(X) = \sum_{i=1}^{N} x_i \cdot p_i$$ (6) $$Varianz = \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - E(x)\right)^2 \cdot p_i$$

---

52 Vgl. Artzner et al. (1999), S. 209 und Theiler (2002), S. 74.
53 Vgl. auch für die hierzu geltenden Voraussetzungen Theiler (2002), S. 73 und Theiler (2001), S. 185.
54 Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 12.
55 Vgl. Schierenbeck (2003b), S. 203, Hahn/Pfingsten/Wagner (2001), S. 277 f., Völker (2001), S. 41 sowie Rohmann (2000), S. 180 f.

(7) $$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} x_i\, f(x_i)\,dx_i$$ (8) $$Varianz=\int_{-\infty}^{\infty}(x_i-E(x))^2\, f(x_i)\,dx_i$$

(9) $$\sigma=\sqrt{Varianz}\,.$$

x_i bezeichnet hierbei die möglichen Werteausprägungen und p_i die jeweils zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten.

Die Varianz quantifiziert die mittlere quadratische Abweichung vom Erwartungswert, wobei sie ein zweiseitiges bzw. symmetrisches Risikomaß darstellt, d.h. es werden sowohl negative als auch positive Abweichungen vom Erwartungswert quantifiziert.[56] Diese Risikoquantifizierung entspricht jedoch nicht der aufgezeigten Risikodefinition, in der ausschließlich negative Abweichungen vom Mittelwert betrachtet werden. Lediglich unter der unrealistischen Annahme von normalverteilten Kreditverlusten könnte das Kreditrisiko anhand von symmetrischen Kennzahlen angemessen quantifiziert werden. Für asymmetrische Verteilungen sind Varianz und Standardabweichung jedoch ungeeignet,[57] und sie erfüllen daher auch nicht die Anforderung, das ökonomische Risiko direkt messen zu können.[58]

Des Weiteren ist die Varianz kein leicht zu interpretierendes Risikomaß unter dem Gesichtspunkt, dass das Risiko nicht in Geldeinheiten, sondern bei Verlustbetrachtungen in Geldeinheiten zum Quadrat angegeben wird. In diesem Fall werden der erwartete und der unerwartete Verlust in unterschiedlichen Maßeinheiten angegeben, was eine Vergleichbarkeit bzw. Interpretation der Ergebnisse erschwert.[59] Die Standardabweichung als Wurzel der Varianz stellt ein in Ansätzen leichter zu interpretierendes Risikomaß dar, da das Kreditrisiko in Geldeinheiten ausgedrückt werden kann, bzw. erwarteter und unerwarteter Verlust die gleiche Maßeinheit aufweisen.[60] Hierbei gilt es jedoch zu berücksichtigen, dass die Standardabweichung kaum über eine eigenständige Interpretation im Sinne von zu unterlegendem Risikokapital verfügt, sondern sie gibt lediglich einen Anhaltspunkt für die Streuung der Verluste.[61]

Standardabweichung und Varianz sind zwar positiv homogen[62], aber nur unter der Bedingung von normalverteilten Zufallsvariablen subadditiv[63] und stellen damit bei allgemeiner Betrachtung keine konvexen Risikomaße dar. Sie eignen sich daher nicht zur Portfoliooptimierung und –steuerung im Kreditrisikomanagement, da sie zudem aufgrund ihrer Symmetrieeigenschaft die bei Kreditverlusten vorherrschenden asymmetrischen Verteilungen nicht vollständig beschreiben können und daher für die Optimierung ungeeignet sind. Im Rahmen einer Portfoliosteuerung können sie daher zu falschen Steuerungsentscheidungen führen.[64]

---

[56] Vgl. Goovaerts/Kaas/Dhaene (2002), S. 1 sowie Theiler (2002), S. 76.
[57] Gemäß der Risikodefinition wäre die untere Semivarianz besser geeignet, bei der die mittlere quadratische Abweichung für die Werteausprägungen (einer Verlustverteilung) ermittelt wird, die größer als der Erwartungswert sind. Vgl. Kürsten/Straßberger (2004), S. 204.
[58] Vgl. Wehrspohn (2001), S. 582 sowie Hahn/Pfingsten/Wagner (2001), S. 278.
[59] Vgl. Albrecht/Maurer (2002), S. 92.
[60] Eine sinnvolle Interpretation ist hier jedoch auch nur für den Fall normalverteilter Verluste möglich.
[61] Vgl. Wehrspohn (2001), S. 582.
[62] Vgl. Theiler (2002), S. 72.
[63] Vgl. Acerbi/Nordio/Sirtori (2001), S. 5.
[64] Vgl. Wehrspohn (2001), S. 583 und S. 588.

Varianz und Standardabweichung zählen auch nicht zu den kohärenten Risikomaßen, da neben der Eigenschaft der Subadditivität auch die Eigenschaft der Monotonie durch die Berücksichtigung von positiven *und* negativen Abweichungen vom erwarteten Verlust verletzt wird.[65] Letztendlich lassen sich die beiden Risikomaße aufgrund der restriktiven Festlegung auf eine Normalverteilung auch nicht für die Messung unterschiedlicher Risikoarten verwenden. Zwar sind sie in der Lage Marktpreisrisiken, für die in der Regel einer Normal- bzw. Lognormalverteilung unterstellt wird, zu quantifizieren, wie jedoch gezeigt wurde, sind sie ungeeignet Kreditrisiken adäquat zu messen. Zusammenfassend zeigt die folgende Tabelle, welche Anforderungen an Risikomaße für die Kreditrisikoquantifizierung durch die Standardabweichung bzw. Varianz erfüllt werden.

Anforderung	**Standardabweichung**	**Varianz**
leichte Interpretierbarkeit	(+)	—
direkte Messung des ökonomischen Risikos	—	—
Integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten	—	—
Zielgröße für Optimierungsprobleme	—	—
Verwendung zur Risikosteuerung eines Bankportfolios	—	—
Kohärenz	—	—

Tabelle 3.2-1: Anforderungsanalyse bei Standardabweichung und Varianz

3.3 Lower Partial Moments (LPM)

Lower Partial Moments (LPM) zählen zu den so genannten Downside-Risikomaßen und betrachten ausschließlich den Verlustbereich einer Verteilung, also den Teil der Wahrscheinlichkeitsverteilung, der (bei Verlustbetrachtung) über einem vorher zu spezifizierenden Referenzwert liegt.[66] Die allgemeine Definition von Lower Partial Moments ($LPM_n(z)$) der Ordnung $n \geq 0$ für den Fall einer stetigen Zufallsvariable X mit Dichtefunktion f(x) und einem zu spezifizierenden Referenzwert z als Verlustschranke lautet bei Verlustbetrachtung:[67]

$$(10) \qquad LPM_n(z) = \int_z^{\infty} (x-z)^n f(x)dx$$

Bei einer diskreten Zufallsvariable X mit den Ausprägungen $x_1, \ldots, x_k$ und den Eintrittswahrscheinlichkeiten $p_1, \ldots, p_k$ ergibt sich der LPM der Ordnung $n \geq 0$ gemäß Gleichung (11). $I_z(x)$ stellt eine Indikatorfunktion dar, wobei $I_z(x)=1$ für $x>z$ und ansonsten $I_z(x)=0$ gilt.[68]

$$(11) \qquad LPM_n(z) = \sum_{x_i > z} (x_i - z)^n p_i = \sum (x_i - z)^n p_i \cdot I_z(x_i)$$

---

65 Vgl. Theiler (2002). S. 73.
66 Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 22, Kürsten/Straßberger (2004), S. 204 und Völker (2001), S. 48.
67 Vgl. Fishburn (1977), S. 116, Albrecht (2001), S. 1 und Wittrock (1995), S. 42.
68 Vgl. Albrecht (2001), S. 1, Eftekhari (1998), S. 646 und Hahn/Pfingsten/Wagner (2001), S. 279.

Anhand dieser Definition lassen sich unzählige LPM definieren, sinnvoll ökonomisch interpretieren lassen sich jedoch nur LPM der Ordnung null bis zwei.[69]

Der LPM nullter Ordnung (LPM_0) wird auch als Shortfall-Risiko oder Downside-Wahrscheinlichkeit bezeichnet und misst die Wahrscheinlichkeit, dass ein Verlust eintritt, der den Referenzverlust übersteigt. Das Ausmaß der Referenzwertverfehlung bleibt hierbei jedoch unberücksichtigt.[70] Der LPM_1, oder auch Target Shortfall bzw. Downside-Erwartungswert, zeigt dagegen die durchschnittliche negative Abweichung vom Referenzwert an. Diese Betrachtung impliziert, dass Verluste, die kleiner als der Referenzverlust sind eine „negative Abweichung“ von null aufweisen. Bei n = 2 misst der LPM_2, als so genannte Downside-Varianz, die mittlere quadrierte negative Abweichung vom Referenzwert, so dass größere Abweichungen stärker berücksichtigt werden als kleine. Wird als Referenzwert der Erwartungswert der Verteilung verwendet, so entspricht der LPM_2 der Semivarianz. Die Downside-Standardabweichung ergibt sich aus der Wurzel der Downside-Varianz.[71]

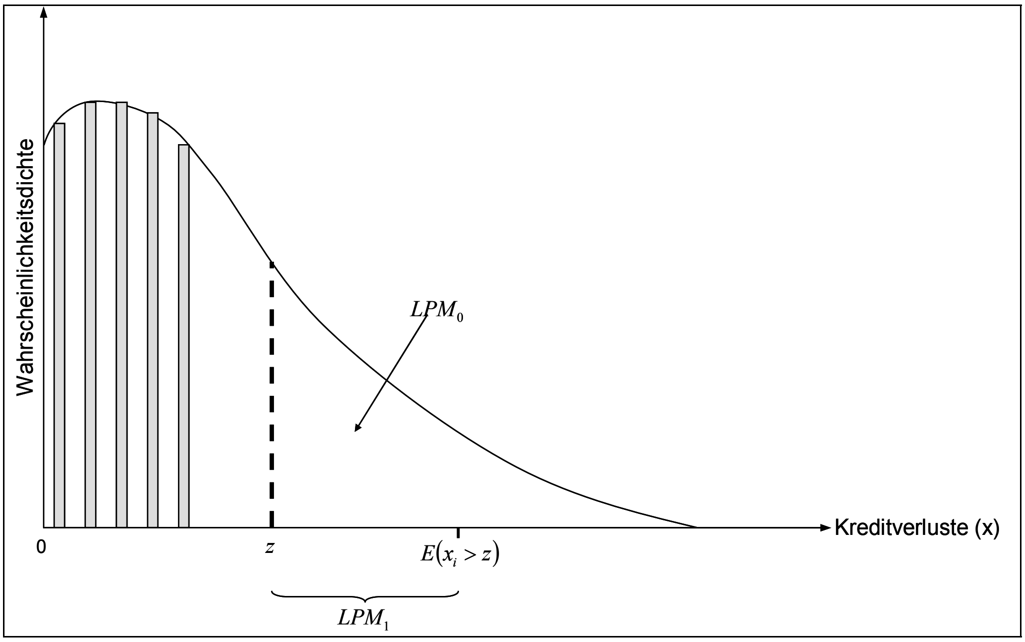

Abbildung 3.3-1: Darstellung LPM_0 und LPM_1[72]

Die Downside-Wahrscheinlichkeit (LPM_0) wird in Abbildung 3.3-1 durch die Fläche unter der Dichtefunktion ab dem Referenzwert z dargestellt. Der LPM_1 zeigt den Erwartungswert der möglichen Überschreitungen des Referenzwertes z an.

Durch die ausschließliche Betrachtung von negativen Abweichungen von einem Referenzwert (Erwartungswert) unterstützen die LPM die oben angegebene Risikodefinition. Für den LPM_0 lässt sich festhalten, dass er als Ausfallwahrscheinlichkeit zwar leicht zu interpretieren ist und das ökonomische Risiko in Form einer Wahrscheinlichkeit widerspiegelt, das Kreditrisiko dabei jedoch nicht in Geldeinheiten ausdrückt. Die letztgenannte Anforderung wird durch LPM_1 und LPM_2 (nur in Form der Downside-

69 Vgl. Oehler/Unser (2002), S. 22.
70 Vgl. auch im Folgenden Völker (2001), S. 48 f. und Eftekhari (1998), S. 646.
71 Vgl. Albrecht (2003), S. 24.
72 In Anlehnung an Hollidt (1999), S. 11.

Standardabweichung) jedoch in Ansätzen erfüllt. Eine allgemeingültige Interpretation als zu unterlegendes Risikokapital ist hier allerdings ebenfalls kaum gegeben.

Aufgrund der Eigenschaft, dass alle LPM-Maße in Abhängigkeit von alternativen Referenzwerten für beliebige Verteilungen bestimmt werden können, und zudem in der Lage sind Asymmetrien der Verteilungen zu berücksichtigen, eignen sich diese Risikomaße zur Quantifizierung verschiedener Risikoarten.[73]

Zur Überprüfung, ob sich $LPM_n(z)$ als Zielgröße für Optimierungsprobleme eignen, gilt es das Risikomaß auf Konvexität zu untersuchen. Wie in Abschnitt 3.1 bereits aufgezeigt wurde, ist ein Risikomaß konvex, wenn es subadditiv und positiv homogen ist. Der $LPM_n(z)$ ist nur subadditiv bei positiven Referenzwerten $\left(z \in R_+\right)$ und bei Exponenten n, die größer als null und kleiner/gleich eins sind $\left(0 < n \leq 1\right)$.[74] Bei ausschließlicher Betrachtung ganzzahliger Exponenten n, erfüllt also nur der LPM_1 bei positiven Referenzwerten die Anforderung der Subadditivität. Positive Homogenität erfüllen die $LPM_n(z)$ nur bei z = 0 und bei n = 1, so dass nur der LPM_1 bei einem Referenzwert in Höhe von null positiv homogen ist. Für den allgemeinen Fall der $LPM_n(z)$ lässt sich also keine Konvexität dieser Risikomaße nachweisen, so dass sie keine gute Zielgröße für Optimierungsprobleme darstellen.

Des Weiteren stellen $LPM_n(z)$ keine kohärenten Risikomaße dar, da sie neben den beiden letztgenannten Anforderungen auch nicht den Anforderungen der Monotonie und der Translationsinvarianz genügen. Während die Translationsinvarianz durch keinen $LPM_n(z)$ erfüllt wird, wird die Monotonie-Eigenschaft lediglich durch den LPM nullter Ordnung verletzt.[75] Aufgrund der fehlenden Kohärenz-Eigenschaft der $LPM_n(z)$ sind sie für eine Risikosteuerung gemäß dem Axiomensystem von Artzner et al. ungeeignet. Die folgende Tabelle fasst die Untersuchung der $LPM_n(z)$ abschließend zusammen.

Anforderung	$LPM_{n>2}(z)$	LPM_0	LPM_1	LPM_2
leichte Interpretierbarkeit	—	(+)	+	(+)
direkte Messung des ökonomischen Risikos	—	(+)	+	(+)
Integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten	+	+	+	+
Zielgröße für Optimierungsprobleme	—	—	—	—
Verwendung zur Risikosteuerung eines Bankportfolios	—	—	—	—
Kohärenz	—	—	—	—

Tabelle 3.3-1: Anforderungsanalyse bei Lower Partial Moments

3.4 Value at Risk

Das Risikomaß Value at Risk[76] zählt zu den Downside-Risikomaßen und betrachten damit, wie die $LPM_n(z)$, ausschließlich die Verlustseite der Verteilung. Die VaR-Methodik wurde anfänglich aus-

---

[73] Vgl. Wittrock (1995), S. 44.
[74] Vgl. auch im Folgenden Barbosa/Ferreira (2004), S. 10.
[75] Für die mathematischen Beweise sei auf Barbosa/Ferreira (2004), S. 22-25 verwiesen.
[76] Im Rahmen des Kreditmanagements wird der VaR auch als Credit Value at Risk bezeichnet.

schließlich für die Quantifizierung des Marktpreisrisikos entwickelt. Erst später fand der VaR auch Berücksichtigung im Rahmen der Kreditrisikomessung.[77]

Allgemein wird der Value at Risk (VaR) als der maximal mögliche Verlust einer Position oder eines Portfolios über einen bestimmten Zeitraum bei einem vorgegebenen Konfidenzniveau 1-α definiert.[78] Das spezifizierte Konfidenzniveau 1-α stellt hierbei die Wahrscheinlichkeit dar, mit der ein möglicher eintretender Verlust nicht überschritten wird. Nur in α% der Fälle wird ein Verlust-Szenario eintreffen, das den VaR-Wert überschreitet.[79] In dieser allgemeinen Form wird der VaR als *absoluter VaR* (VaR_a) bezeichnet. Eine alternative Definition bezeichnet den VaR als den relativ zum Erwartungswert der Verteilung gemessenen maximal möglichen Verlust für eine bestimmte Haltedauer bei gegebenem Konfidenzniveau.[80] Bei dieser zweiten Definition berechnet sich dieser *relative VaR* (VaR_r) aus der Differenz vom maximalen Verlust beim Konfidenzniveau 1-α (VaR_a) und dem Erwartungswert der Verteilung.[81] Formal lassen sich der absolute und relative VaR wie folgt für die Betrachtung von Kreditverlusten definieren:[82]

Der VaR stellt bei einem Konfidenzniveau von 1-α eine Verlustschranke dar, die nur mit der Wahrscheinlichkeit p = α überschritten wird. X bezeichnet hierbei den Verlust und F die Verteilungsfunktion.

$$p\left(X > VaR^{1-\alpha}\right) = \alpha \tag{12}$$

Der VaR stellt somit das 1-α-Quantil der Verlustverteilung dar. Für den absoluten VaR gilt daher:

$$\int_0^{VaR_a^{1-\alpha}} f(X)\,dX = F\left(VaR_a^{1-\alpha}\right) = 1-\alpha \tag{13}$$

Über die Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion F^{-1} der Verluste kann der VaR_a direkt ermittelt werden.

$$VaR_a^{1-\alpha} = F^{-1}(1-\alpha) \tag{14}$$

Der relative VaR berechnet sich aus der Differenz des absoluten VaR und dem Erwartungswert der Verlustverteilung bzw. dem erwarteten Verlust (EL).[83]

$$VaR_r^{1-\alpha} = VaR_a^{1-\alpha} - EL \tag{15}$$

Abbildung 3.4-1 veranschaulicht die beiden alternativen Definitionen des VaR für Kreditverluste.

---

77 Vgl. Jorion (2001), S. 15.
78 Vgl. Jorion (2001), S. 22, Wilson (1999), S. 61 sowie Duffie/Pan (1997), S.7.
79 Vgl. Völker (2001), S. 70.
80 Vgl. Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 189.
81 Vgl. Jorion (2001), S. 109 sowie Völker (2001), S. 69.
82 Vgl. Wilkens/Völker (2001), S. 416, Völker (2001), S. 70 f., Meyer (1999), S. 27 f., Albrecht (2003), S. 29, Albrecht/Koryciorz (2003), S. 1 sowie Jorion (2001), S. 109 f.
83 Vgl. Völker (2001), S. 69.

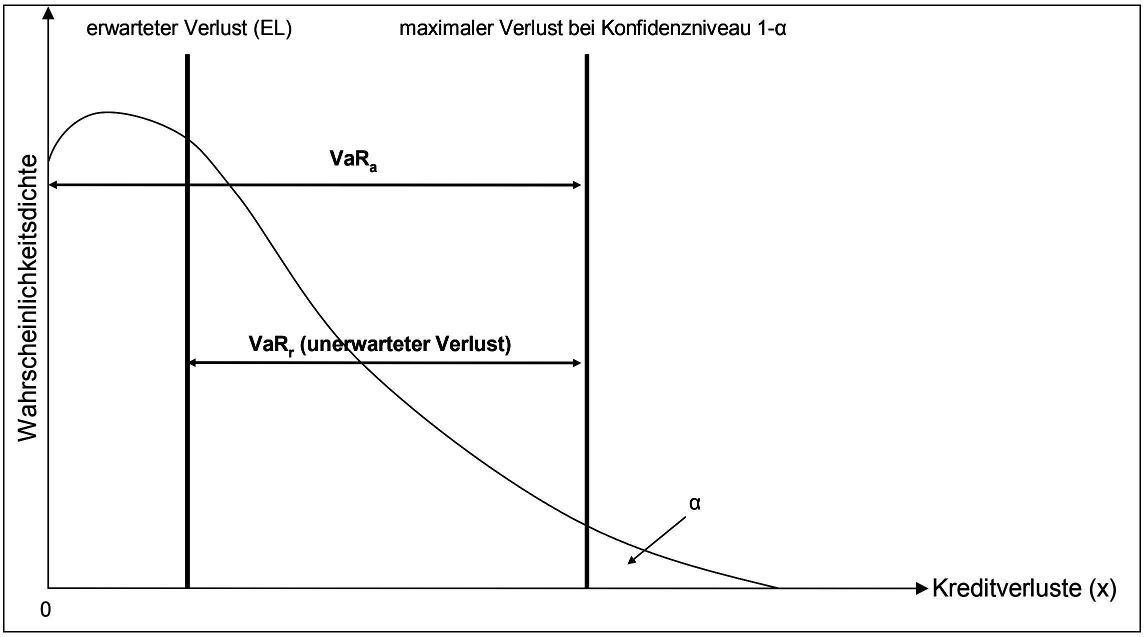

Abbildung 3.4-1: alternative VaR-Definitionen[84]

Die Abbildung verdeutlicht, dass der relative VaR der Differenz aus dem absoluten VaR und dem erwarteten Verlust entspricht, während der absolute VaR den erwarteten und den unerwarteten Verlust zusammen als Kreditrisiko quantifiziert. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf der Arbeit aufgrund seiner Konsistenz zur gegebenen Risiko- bzw. Kreditrisikodefinition auf den relativen VaR abgestellt.[85] Im Rahmen der Betrachtung von Kreditverlusten kann der VaR eines Kreditengagements oder eines Kreditportfolios als Risikomaßzahl definiert werden, der die maximale Höhe eines potenziellen **unerwarteten** Verlustes für einen bestimmten Betrachtungszeitraum und für eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit aufzeigt.[86]

Bei der Bestimmung des VaR kann, bezogen auf die betrachtete Verteilung, zwischen nicht-parametrischen und parametrischen VaR differenziert werden.[87] Nicht-parametrische VaR werden anhand von Verteilungen ermittelt, die durch historische Daten generiert werden. In diesen Fällen werden keine Parameter einer theoretischen Verteilung geschätzt, sondern es wird die empirisch bestimmte Verteilung verwendet.[88] Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass kein spezielles stochastisches Modell unterstellt werden muss.[89] Beim parametrischen VaR wird angenommen, dass die Verluste von Positionen oder Portfolios (bzw. die jeweiligen Bonitätsänderungen) einer analytisch bestimmbaren Verteilung (z. B. Annahme einer Normalverteilung oder Student-t Verteilung) folgen, so dass in diesen Fällen historische Daten dafür verwendet werden, um die Parameter der Verteilung zu schätzen.[90]

---

84 In Anlehnung an Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 188.
85 Unter der Bezeichnung VaR wird im Weiteren der relative Value at Risk verstanden.
86 Vgl. Schiller/Tytko (2001), S. 259.
87 Vgl. Jorion (2001), S. 107 sowie Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 188.
88 Vgl. Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 190.
89 Vgl. Huschens (2000), S. 1.
90 Vgl. Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 192.

Um einen VaR berechnen zu können, muss in einem ersten Schritt die zukünftige Verteilung der Portfoliowerte bzw. –verluste bestimmt werden. Anschließend können dann der Erwartungswert und das entsprechende Quantil der Verteilung bestimmt werden, so dass ein VaR ermittelt werden kann.[91] Um die Verteilung zu bestimmen lassen sich allgemein die drei folgenden Ansätze unterscheiden:

1. Analytischer Varianz-Kovarianz-Ansatz
2. Historische Simulation und
3. Monte Carlo Simulation.

Der Analytische Varianz-Kovarianz-Ansatz geht von der Annahme aus, dass die Risikofaktoren lognormal oder ihre logarithmierten Renditen normalverteilt sind. Die historische Simulation fordert demgegenüber keine analytischen Annahmen über die Verteilung.[92] Der VaR wird bei diesem Ansatz anhand der empirischen Verteilung ermittelt. Die Verteilung ergibt sich dabei aus den historischen Realisierungen der Risikofaktoren des Referenzzeitraums. Bei Verwendung der Monte Carlo Simulation kann jede beliebige analytische (multivariate) Verteilung für die Risikofaktoren gewählt werden. Die einzig zu beachtende Grundvoraussetzung ist, dass die jeweiligen Parameter der gewählten Verteilung geschätzt werden können. Für Kreditrisiken mit asymmetrischen Verteilungen eignen sich daher vorwiegend Simulationsmodelle, die ohne explizite Verteilungsannahmen auskommen.[93]

Im Rahmen der Überprüfung der an ein Kreditrisikomaß zu stellenden Anforderungen lässt sich aufzeigen, dass der VaR ein leicht zu interpretierendes Risikomaß darstellt, indem mögliche unerwartete Verluste in Geldeinheiten ausgedrückt werden und zusätzlich die Wahrscheinlichkeit der Überschreitung eines maximalen Verlustes mit angezeigt wird.[94] Der VaR kann als (ökonomisches) Kapital interpretiert werden, das für die eingegangenen Risiken zu unterlegen ist, so dass anhand dieser Kennzahl das ökonomische Risiko direkt gemessen werden kann.[95]

Des Weiteren stellt der VaR ein universelles Risikomaß dar und erfüllt die Anforderung an eine integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten. Der VaR kann für verschiedene Risikoarten ermittelt werden, die abschließend zu einer Gesamtgröße aggregiert werden können.[96]

Für die Lösung von Optimierungsproblemen stellt der VaR keine geeignete Kennzahl dar, da die Eigenschaft der Subadditivität im Allgemeinen verletzt wird[97], so dass der VaR kein konvexes Risikomaß ist.[98] Bei fehlender Subadditivität verringert sich bei Portfoliodiversifikation nicht zwingend das gemessene Risiko, so dass es bei einem Vergleich alternativer Portfolios zu falschen Risikoeinschätzungen

91 Vgl. Huschens (2000), S. 2 und Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 196 f.
92 Vgl. Auch im Folgenden Crouhy/Galai/Mark (2001), S. 198.
93 Vgl. Schierenbeck (2003b), S. 155.
94 Vgl. Jockusch (2002), S. 39.
95 Vgl. Wilson (1999), S. 65 sowie Albrecht (2003), S. 29.
96 Vgl. Uhlir/Aussenegg (1996), S. 831 sowie Wittrock (1996), S. 917.
97 Es existieren jedoch Klassen von Verteilungen innerhalb derer der VaR subadditiv und damit ein kohärentes Risikomaß darstellt. Hierzu zählt beispielsweise die Klasse der Normalverteilungen sofern $\alpha<0{,}5$ gilt. Vgl. Albrecht (2003), S. 31.
98 Vgl. Tasche (2002), S. 1519.

bzw. zu irreführenden Präferenzen bei der Portfoliozusammenstellung führen kann.[99] Aufgrund der fehlenden Eigenschaft der Subadditivität zählt der VaR daher nicht zu den kohärenten Risikomaßen, obwohl er den Eigenschaften der positiven Homogenität, Monotonie und Translationsinvarianz entspricht.[100] Daher ist das Risikomaß zur Risikosteuerung eines Bankportfolios ebenfalls nicht zwingend geeignet.

Insgesamt stellt der VaR ein recht einfaches und leicht verständliches Konzept zur Risikomessung dar, mit dem verschiedene Risikoarten zu einer einzigen Kennzahl verdichtet werden können. Zudem hat sich das Konzept trotz der genannten Probleme in der Praxis für die Quantifizierung des Marktpreis- sowie des Kreditrisikos als Standard durchgesetzt.[101] Zu beachten bleibt jedoch der Kritikpunkt, dass der VaR ausschließlich einen Punkt der Verteilung betrachtet, so dass er lediglich die Verlustwahrscheinlichkeit für einen maximalen Verlust aufzeigt. Das Ausmaß potenzieller Verluste, die den VaR überschreiten, wird jedoch nicht berücksichtigt.[102] Tabelle 3.2-1 fasst das Ergebnis der Anforderungsanalyse für den VaR zusammen.

Anforderung	**VaR**
leichte Interpretierbarkeit	+
direkte Messung des ökonomischen Risikos	+
Integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten	+
Zielgröße für Optimierungsprobleme	––
Verwendung zur Risikosteuerung eines Bankportfolios	––
Kohärenz	––

Tabelle 3.4-1: Anforderungsanalyse beim Value at Risk

3.5 Expected Shortfall (Conditional VaR)

Der Expected Shortfall (ES), auch als Conditional Value at Risk bezeichnet, wurde 1997 von Artzner et al. als kohärentes Risikomaß eingeführt.[103] Er zählt wie der VaR zu den Downside-Risikomaßen und ist definiert als der erwartete Verlust für den Fall, dass der VaR tatsächlich überschritten wird. Somit ist er der wahrscheinlichkeitsgewichtete Durchschnitt aller Verluste, die den VaR-Wert übertreffen. Es werden daher nur die Verluste betrachtet, die über den VaR hinausgehen.[104] Sei X eine Zufallsvariable, die den Verlust eines Portfolios oder einer Position beschreibt und $VaR^{1-\alpha}$ der Value at Risk bei einem Konfidenzniveau von 1-α, so kann der ES gemäß der folgenden Gleichung formal definiert werden.[105]

(16) $$ES_\alpha(X) = E\left[X \mid X \geq VaR^{1-\alpha}\right]$$ bzw. [106]

[99] Vgl. Meyer (1999), S. 57.
[100] Vgl. Frey/McNeil (2002), S. 1321.
[101] Vgl. Albrecht/Maurer (2002), S. 676.
[102] Vgl. Bertsimas/Lauprete/Samarov (2004), S. 1354.
[103] Siehe Artzner et al. (1997).
[104] Vgl. Yamai/Yoshiba (2002a), S. 58.
[105] Vgl. Yamai/Yoshiba (2002b), S. 88. E[X|B] ist die bedingte Erwartung der Zufallsvariable X für den Fall, dass B eintritt.
[106] Vgl. Frey/McNeil (2002), S. 1320 sowie Albrecht/Korycziorz (2003), S. 4.

$$ES_\alpha(X) = E\left[X \mid X \geq VaR^{1-\alpha}\right] = \frac{E\left[X; X \geq VaR^{1-\alpha}\right]}{p\left[X \geq VaR^{1-\alpha}\right]} = \frac{1}{\alpha} \int_{VaR^{1-\alpha}}^{\infty} X\, f(X)\, dX \qquad (17)$$

Während bei stetigen Zufallsvariablen der Wert der Verteilungsfunktion des VaR immer genau mit dem gegebenen Konfidenzniveau 1-α übereinstimmt, kann er bei diskreten Verteilungen aufgrund von Sprungstellen hiervon abweichen. Das vorgegebene Konfidenzniveau trifft i. d. R. nicht genau einen Wert der Verteilungsfunktion, so dass eine Korrektur bei der Bestimmung des ES vorzunehmen ist. Bei der Ermittlung des ES bei diskreten Verteilungen wird daher der Wert, der vor 1-α liegt, anteilig bei der Berechnung berücksichtigt.[107] Abbildung 3.5-1 veranschaulicht den ES im Vergleich zum VaR graphisch.

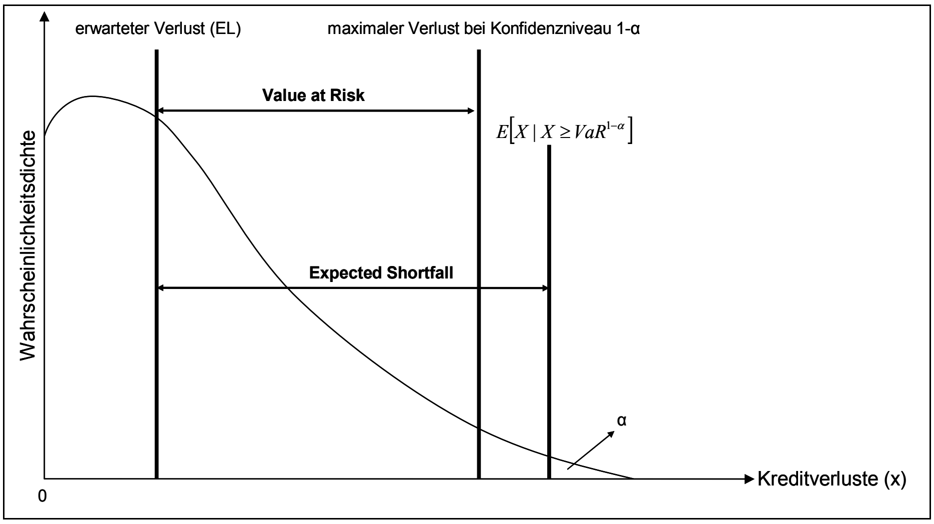

Abbildung 3.5-1: Expected Shortfall

Wird der VaR als Maximalschaden betrachtet, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 1-α nicht überschritten wird, so kann der ES als durchschnittlicher Maximalschaden in α% der schlechtesten Ausprägungen der Verlustverteilung interpretiert werden.[108]

Aufgrund der Messung des Kreditrisikos in Geldeinheiten stellt der ES ein leicht zu interpretierendes Risikomaß dar. Zusätzlich kann der ES theoretisch als notwendiges Risikokapital angesehen werden, so dass die Kennzahl die Möglichkeit bietet, das ökonomische Risiko direkt zu messen.[109] Das notwendige Risikokapital besteht dabei aus den folgenden Komponenten:[110]

notwendiges Risikokapital =

Erwarteter Verlust (EL)

\+ Quantilkapital ($VaR^{1-\alpha} - EL$)

\+ Exzesskapital ($E\left[X - VaR^{1-\alpha} \mid X > VaR^{1-\alpha}\right]$)

---

[107] Vgl. Kleine (2003), S. 13.
[108] Vgl. Acerbi/Tasche (2002a), S. 1488 sowie Albrecht (2003), S. 31.
[109] Siehe hierzu Kapitel 3.6.
[110] Auch im Folgenden Albrecht (2003), S. 33.

Durch die erste Komponente des Risikokapitals wird der mittlere Verlust und durch die zweite Komponente die Differenz zwischen dem 1-α%-Maximalschaden und dem mittleren Verlust abgedeckt. Das Exzesskapital als dritte Komponente des notwendigen Risikokapitals deckt den erwarteten Exzessverlust für die Fälle ab, in denen der tatsächliche Verlust den 1-α%-Maximalschaden überschreitet.

Der ES erfüllt die Eigenschaften der positiven Homogenität und der Subadditivität, so dass er ein konvexes Risikomaß darstellt und somit als Zielgröße für Optimierungsprobleme geeignet ist.[111] Rockafellar und Uryasev minimieren in ihrer Untersuchung[112] beispielsweise den ES eines Portfolios unter Anwendung der Linearen Programmierung. Obwohl ihr Ansatz auf die Minimierung des ES ausgerichtet ist, haben sie anhand von numerischen Experimenten aufzeigen können, dass aus einem niedrigen ES auch ein niedriger VaR resultiert, da der ES definitionsgemäß immer größer/gleich dem VaR bei entsprechendem Konfidenzniveau ist.

Die Risikoquantifizierung anhand des ES ist auf keine bestimmten Verteilungsklassen beschränkt, so dass mit dieser Kennzahl das Risiko eines Portfolios mit beliebigen Portfolioverteilungen, z. B. Aktien-, Options- oder Kreditportfolios gemessen werden kann. Somit bietet der ES die Möglichkeit der integrierten Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten.[113] Des Weiteren erfüllt die Kennzahl die Eigenschaften der positiven Homogenität, Subadditivität, Monotonie und Translationsinvarianz und stellt damit ein kohärentes Risikomaß dar, so dass er gemäß Artzner et al. zur Risikosteuerung eines Bankportfolios verwendet werden kann. Tabelle 3.5-1 fasst die Anforderungsanalyse abschließend zusammen.

Anforderung	**Expected Shortfall**
leichte Interpretierbarkeit	+
direkte Messung des ökonomischen Risikos	+
Integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten	+
Zielgröße für Optimierungsprobleme	+
Verwendung zur Risikosteuerung eines Bankportfolios	+
Kohärenz	+

Tabelle 3.5-1: Anforderungsanalyse beim Expected Shortfall

3.6 Vergleich der Risikomaße

Beim Vergleich der aufgezeigten Kennzahlen fällt zunächst auf, dass die Varianz und Standardabweichung symmetrische Risikomaße repräsentieren, wohingegen $LPM_n(z)$, VaR und ES zu den Downside-Risikomaßen zählen. Die Varianz und Standardabweichung messen positive sowie negative Abweichungen vom Erwartungswert und können das Kreditrisiko gemäß der obigen Definition nur adäquat bestimmen, wenn von normalverteilten Kreditverlusten ausgegangen wird. Kreditverlustverteilungen sind jedoch i. d. R. asymmetrisch und weisen fette Verteilungsenden (fat tails) auf, so dass Varianz und Standardabweichung zur Messung des Kreditrisikos ungeeignet sind, da sie das so genannte Tail Risk

[111] Vgl. Yamai/Yoshiba (2002a), S. 80.
[112] Vgl. Rockafellar/Uryasev (2000).
[113] Vgl. Rockafellar/Uryasev (2000), S. 22 sowie Theiler (2002), S. 82.

nicht ausreichend berücksichtigen.[114] Bei der Betrachtung von generellen Verteilungen erfüllt bei den beiden symmetrischen Risikomaßen lediglich die Standardabweichung in Ansätzen die Anforderung der leichten Interpretierbarkeit. Die weiteren aufgezeigten Anforderungen an Risikomaße im Kreditbereich werden jedoch weder von der Standardabweichung noch von der Varianz erfüllt.

Im Gegensatz zu den symmetrischen Risikomaßen sind $LPM_n(z)$, VaR und ES konsistent zur verwendeten Kreditrisikodefinition, indem sie ausschließlich die negativen Abweichungen vom Erwartungswert bzw. von einem Referenzwert berücksichtigen können. In Bezug auf die Anforderung einer leichten Interpretierbarkeit weisen sie jedoch leichte Unterschiede auf.

Die Downside-Wahrscheinlichkeit (LPM_0) weist beispielsweise das Kreditrisiko nicht in Geldeinheiten, sondern in der Form einer Wahrscheinlichkeit aus. D. h. für einen vorgegebenen Referenzwert wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass dieser Wert nicht überschritten wird. Die Berechnung des VaR läuft dagegen genau in anderer Richtung, indem eine Wahrscheinlichkeit vorgegeben wird, mit der der zu bestimmende VaR-Wert nicht überschritten wird. Der VaR lässt sich nun in den LPM_0 transformieren, indem der ermittelte VaR-Wert als Referenzwert verwendet wird. Die Downside-Wahrscheinlichkeit des LPM_0 entspricht dann eins minus dem Konfidenzniveau, d. h. α.[115] Aufgrund dieses starken Zusammenhangs zwischen dem LPM_0 und dem VaR wird die Anforderung der leichten Interpretierbarkeit für den LPM_0 als in Ansätzen erfüllt angesehen.

LPM_1, LPM_2 (in Form der Downside-Standardabweichung), VaR und ES erfüllen ebenfalls die Anforderung der leichten Interpretierbarkeit, indem sie das Kreditrisiko in Geldeinheiten ausweisen. Der VaR (eines Gesamtbankportfolios) kann als der Betrag an ökonomischen Kapital interpretiert werden, der vorgehalten werden muss, damit das Konfidenzniveau als die Wahrscheinlichkeit verstanden werden kann, mit der eine Insolvenz der Bank nicht eintreten wird. Den LPM_1, LPM_2 und dem ES fehlt es demgegenüber an einer solchen Interpretation.[116] LPM_1 und ES können zwar zur Bestimmung des notwendigen Risikokapitals verwendet werden, allerdings besteht hier, im Gegensatz zum VaR, kein notwendiger Zusammenhang zwischen dem benötigten Kapital und der Insolvenz- bzw. Ausfallwahrscheinlichkeit der Bank. Daher ist eine Kontrolle bzw. Steuerung der eigenen Ausfallwahrscheinlichkeit im Rahmen des Risikomanagements nur durch die Verwendung des VaR möglich.[117]

Die Klasse der $LPM_n(z)$, der VaR sowie der ES erfüllen die Anforderung der integrierten Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten. Allerdings verletzten alle aufgezeigten Kennzahlen bis auf den ES die Eigenschaft der Subadditivität, so dass nur der ES ein konvexes Risikomaß darstellt und damit als Zielgröße für Optimierungsprobleme verwendet werden kann. Aufgrund der fehlenden Subadditivitäts-Eigenschaft bei den $LPM_n(z)$ und dem VaR gehört auch nur der ES zu den kohärenten Risikomaßen gemäß dem Axiomensystem von Artzner et al. und ist daher auch als einziges Risikomaß für eine adäquate Risikosteuerung eines Bankportfolios geeignet.

[114] Vgl. Albrecht (2003), S. 20.
[115] Vgl. Guthoff/Pfingsten/Wolf (1998), S. 147 sowie Meyer (1999), S. 54 f.
[116] Vgl. Rau-Bredow (2002), S. 8.
[117] Vgl. Yamai/Yoshiba (2002a), S. 61.

Es kann daher festgehalten werden, dass für die Kreditrisikomessung die Risikomaße Varianz und Standardabweichung gänzlich ungeeignet sind. Die Klasse der $LPM_n(z)$ entspricht in ihrer allgemeinen Ausprägung (für alle n) mit Ausnahme der integrierten Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten ebenfalls nicht den gestellten Anforderungen an ein Risikomaß zur Kreditrisikoquantifizierung, so dass abschließend untersucht wird, ob der VaR oder der ES für die Messung von Kreditrisiken vorteilhafter erscheint.

Gemäß den gestellten Anforderungen scheint der VaR dem ES unterlegen zu sein, da er ein Risikomaß darstellt, das im Rahmen von Optimierungsproblemen und der Risikosteuerung teilweise zu nicht konsistenten Ergebnissen führt. Zudem stellt der VaR kein kohärentes Risikomaß dar. Die Fokussierung des VaR auf nur einen Punkt der Verlustverteilung hat zudem zur Folge, dass das Risiko oberhalb dieses Punktes vernachlässigt wird. Diese Vernachlässigung des Tail Risk führt dazu, dass das tatsächliche Ausmaß einer Abweichung vom VaR keinen Einfluss auf Anlageentscheidungen hat.[118] So sind z. B. Portfolios denkbar, die einen identischen VaR aufweisen und einem Entscheider somit als gleichwertig erscheinen, bei einer Überschreitung des VaR aber zu stark unterschiedlichen Ausfällen führen. Ein ähnlicher Effekt tritt bei der Veränderung des Konfidenzniveaus auf. Wird das Risiko verschiedener Portfolios auf Basis des VaR verglichen, so kann es bei Variation des Konfidenzniveaus zu Rangvertauschungen zwischen den betrachteten Portfolios kommen, obwohl sich ihr tatsächliches Risiko nicht verändert hat. Trotz der genannten Kritikpunkte hat sich der VaR jedoch aufgrund seiner begrifflichen Einfachheit, der einfachen Berechnung und weitreichender Anwendbarkeit als Standardrisikomaß bei der finanziellen Risikomessung etabliert.[119]

Im Gegensatz zum VaR ist der ES ein kohärentes Risikomaß und berücksichtigt das Ausmaß möglicher Überschreitungen des VaR-Wertes. Somit bestehen die vom VaR bekannten, aus der Vernachlässigung des Tail Risk und der fehlenden Subadditivität resultierenden Probleme hier nicht. Aufgrund seiner Eigenschaft als konvexes Risikomaß kann der ES zudem als Zielgröße von Optimierungsproblemen verwendet werden. Konzeptionell kann der ES dem VaR daher als überlegen angesehen werden.[120] Ob die konzeptionellen Vorteile ausreichen, damit sich der ES auch in der Praxis etabliert, hängt allerdings von der Stabilität seiner Schätzergebnisse sowie von der Möglichkeit des Backtestings ab. Für die Stabilität der Ergebnisse ist eine möglichst genaue Schätzung des Endes der Verteilung ausschlaggebend. Diese Schätzung ist allerdings mit herkömmlichen Schätzmethoden recht schwierig, da Verluste oberhalb des VaR-Niveaus relativ selten auftreten und somit beispielsweise eine Schätzung des Verteilungsendes mithilfe der historischen Simulation wegen nicht ausreichender historischer Daten zu nicht stabilen Ergebnissen führen kann. Zudem ergeben sich Probleme beim Backtesting des ES. Während zur Überprüfung eines VaR-Modells nur die Häufigkeit der Verluste über dem VaR-Wert mit dem entsprechenden Konfidenzniveau verglichen werden muss, gilt es bei einem ES-Modell die tatsächlichen durchschnittlichen Verluste über dem VaR-Wert mit dem geschätzten ES zu vergleichen. Aufgrund der eher selten auftretenden Verluste oberhalb des VaR-Wertes sind für das Backtesting mehr Daten notwendig als bei VaR-Modellen.

[118] Vgl. Kleine (2003), S. 13.
[119] Vgl. Yamai/Yoshiba (2002a), S. 58.
[120] Vgl. auch im Folgenden Yamai/Yoshiba (2002a), S. 80 f.

Bei der Interpretation des ES als ökonomisches Kapital kann es zudem zu Akzeptanzproblemen seitens der Regulierungsbehörden kommen, da für den ES kein Zusammenhang zwischen benötigtem Kapital und der Ausfallwahrscheinlichkeit der eigenen Unternehmung besteht. Bei der Bestimmung des ökonomischen Kapitals anhand des VaR ist es für die Regulierungsbehörden ersichtlich, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Bank maximal α% beträgt, wenn das ermittelte Risikokapital vorgehalten wird.[121] Diese Möglichkeit, einen grundlegenden Überblick über die Insolvenzwahrscheinlichkeit einer Bank zu erhalten, ist für die Regulierungsbehörden im Rahmen der Risikokapitalbestimmung anhand des ES nicht zwingend gegeben. Zu beachten bleibt jedoch, dass die Verwendung des ES zu einer konservativeren Berechnung des ökonomischen Kapitals führt, was wiederum im Interesse der Bankenaufsicht liegt.

Als abschließende Bewertung lässt sich feststellen, dass der ES ein universelles und einfaches Konzept zur Risikoquantifizierung darstellt. Aufgrund seiner Kohärenzeigenschaft repräsentiert er im Vergleich zum VaR das vorteilhaftere Kreditrisikomaß, da mit ihm Optimierungsprobleme gelöst und Portfolios adäquat gesteuert werden können.

Zu berücksichtigen bleibt jedoch, dass es sich bei der Frage, ob der VaR oder der ES für die Kreditrisikoquantifizierung vorteilhafter erscheint, keinesfalls um eine reine Alternativenfrage handelt, da der VaR zur Bestimmung des ES (bei obiger Definition) mit berechnet werden muss. Vielmehr kann der ES als eine Erweiterung des VaR-Konzeptes verstanden werden, um die Nachteile der reinen Risikoquantifizierung anhand des VaR zu vermindern. Der ES sollte daher zumindest als Ergänzung zum VaR verwendet werden, zumal es für jede Bank mit einem VaR-basierten Risikomanagementsystem möglich ist, den ES ohne größeren Rechenaufwand zu bestimmen.[122] Die folgende Tabelle stellt die vorgestellten Kennzahlen sowie deren jeweilige Anforderungserfüllung abschließend gegenüber.

Anforderung	Standardabweichung	Varianz	$LPM_{n>2}(z)$	LPM_0	LPM_1	LPM_2	VaR	ES
leichte Interpretierbarkeit	(+)	—	—	(+)	+	(+)	+	+
direkte Messung des ökonomischen Risikos	—	—	—	(+)	+	(+)	+	+
Integrierte Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten	—	—	+	+	+	+	+	+
Zielgröße für Optimierungsprobleme	—	—	—	—	—	—	—	+
Verwendung zur Risikosteuerung eines Bankportfolios	—	—	—	—	—	—	—	+
Kohärenz	—	—	—	—	—	—	—	+

Tabelle 3.6-1: Gegenüberstellung der alternativen Risikomaße

[121] Vgl. Yamai/Yoshiba (2002a), S. 61.
[122] Vgl. Acerbi/Tasche (2002b), S. 386.

4 Zusammenfassung

Ziel dieses Beitrages war es, alternative Risikomaße für die Kreditrisikoquantifizierung zu vergleichen und auf ihre Anwendbarkeit zu untersuchen. Dazu wurde zunächst die Gefahr einer negativen Abweichung des tatsächlichen Verlustes vom Erwartungswert der Verluste als Kreditrisiko definiert. Dieser über den erwarteten Verlust hinausgehende mögliche Verlustbetrag wurde als unerwarteter Verlust bezeichnet. Im Weiteren wurde aufgezeigt, dass der erwartete Verlust definitionsgemäß nicht zum Kreditrisiko zählt und im Vorfeld der Kreditvergabe bereits in Form von Ausfallprämien bei der Konditionenkalkulation berücksichtigt werden sollte. Der erwartete Verlust stellt trotz der fehlenden Interpretation als Kreditrisiko eine wichtige Größe im Rahmen des Kreditrisikomanagements dar und kann als Produkt der Kreditrisikoparameter erwartete Ausfallwahrscheinlichkeit, Credit Exposure und Verlustquote ermittelt werden.

In Kapitel 3 wurden zunächst Anforderungen an Risikomaße zur Kreditrisikoquantifizierung aufgezeigt und deren Erfüllung für die Kennzahlen Standardabweichung, Varianz, Lower Partial Moments, Value at Risk und Expected Shortfall anschließend analysiert.

Für die symmetrischen Risikomaße Standardabweichung und Varianz konnte festgestellt werden, dass sie für die Quantifizierung des Kreditrisikos nicht geeignet sind, da sie für asymmetrische Verlustverteilungen nahezu keinen der gestellten Anforderungen genügen.

Die allgemeine Klasse der $LPM_n(z)$ stellt ebenfalls kein geeignetes Risikomaß für das Kreditrisiko dar, da ausschließlich die Anforderung der integrierten Risikomessung unterschiedlicher Risikoarten erfüllt wird. Bei der Differenzierung der verschiedenen Ordnungen n konnte jedoch aufgezeigt werden, dass der LPM_1 die am besten geeignete Kennzahl aus der Klasse der $LPM_n(z)$ darstellt.

Obwohl der VaR zurzeit den Standard im Bereich der finanziellen Risikomessung darstellt erscheint der ES als kohärentes Risikomaß eine sinnvolle Erweiterung des bestehenden VaR-Konzeptes im Bereich der Kreditrisikomessung zu sein. Abzuwarten bleibt jedoch, ob sich dieses Risikomaß auch in der Praxis durchzusetzen vermag, zumal bei der Interpretation des ES als ökonomisches Kapital kein Zusammenhang zwischen dem notwendigen Risikokapital und der Ausfallwahrscheinlichkeit besteht. In diesem Punkt könnten daher Akzeptanzprobleme seitens der Regulierungsbehörden auftreten.

Literaturverzeichnis

Acerbi/Nordio/Sirtori (2001): Acerbi, C./Nordio, C./Sirtori, C.: Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management, (Working Paper), http://www.gloriamundi.org/picsresources/ncs.pdf, Mailand, 2001.

Acerbi/Tasche (2002a): Acerbi, C./Tasche, D.: On the Coherence of Expected Shortfall. In: Journal of Banking & Finance, 26 (2002) 7, S. 1487-1503.

Acerbi/Tasche (2002b): Acerbi, C./Tasche, D.: Expected Shortfall: A Natural Coherent Alternative to Value at Risk. In: Economic Notes, 31 (2002) 2, S. 379-388.

Albrecht (2001): Albrecht, P.: Portfolioselektion mit Shortfallrisikomaßen, (Working Paper), http://bibserv7.bib.uni-mannheim.de/madoc/volltexte/2004/231/pdf/MAMA25.pdf, Mannheim, 2001.

Albrecht (2003): Albrecht, P.: Zur Messung von Finanzrisiken, (Working Paper), http://www.bwl.uni-mannheim.de/Albrecht/download/extern/mm/mm143.pdf, Mannheim, 2003.

Albrecht/Koryciorz (2003): Albrecht, P./Koryciorz, S.: Bestimmung des Conditional Value-at-Risk (CVaR) bei Normal- bzw. Lognormalverteilung, (Working Paper), http://www.bwl.uni-mannheim.de/Albrecht/download/extern/mm/mm142.pdf, Mannheim, 2003.

Albrecht/Maurer (2002): Albrecht, P./Maurer, R.: Investment- und Risikomanagement: Modelle, Methoden, Anwendungen, Stuttgart, 2002.

Altman et al. (2002): Altman, E./Brady, B./Rest, A./Sironi, A.: The Link between Default and Recovery Rates: Implications for Credit Risk Models and Procyclicality, (Working Paper), http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=314719, 2002.

Artzner et al. (1997): Artzner, P./Delbaen, F./Eber, J./Heath, D.: Thinking Coherently. In: Risk, 10 (1997) 11, S. 68-72.

Artzner et al. (1999): Artzner, P./Delbaen, F./Eber, J./Heath, D.: Coherent Measures of Risk. In: Mathematical finance, 9 (1999) 3, S. 203-228.

Barbosa/Ferreira (2004): Barbosa, A./Ferreira, M.: Beyond Coherence and Extreme Losses: Root Lower Partial Moment as a Risk Measure, (Working Paper), http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=609221, Lissabon, 2004.

Baule (2004): Baule, R.: Wertorientiertes Kreditportfoliomanagement – Analyse von Optimierungs- und Steuerungsansätzen für Bankkreditportfolios vor dem Hintergrund des Shareholder-Value-Prinzips, Berlin, 2004.

Bertsimas/Lauprete/Samarov (2004): Bertsimas, D. J./Lauprete, G. J./Samarov, A.: Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications. In: Journal of economic dynamics control, 28 (2004) 7, S. 1353-1381.

Bröker (2000): Bröker, F.: Quantifizierung von Kreditportfoliorisiken: eine Untersuchung zu Modellalternativen und Anwendungsfeldern, Frankfurt am Main, 2000.

Crouhy/Galai/Mark (2001): Crouhy, M./Galai, D./Mark, R.: Risk Management, New York [u.a.], 2001.

Daldrup/Gehrke/Schumann (2004): Daldrup, A./Gehrke, N./Schumann, M.: Risikoadjustierte Konditionengestaltung im Ratenkreditgeschäft. In: Die Bank, (2004) 4, S. 238-243.

Denault (2001): Denault, M.: Coherent Allocation of Risk Capital, (Working Paper), http://www.risklab.ch/ftp/papers/CoherentAllocation.pdf, 2001.

Duffie/Pan (1997): Duffie, D./Pan, J.: An Overview of Value at Risk. In: The journal of derivatives, 4 (1997) 3, S. 7-49.

Eftekhari (1998): Eftekhari, B.: Lower partial moment hedge ratios. In: Applied financial economics, 8 (1998) 6, S. 645-652.

Fishburn (1977): Fishburn, P. C.: Mean-risk Analysis with Risk associated with Below-Target Returns. In: The American economic review, 67 (1977) 2, S. 116-126.

Frey/McNeil (2002): Frey, R./McNeil, A. J.: VaR and expected shortfall in portfolios of dependent credit risks: conceptual and practical insights. In: Journal of banking & finance, 26 (2002) 7, S. 1317-1334.

Goovaerts/Kaas/Dhaene (2002): Goovaerts, M./Kaas, R./Dhaene, J.: Economic Capital Allocation Derived from Risk Measures, (Working Paper), http://www.stat.ucl.ac.be/Samos2002/goovaetal.pdf, Amsterdam, 2002.

Guthoff/Pfingsten/Wolf (1998): Guthoff, A./Pfingsten, A./Wolf, J.: Der Einfluss einer Begrenzung des Value at Risk oder des Lower Partial Moment One auf die Risikoübernahme. In: Oehler, A. (Hrsg.): Credit Risk und Value-at-Risk Alternativen, Stuttgart, 1998.

Hahn/Pfingsten/Wagner (2001): Hahn, C./Pfingsten, A./Wagner, P.: Assessing the risk of trading books empirically: does the choice of a risk measure matter? In: Buhl, H. U./Kreyer, N./Steck, W. (Hrsg.): e-Finance, Berlin [u.a.], 2001.

Hartmann-Wendels/Pfingsten/Weber (2000): Hartmann-Wendels, T./Pfingsten, A./Weber, M.: Bankbetriebslehre, 2. Auflage, Berlin [u.a.], 2000.

Heim/Balica (2001): Heim, U./Balica, C. J.: Zentrale Aspekte der Kreditrisikomodellierung. In: Rolfes, B./Schierenbeck, H. (Hrsg.): Ausfallrisiken - Quantifizierung, Bepreisung und Steuerung, Frankfurt am Main 2001, S. 207-259.

Hollidt (1999): Hollidt, S.: Der Einsatz von Shortfall-Maßen im Portfoliomanagement, Frankfurt am Main, 1999.

Huschens (2000): Huschens, S.: Value-at-Risk-Berechnung durch historische Simulation, (Working Paper), http://www.tu-dresden.de/wwqvs/VaR/varhist.pdf, Dresden, 2000.

Huschens (2004): Huschens, S.: Backtesting von Ausfallwahrscheinlichkeiten, (Working Paper), http://www.gloriamundi.org/picsresources/sh1.pdf, Dresden, 2004.

Jockusch (2002): Jockusch, A.: Value-at-risk-Modelle für Aktienportfolios auf der Basis der Varianz-Kovarianz-Methode: ein Vergleich vereinfachender Verfahren und Konzepte zur Einbeziehung impliziter Volatilitäten, Frankfurt am Main [u.a.], 2002.

Jorion (2001): Jorion, P.: Value at risk: the new benchmark for managing financial risk, 2. Auflage, New York [u.a.], 2001.

Kirmße (2001): Kirmße, S.: Kreditrisikosteuerung im Firmenkunden-Portefeuille. In: Rolfes, B. (Hrsg.): Das Firmenkundengeschäft - ein Wertvernichter?: Beiträge zum Münsteraner Top-Management-Seminar, Frankfurt am Main 2001, S. 101-129.

Kleine (2003): Kleine, A.: Zur Optimierung des Value at Risk und des Conditional Value at Risk, (Working Paper), http://www.ufo.uni-hohenheim.de/infos/pdf_files/disku0903.pdf, Stuttgart, 2003.

Knapp (2002): Knapp, M.: Zeitabhängige Kreditportfoliomodelle, Wiesbaden, 2002.

Knapp/Hamerle (1999): Knapp, M./Hamerle, A.: Multi-Faktor-Modell zur Bestimmung segmentspezifischer Ausfallwahrscheinlichkeiten für die Kredit-Portfolio-Steuerung. In: Wirtschaftsinformatik, 41 (1999) 2, S. 138-144.

Kürsten/Straßberger (2004): Kürsten, W./Straßberger, M.: Risikomessung, Risikomaße und Value-at-Risk. In: Das Wirtschaftsstudium, 33 (2004) 2, S. 202-207.

Meyer (1999): Meyer, C.: Value at risk für Kreditinstitute: Erfassung des aggregierten Marktrisikopotentials, Wiesbaden, 1999.

Oehler/Unser (2002): Oehler, A./Unser, M.: Finanzwirtschaftliches Risikomanagement, 2. Auflage, Berlin [u.a.], 2002.

Ong (2000): Ong, M. K.: Internal credit risk models: capital allocation and performance measurement, London, 2000.

Rau-Bredow (2002): Rau-Bredow, H.: Value at Risk, Expected Shortfall and Marginal Risk Contribution, (Working Paper), http://www.wifak.uni-wuerzburg.de/wilan/wifak/bwl/bwl4/download/Value.pdf, Würzburg, 2002.

Rockafellar/Uryasev (2000): Rockafellar, R. T./Uryasev, S.: Optimization of Conditional Value-at-Risk. In: Journal of Risk, 2 (2000) 3, S. 21-41.

Rohmann (2000): Rohmann, M.: Risikoadjustierte Steuerung von Ausfallrisiken in Banken, Bonn, 2000.

Schierenbeck (2003a): Schierenbeck, H.: Ertragsorientiertes Bankmanagement - Band 1: Grundlagen, Marktzinsmethode und Rentabilitäts-Controlling, 8. Auflage, Wiesbaden, 2003.

Schierenbeck (2003b): Schierenbeck, H.: Ertragsorientiertes Bankmanagement - Band 2: Risiko-Controlling und integrierte Rendite-/Risikosteuerung, 8. Auflage, Wiesbaden, 2003.

Schiller/Tytko (2001): Schiller, B./Tytko, D.: Risikomanagement im Kreditgeschäft: Grundlagen, neuere Entwicklungen und Anwendungsbeispiele, Stuttgart, 2001.

Schuermann (2003): Schuermann, T.: What Do We Know About Loss-Given-Default? (Working Paper), http://www.newyorkfed.org/research/economists/schuermann/Schuermann_LGD_what_do_we_know1_1.pdf, New York, 2003.

Schulte/Horsch (2002): Schulte, M./Horsch, A.: Wertorientierte Banksteuerung II: Risikomanagement, Frankfurt am Main, 2002.

Tasche (2002): Tasche, D.: Expected shortfall and beyond. In: Journal of banking & finance, 26 (2002) 7, S. 1519-1533.

Theiler (2001): Theiler, U.: Risk-/Return-orientierte Optimierung des Gesamtbank-Portfolios unter Verwendung des Conditional Value At Risk, (Working Paper), http://www.uni-duisburg.de/or2001/pdf/Sek%2005%20-%20Theiler.pdf, 2001.

Theiler (2002): Theiler, U.: Optimierungsverfahren zur Risk-, Return-Steuerung der Gesamtbank, Wiesbaden, 2002.

Uhlir/Aussenegg (1996): Uhlir, H./Aussenegg, W.: Value-at-Risk (VaR) - Einführung und Methodenüberblick. In: Bank-Archiv Wien, 44 (1996) 11, S. 831-836.

Völker (2001): Völker, J.: Value-at-Risk-Modelle in Banken: Quantifizierung des Risikopotentials im Portfoliokontext und Anwendung zur Risiko- und Geschäftssteuerung, Berlin, 2001.

Wehrspohn (2001): Wehrspohn, U.: Standardabweichung und Value at Risk als Maße für das Kreditrisiko. In: Die Bank, (2001) 8, S. 582-588.

Wilkens/Völker (2001): Wilkens, M./Völker, J.: Value-at-Risk: eine anwendungsorientierte Darstellung zentraler Methoden und Techniken des modernen Risikomanagements. In: Götze, U./Henselmann, K./Mikus, B. (Hrsg.): Risikomanagement, Heidelberg, 2001.

Wilson (1999): Wilson, T. C.: Value at Risk. In: Alexander, C. (Hrsg.): Risk Management and Analysis - Volume I: Measuring and Modelling Financial Risk, Chichester [u.a.] 1999, S. 61-124.

Wittrock (1995): Wittrock, C.: Messung und Analyse der Performance von Wertpapierportfolios: eine theoretische und empirische Untersuchung, Bad Soden/Ts., 1995.

Wittrock (1996): Wittrock, C.: Gesamtbankrisikosteuerung auf Basis von Value-at-Risk-Ansätzen. In: Bank-Archiv Wien, 44 (1996) 12, S. 909-918.

Yamai/Yoshiba (2002a): Yamai, Y./Yoshiba, T.: On the validity of value-at-risk: comparative analyses with expected shortfall. In: Monetary and economic studies, 20 (2002) 1, S. 57-85.

Yamai/Yoshiba (2002b): Yamai, Y./Yoshiba, T.: Comparative analyses of expected shortfall and value-at-risk: Their estimation error, decomposition, and optimization. In: Monetary and economic studies, 20 (2002) 1, S. 87-121.